

## Zur Frage von dem Wesen des Raumes.

Von Geheimrath Dr. N. v. Seeland in Kiew (Russland).

(Schluss.)

---

### V.

Da eine begrenzte Welt undenkbar, und die vorhandene unbegrenzte ein Ganzes ist, so muss jeder ihrer Theile von anderen umgeben sein und nach allen denkbaren Richtungen hin Beziehungen zu anderen haben. Dies wäre nun aber in einer von gewissen Autoren für möglich gehaltenen ein- oder zweidimensionalen Welt nicht der Fall. Suchen wir uns in der That ein „zweidimensionales“ Ding vorzustellen. Sobald wir die letzten Folgerungen ziehen, bemerken wir, dass ein solches gar nicht möglich ist. Von der Fläche genommen, schiene es ein Ding wie jedes andere, d. h. es bestände aus Theilen, und jeder derselben könnte anscheinend Nachbarn und Beziehungen zu denselben haben. Am „Rande“ dieser Theile jedoch hätten wir das Kunststück vollbracht, ein Ende der Welt gefunden zu haben. Denn, da diese Theile in die Dicke absolut untheilbar sein, also keine Ausdehnung besitzen, oder, was dasselbe, in die Dicke gar nicht existiren müssten, so hätten die in der Fläche „existirenden“ Theile hierher weder Nachbarn, noch irgend welche Beziehungen oder Kundgebungen. Mit anderen Worten ein zweidimensionales Ding oder Wesen hätte und hätte auch kein Dasein, was schon des Ungeheuerlichen genug wäre. Eine womöglich noch grössere Ungereimtheit wäre ein „eindimensionales“ Ding. Dass demnach die unter mathematischer Linie und Fläche bekannten Begriffe eigentlich nur Kunstgriffe oder Abstractionen sind, als selbständige Wirklichkeiten aber in der Welt nie vorkommen können, ist klar, doch werden wir darauf noch zurückkommen.

Ein wirklich ausgedehntes, mithin wirklich existirendes Ding muss sowohl in seiner Theilbarkeit als in seinen Beziehungen zu Nachbarn, ein Beispiel der Unendlichkeit und zugleich der Ganzheit des Alls darstellen, und dies thun in der That die Objecte der räumlichen Welt, welche eigentlich immer sphärisch, oder wie wir uns in der

Kürze ausdrücken, dreidimensional sind. Denn die „drei“ Dimensionen sind nur die Symbole einer Unzahl von Dimensionen. Abgesehen davon, dass jene drei nur durch die Multiplication untereinander einen Sinn gewinnen, was schon an sich ein abgekürztes Verfahren ist, besteht die Hauptsache darin, dass jeder der Durchmesser, z. B. die Breite eines Körpers, eigentlich nur Repräsentant einer Vielheit ist, da das Ausgedehnte überhaupt eine Vielheit, ja eine Unendlichkeit von Durchmessern ist, und wir uns keine Grenzen der Theilbarkeit vorstellen können. Auch hier stehen wir wieder vor dem in letzter Instanz Unbegreiflichen des Weltalls.<sup>1)</sup>

Beschaut man sich die Sache von einer anderen Seite, lässt man z. B. die einer Kugel zugrunde liegenden, perpendicular sich schneidenden Kreisflächen für die drei Dimensionen eintreten, so ist dies wiederum nur eine abgekürzte Formel, in welcher alle übrigen Verhältnisse zusammenlaufen sollen, denn in Wirklichkeit besteht die Kugel aus einer zahllosen Menge von Kreisflächen, die sich unter allen möglichen Winkeln schneiden; auch kann man sagen, dass sich, angesichts der unendlichen Theilbarkeit, aus jedem beliebig kleinen, materiellen Punkte zahllose Gerade nach allen Richtungen hin ziehen lassen.

