

# Die actuell unendliche Zahl in der Philosophie und in der Natur.

Von Joseph Baur in Lambrecht (Rheinpfalz).

## Stand der Frage.

Zu den Problemen, welche seit Alters den vorwärts drängenden menschlichen Geist beschäftigen, gehört zweifelsohne die Frage nach der Möglichkeit und nach der Wirklichkeit einer unendlichen Reihe. Im 17. Jahrhunderte liess sich zwar ein Autor vernehmen, dass „alle diese Untersuchungen über das Unendliche nicht nur vollständig werthlos, sondern geradezu anstössig seien.“<sup>1)</sup> Allein diese Aufgabe verschwand mit