Kurz, die drei Raumdimensionen sind ein beschränkter Ausdruck für ein unbeschränktes Ding. Näher betrachtet ist also die Möglichkeit einer ein- oder zweidimensionalen Welt nichts als ein Spiel mit Worten; dasselbe gilt für die „vierdimensionale“: die drei Dimensionen bedeuten eben schon so viel, wie  $n$  Dimensionen. Die Möglichkeit einer, besonders von Zöllner vorausgesetzten, vierdimensionalen Welt soll daraus deducirt werden, dass wir uns angeblich ein- und zweidimensionale Wesen denken, welche letztere aber ihrerseits sich nimmermehr unsere dreidimensionale vorstellen könnten, und zwar fusst der ganze, bereits sehr umfangreiche Ueberbau von Hypothesen und Argumentationen, die sich

<sup>1)</sup> Und wie sehr solches zu beherzigen ist, folgt daraus, dass die Breite, die Länge und die Höhe, gleichwie der Umfang der Dinge, von denen wir reden, eigentlich nie auf die Wirklichkeit passen: so messen wir z. B. die Länge oder die Breite eines anscheinend regelmässig gebauten Zimmers nur an je einem Orte, in der Voraussetzung, dass sich dieselben auch an allen anderen ebenso verhalten werden, und doch ist dies immer nur annähernd der Fall. Um der Sache näher zu kommen, müsste man zunächst mehrere Breiten- oder Längendurchmesser nehmen und das Mittel daraus ziehen; um der Wahrheit noch näher zu rücken, müsste die Zahl der Messungen noch vervielfältigt werden, doch auch dabei könnten wir nicht stehen bleiben und würden bemerken, dass eine noch grössere Zahl von Durchmessern ein wieder um etwas differirendes Mittel hergeben würde. Kurz, wie man durch Vervielfältigung der Seiten eines Vieleckes dem Kreise immer näher kommt, ohne diesen jemals zu erreichen, so würde die wirkliche Länge, Breite oder Dicke eines Körpers nur durch eine unendlich grosse Zahl von Durchmessern ermittelt werden können.

auf die „andersdimensionalen“ Welten beziehen, auf der Illusion jener zweidimensionalen Welt, für die das Spiegelbild der wirklichen ein- stehen soll. In der That sind Schatten- und Lichtbilder anscheinend recht geeignet, uns zur Vorstellung zweidimensionaler Dinge zu verhelfen, und doch handelt es sich hier nur um ein grosses Misverständniss.

Es werden hier nämlich mathematische Linien und Flächen mit realen, materiellen Dingen verwechselt. Eine mathematische Linie, bzw. die Richtung oder Gruppierung körperlicher Dinge oder Theile, ist eben nichts ohne diese Dinge, sowie „Gruppe“ nichts ist ohne die Dinge, welche sich gruppiren. Die übliche Definition der mathematischen Linie kommt also dadurch zustande, dass eine Erscheinung, welche vereinzelt nie und nirgends vorkommt, durch unseren Denkprocess von ihren Begleitern abgelöst und einzeln verwerthet wird. Ebenso bedeutet „Fläche“ blos eine gewisse Art der Erscheinung eines Realen, welches in Wirklichkeit alle drei Dimensionen besitzt. Als Denkcombination ist eine solche künstliche Ablösung einer gewissen Seite des Seins von den übrigen, ebenso nothwendigen — ganz wohl berechtigt. Sobald man sich jedoch einbilden wollte, Linie und Fläche seien selbständig existirende Dinge, so verfiel man in einen unverzeihlichen logischen Fehler. Und doch thun dies im Grunde diejenigen, welche ein Spiegelbild als Beispiel einer zweidimensionalen Welt aufstellen. Denn in Wirklichkeit ist dieses Bild kein zweidimensionales Etwas. Bevor wir es jedoch in seiner wirklichen Natur betrachten, möge es einstweilen für zweidimensional gelten, wobei sich aber folgende Unmöglichkeiten herausstellen: Ein Spiegelbild erscheint in die Länge und in die Breite ausgedehnt, folglich muss es in diesem Sinne theilbar sein; jetzt aber wünschen wir zu sehen, wie sich die verschiedenen Theile dieses theilbaren Dinges zu einander verhalten —, und erfahren, dass sie sich gar nicht verhalten. Denn besitzt das Bild wirklich absolut keinen Querschnitt (Dickendimension) so sind die Theile für einander gar nicht vorhanden, obwohl sie aneinanderstossen sollen, und jegliche „Beziehungen“ derselben zu einander könnten nur mit Hilfe der drei- (besser  $n$ -) dimensionalen Welt stattfinden. Ein nur in die Länge und die Breite ausgedehntes Ding ist ebenso unmöglich, wie ein materielles Ding ohne Ausdehnung und Theilbarkeit überhaupt.<sup>1)</sup> Selbst die von uns unräumlich wahrgenommenen Erscheinungen und Coëxistenzen entströmen nichtsdestoweniger ausgedehnten Dingen.

Besagtes Misverständniss löst sich aber einfach dahin, dass sowohl Lichtbilder als Schatten in Wirklichkeit Dinge sind, die mehr als zwei Dimensionen haben. So lange wir nur das auf dem Spiegelglase Sichtbare für deren Grenzen halten, können wir an ihnen natürlich keine

<sup>1)</sup> Diejenigen, welche die Atome untheilbar, also ohne Ausdehnung wollen, begehen den crassen Denkfehler, dass sie aus einem Aggregat von Nichtsen ein Etwas entstehen lassen.

Dickendimension auffinden, ebenso wie auch die minutiöseste Messung nicht finden würde, dass der Lichtschein auf einer Wand über deren Oberfläche hervorrage. Doch müsste man ja bedenken, dass eine derartige Beschränkung der Lichtfiguren auf Willkür und Selbstbetrug beruht. In Wahrheit haben wir ein Strahlenbündel vor uns, welches auf das Glas fällt, und ein anderes, welches vom Glase zu unserem Auge eilt; die Länge der Strahlen ist also eben die dritte Dimension jener Erscheinung, welche unser Auge auf dem Glase als eine scheinbar zweidimensionale auffasst. Ebenso existirt ein Schatten keineswegs bloß auf der beleuchteten Ebene, wo wir ihn projicirt sehen, sondern er bildet ein Lichtdefect, dessen Dickendurchmesser sich von dem den Schatten erzeugenden Gegenstande bis zu der den Schatten auffangenden Ebene erstreckt.

Mithin ist das ganze Philosophiren über ein- und zweidimensionale Wesen eine Gedankenverirrung. Unter anderem ist z. B. Zöllner's Argumentation über die Möglichkeit eines Zusammenwirkens zwei- und dreidimensionaler Wesen (welches er durch das zweifache Lösen einer Schlinge zu illustriren gedachte) ein verfehelter dialektischer Kunstgriff. Danach müssten sich Dinge und Wesen, welche eine endliche Welt (s. oben) repräsentiren, mit den Dingen unserer wirklichen, unendlichen Welt ganz hübsch vertragen und in Wechselwirkung treten! Und die auf solcher Grundlage postulierte „vierdimensionale“ Welt wäre etwa so viel, wie ein ohnehin vollständiger Kreis, den jemand „noch mehr“ zu einem Kreise machen wollte, denn Dreidimensionalität bedeutet schon  $n$ -Dimensionalität.

## VI.

An das eben Gesagte anlehnend, halte ich es nicht für überflüssig, hier auch einige Stellen aus Lotze's Kritik der „vierten Raumdimension“ und „anders geformter Räume“ anzuführen.<sup>1)</sup>

„Zweierlei ist mir an diesen unzähligen Versuchen immer unbegreiflich geblieben. Zuerst die völlige Nichtberücksichtigung des Umstandes, dass der Raum doch von jedem seiner Punkte aus unzählige Richtungen hat, und dass ihre Beschränkung auf drei nur unter der Bedingung statthaft ist, dass jede auf den beiden anderen senkrecht stehen soll. . . Das andere, was ich nicht verstehe, ist die Vornehmheit, mit welcher man jeden mehr mathematischen Nachweis, dass eine vierte senkrechte Dimension mit einer der drei anderen unvermeidlich zusammenfalle, als eine äusserliche, unphilosophische Beweisführung abzulehnen pflegte. Ich kann mich durchaus nicht überreden, dass

<sup>1)</sup> Metaphysik 1884. S. 230–267. Ich erinnere zugleich daran, dass Lotze nicht der Einzige ist, der die logische Nichtigkeit der neuen Raumtheorie bewiesen hat. Man lese auch Dr. Gutberlet's sehr überzeugende Schrift: „Die neue Raumtheorie“ 1882. Es ist eben zu bedauern, dass sich die mathematischen Verfechter solcher verfehelter Auffassungen so wenig um Logik und Erkenntnisstheorie kümmern.

viele meiner Fachgenossen, welche auf die neuen Theorien beifällig eingehen, wirklich das so leicht verstehen, was mir ganz unverständlich ist; ich fürchte, dass sie aus Schüchternheit ihres Amtes nicht walten und auf diesem Grenzgebiete zwischen Mathematik und Philosophie die schweren Bedenken nicht geltend machen, welche sie im Namen der letzteren gegen manche mathematische Speculationen der Gegenwart erheben sollten. Ich werde diesem Verfahren nicht folgen, indem ich im Gegentheil aufrichtig ausspreche, dass mir das Ganze dieser Speculation nur ein einziger grosser und zusammenhängender Irrthum scheint . . . .

„An einem Punkte, hat man geglaubt, in unserer Geometrie die Stetigkeit des Zusammenhangs zu vermissen: in der Lehre von den Parallelen und der Winkelsumme des Dreiecks. Es scheint mir jedoch, als wenn die philosophische Logik die besonderen Ansprüche, welche die mathematische an die Strenge ihres Verfahrens macht, weder erheben, noch eigentlich billigen könnte . . . . Könnte man nun diese Versuche zum Aufklären des Klaren auf sich beruhen lassen, so fordert zu einer ernsthafteren Rechtsverwahrung der allgemeinen Logik das blendende Spiel mit Zweideutigkeiten auf, welches der Anschauung selbst zu widersprechen sucht und sie zu verfälschen droht. Ein Kreisbogen von begrenzter Länge wird allerdings der geraden Linie ohne Ende ähnlicher, je mehr der Halbmesser des Kreises zunimmt, dem er angehört; aber dieser ganze Kreis wird ihr niemals ähnlich. Denn nichts hindert, wie unendlich gross man sich auch seinen Radius denken möchte, diese seine Drehung um den Mittelpunkt vollziehen zu lassen, und nicht eher wird man ein Recht haben, auf das entstehende Gebilde den Begriff eines Kreises anzuwenden, bis diese Drehung vollendet ist; Reden von einer Geraden, die als heimlicher Kreis von unendlichem Durchmesser in sich zurückkehre ohne ihre Richtung verändert zu haben, sind nicht Theile einer esoterischen Wissenschaft, sondern Zeugnisse einer logischen Barbarei. Nichts anderes bezeugen auch die Phrasen von Parallelen, die sich in unendlicher Entfernung schneiden sollen; sie schneiden sich in keiner endlichen Entfernung, und da jede Entfernung, wenn man sie erreicht dächte, wieder eine endliche sein würde, so thun sie es überhaupt in keiner; ganz unzulässig aber ist die Verkehrung dieser Verneinung in die positive Behauptung, im Unendlichen gäbe es einen Ort, wo ihr Durchschnitt stattfände . . . . Bisher sind diese Beobachtungen<sup>1)</sup> mit der Euklidischen Geometrie in Uebereinstimmung gewesen; käme es aber einmal dazu, dass astronomische Messungen grosser Entfernungen, nach Ausschluss aller Beobachtungsfehler, eine kleinere Winkelsumme des Dreiecks nachwiesen, was dann? Dann würden wir nur glauben, eine neue, sehr sonderbare Art der Refraction entdeckt zu haben, welche die zur Bestimmung der Richtung dienenden Lichtstrahlen abgelenkt habe, d. h. wir würden auf ein besonderes Verhalten des physisch Realen im Raume, aber gewiss nicht auf ein Verhalten des Raumes selbst schliessen, was allen unseren Anschauungen widerspräche und durch keine eigene exceptionelle Anschauung verbürgt würde . . . . Parallele Linien — fährt Helmholtz fort — würden die Bewohner der Kugel<sup>2)</sup> gar nicht kennen; sie würden

<sup>1)</sup> D. h. die äusseren Naturbeobachtungen. A. d. V. — <sup>2)</sup> Nämlich die von Helmholtz fingirten intelligenten Wesen von zwei Dimensionen, welche, an der Oberfläche einer Kugel lebend, fähig wären, innerhalb der Ausdehnung der Ebene

behaupten, dass jede beliebige zwei gerade Linien, gehörig verlängert, sich schliesslich nicht nur in einem, sondern in zwei Punkten schneiden müssten... Bewegungen in den Meridianen können allerdings nicht auf die Vorstellung von Parallelen führen; allein bei freier Beweglichkeit könnte das Wesen nacheinander Parallelkreise von gleicher nördlicher und südlicher Breite durchlaufen, es würde dann finden, dass diese Kreise bis zu ihrer Rückkehr in den Ausgangspunkt gleiche Länge haben, dass sie einander niemals schneiden, noch berühren...

„Zu den Eigenschaften, welche unsere gewöhnliche Auffassungsweise an dem Raume am wenigsten missen zu können glaubt, gehört die völlige Gleichartigkeit seiner unendlichen Ausdehnung. Die realen Elemente, welche ihn füllen oder sich in ihm bewegen, können, wie wir meinen, von Punkt zu Punkt die Dichtigkeit ihres Beisammenseins und die Regel ihrer relativen Lage wechseln; der Raum selbst dagegen, als der unparteiische Schauplatz, der sich allen diesen Ereignissen darbietet, darf nicht locale Verschiedenheiten seiner eigenen Natur besitzen, welche ihn verhinderten, dass alles, was um den einen seiner Punkte herum besteht oder geschieht, sich an jedem anderen ohne Veränderung wiederholen könnte...<sup>1)</sup> In den Speculationen der neuesten Zeit jedoch begegnen wir einem Gedanken, den wir nicht verstehen und uns nicht zu rechtfertigen wissen... Ich meine den Gedanken, dass... es auch Räume von einer eigenen Structur geben könne, welche die Gleichförmigkeit ihrer ganzen Ausdehnung ausschliesse. Es ist klar, was wir unter einer sphärischen oder pseudosphärischen Oberfläche zu denken haben, aber nicht, was ein sphärischer oder pseudosphärischer Raum bedeuten kann, Benennungen, denen wir in der Discussion dieser Gegenstände begegnen, ohne dass unserem Verständnisse ihres Sinnes entgegengekommen wird... Für jede der in Gedanken an diesem Raume unterscheidbaren, in ihm selbst aber ausgelöschten Oberflächen hat der Begriff eines Krümmungsmaasses seinen guten und bekannten Sinn; aber es ist unmöglich, sich eine Eigenschaft des Raumes zu denken, auf die er Anwendung finden könnte... Wir könnten jenes  $X$  nicht als Raum, sondern als Gebilde in einem Raume annehmen... Der Raum kann nicht aus einer unendlichen Menge von einander durchschneidenden Linien bestehen, die zwischen sich Maschen von Nichtraum liessen... Ich kann nicht umhin, auch gegen die Untersuchungen, welche Riemann über eine  $n$ -fach ausgedehnte Mannigfaltigkeit unternommen hat, die bisher geäusserten Ueberzeugungen aufrecht zu erhalten... Ein Ortsystem, welches in irgend einem seiner Theile anders geartet wäre, als in einem anderen, würde seinem eigenen Begriffe widersprechen und nicht sein, was es sein soll, der unparteiische Hintergrund für die mannigfachen Beziehungen des in ihm zu Ordnenen, sondern selbst eine specielle Bildung... Wahrnehmungen zu machen, aber durchaus unfähig wären, etwas ausserhalb ihres Wohnraumes zu erfahren. A. d. V.

<sup>1)</sup> Lotze gebraucht hier, wie sonst, die Ausdrucksweise derjenigen, welche den Raum als ein Selbständiges auffassen, doch widerspricht dieses keineswegs seiner Ansicht, derzufolge der Raum ohne ein Reales undenkbar ist. Zu beherrzigen ist hier nur Folgendes: Auf welcher Seite man in dieser Hinsicht auch stehe, in beiden Fällen widerspricht die Grundauffassung des Raumes den willkürlichen Annahmen jener neueren Mathematiker, gegen die Lotze hier seine logischen Bedenken erhebt. A. d. V.

Ich kann nicht glauben, dass irgend eine Kunst der Analysis dies Misverständniss in den Begriffen vergütigen kann; angebliche Räume, die durch ihre eigene Structur an dem einen Orte eine Figur nicht ohne Dehnung oder Grössenänderung aufnehmen könnten, die an einem anderen Orte möglich ist, lassen sich nur als reale Schalen oder Wände denken, die durch ihre Kräfte des Widerstandes einer ankommenden realen Gestalt den Eintritt wehren, am Ende aber auch durch den heftigeren Anprall dieser müssten zersprengt werden können. Ich hoffe, dass über diesen Punkt die Philosophie sich nicht von der Mathematik wird imponiren lassen.“

## VII.

Ueberhaupt ist man vom philosophischen Standpunkte aus berechtigt, sämmtliche Debatten über „ein-, zwei-, vierdimensionale Wesen und Räume“, über „mannigfaltig gebaute Räume“, über „parallele Linien, die sich schneiden sollen“, über den „Uebergang einer Kreislinie in eine Gerade“ usw. — als auf einer willkürlichen Behandlung der Terminologie und auf ebenso willkürlicher Anwendung mathematischer Deductionen, auf Metaphysik und Naturauffassung beruhend, zu betrachten. Es muss dem gesunden Menschenverstande in solchen Fällen klar werden, dass es sich hier, im philosophischen Sinne, nicht etwa um ein tieferes Sehen, sondern um ein willkürliches Anlöthen von gewissen Begriffen an Dinge, mit denen jene nichts zu thun haben, handelt. Als Beispiel eines solchen Spieles mit heterogenen Begriffen möge das von Helmholtz fingirte zweidimensionale intelligente Wesen, welches, an der Oberfläche einer Kugel lebend, keine parallele Linie kennen soll, hier noch einmal betrachtet werden. Dreifach wird darin gegen die Wahrheit gesündigt: erstens gibt es, wie schon Lotze bemerkt, an besagter Kugel nicht blos Meridiane, sondern Parallelkreise, die jenem Wesen doch auch zu denken geben müssten; zweitens könnte ja die Wahrnehmung von sich schneidenden Meridianen nur durch eine Bewegung jenes Wesens vom Aequator zu den Polen hin möglich werden, diese Bewegung aber ist nicht einfach ein Vorrücken in einer horizontalen Ebene, sondern zugleich eine Bewegung in die Tiefe, — mit anderen Worten, dasselbe Wesen, dem doch nur planimetrische Vorstellungen zugänglich sein sollen, bildet sich nunmehr Begriffe, die nur mit Hilfe aller drei Dimensionen gebildet werden können; drittens sind zweidimensionale Wesen, wie wir oben sahen, logisch unmöglich.

Leider kennen wir nicht nur Mathematiker, sondern auch Philosophen (und unter ihnen einen der grössten, den alten Kant), die uns die Frage vom Raume nicht nur nicht geklärt, sondern eher verfinstert haben. Kant's dunkle und vage Lehre vom Raume kann nicht als Fortschritt in der Behandlung dieses Themas angesehen werden. Seine Annahme, derzufolge der Raum nichts als „eine Form [das heisst?] unserer Vorstellung sei“ und man „nur aus dem Standpunkte eines Menschen

vom Raume, von ausgedehnten Wesen usw. reden könne<sup>1)</sup> — öffnet einer Menge von unlösbaren Widersprüchen die Thüre. Allerdings werden räumliche Wahrnehmungen durch unsere Sinne so oder so modificirt, es ist z. B. bekannt, wie sich unter dem Einflusse der Haschisch-Narkose kleine Räume in ungeheuer grosse verwandeln. Daraus folgt aber in keiner Weise, dass jenen Erscheinungen, die wir als räumliche wahrnehmen, nicht wirkliche objective Verhältnisse zu Grunde lägen, kurz, dass wir etwa bloß „vom menschlichen Standpunkte aus“ von Raum und Ausdehnung reden dürften. Wenn jene Differenzen und Verhältnisse nicht objectiv existiren sollen, dann kann man ja mit demselben Rechte auch alle anderen, d. h. die nichträumlichen Differenzen, die wir an den Dingen entdecken, bloß für eine „Form“ unserer Vorstellung erklären. Man denke sich nur den chaotischen Zustand, der durch unser ganzes Wissen zöge, wenn es keine Formen, keine Gestalten ausserhalb unserer Vorstellung gäbe; die ganze Geometrie, der ganze Theil der Aesthetik, der sich auf's Räumliche bezieht, würde sozusagen auf Einbildung beruhen, da es dann weder Kreis, noch Dreieck, weder Kegel noch Kugel, weder schöne, noch hässliche Formen gäbe. Das wäre denn doch eine zu grosse Forderung an die Vorstellung. Was ferner die „angeborene Form“ der räumlichen Vorstellung betrifft, so ist sie, nach unserer heutigen ernüchterten Anschauungsweise, bloß so aufzufassen, dass wir die Anlage, räumliche Wahrnehmungen zu machen, mit auf die Welt bringen; daraus folgt aber keineswegs, dass die räumlichen Vorstellungen in uns *a priori* fertig da seien. Im Gegentheil, bevor dieselben fertig werden, muss erstens im Objectiven etwas auf uns einwirken, zweitens müssen den Raumvorstellungen noch so manche Erfahrungscombinationen vorhergehen.

Schliesslich wäre es gewiss interessant, zu wissen, wie so eine ganze Reihe von höchst sonderbaren Voraussetzungen, z. B. die der vierten Raumdimension, von mannigfaltig geformten Räumen usw. gerade durch grosse Namen in Umlauf gebracht werden konnten. Man sollte glauben und wünschen, dass gerade Männer, wie Kant, Gauss, Zöllner, Helmholtz, Riemann usw. sich am allerwenigsten herbeilassen würden, an den Fundamenten der Logik und der gesunden Naturauffassung zu rütteln, und doch haben wir hier ein Beispiel dieser Art vor Augen.

In manchen Fällen scheinen dergleichen Behauptungen damit zusammenzuhängen, dass sich der betreffende Denker nicht genug Zeit gibt, die Sache ausführlich zu durchdenken, und man sollte glauben, dass eben dieser Umstand bei der Aufstellung von Kant's Raum- und Zeittheorie mitgewirkt habe, denn jedenfalls kann man sagen, dass die „Kritik der Reinen Vernunft“ diese inhaltschweren Fragen eigentlich in aller Kürze abgefertigt hat, was nicht sein sollte. In anderen Fällen hingegen

<sup>1)</sup> Kritik d. Rein. Vernunft. Herausgegeben von B. Erdmann. 1884. S. 58.



können sich selbst hervorragende Denker wirklicher Irrgänge schuldig machen, wenn sie sich in eine Gedankenreihe derart vertiefen, dass sie darüber die gesunde Gleichmässigkeit der Anschauung und die Fähigkeit, Gegenstände gehörig zu verwerthen, gewissermaassen einbüssen. Dann können in ihrem Geiste anscheinend glänzende, innerlich aber kränkelnde Ansichten und Theorien aufkommen, deren Hinfälligkeit mitunter von einem einfacheren, aber nicht verblendeten Geiste durchschaut wird. Dieselbe Gedankenverfassung bringt es häufig mit sich, dass neue Wahrheiten gerade unter Denkern, die auf Steckenpferden reiten, ihre erbittertsten Gegner finden. An Beispielen dieser Art wimmelt es.<sup>1)</sup> In manchen Fällen ist es wirklich, als ob ein Wissenschaftler sich absichtlich blind gegen unbequeme Dinge mache, oder als gleiche er jenen beeinflussten Nachtwandlern, denen suggestirt wurde, sie sollen die und die Gegenstände sehen, andere aber nicht.<sup>2)</sup> Besagte Betrachtungen wurden hier eingerückt, um schliesslich zu fragen, ob nicht ähnliche Geisteszustände bei der Ausarbeitung jener neuen räumlichen und geometrischen Theorien mitwirkten? Möge diese Frage von einem Geiste, dem philosophisches und mathematisches Denken in gleichem Maasse zugänglich ist, und der zugleich die Gabe des gesunden Ebenmaasses im Denken besitzt, des näheren untersucht werden. Jedenfalls können wir auch jetzt schon zuversichtlich sagen, dass uns kein Riemann und kein Lobatschewski dazu bringen wird, den geometrischen und zugleich so logischen Vorstellungen Euklid's und den philosophischen Grundanschauungen des Räumlichen zu entsagen.

<sup>1)</sup> Einer der bekanntesten ist jener Machtspruch der Pariser Akademie der Wissenschaften, demzufolge es „keine Aërolithen gäbe und geben könne.“ —

<sup>2)</sup> In neuester Zeit wäre hier namentlich der Standpunkt des Biologen Weissmann und seiner Schule gegenüber der Thatsache der Vererbung erworbener Eigenschaften zu nennen. Unzählige Beobachtungen von Vererbung krankhafter Zustände, die sowohl vor als nach der Geschlechtsreife acquirirt worden waren, ferner die klassischen physiologischen Versuche Brown Sequard's, denen zufolge künstlich beigebrachte Epilepsie sich vererbt —, das alles ist jenen Biologen nichts. Die für ihre Ansichten nicht passenden Thatsachen werden ohne weiteres ignorirt. Einfach ist ein solches Zerhauen gordischer Knoten allerdings, aber —. Und nicht blos für Männer der Wissenschaft gilt dies; wie oft sind auch andere hochintelligente Menschen, sobald sie sich in einen Gedanken allzusehr verbissen, des gesunden Augenmaasses verlustig gegangen, indes einfache Männer ihre Fehler erkannten! Man denke z. B. an die Ursachen von Napoleon's Fall. Es ist nicht nur Thatsache, dass schon bald nach Beginn des russischen Feldzuges in der grossen Armee trübe Ahnungen und Aussichten zu herrschen angingen, indes der Feldherr selber nur von Sieg und Triumph träumte, sondern schon mehrere Jahre früher hatte sich bereits bei einigen Franzosen, z. B. bei dem keineswegs genialen aber pffigen Talleyrand, die Ueberzeugung festgesetzt, der Schwindelbau des Gewaltigen müsse bald zusammenbrechen.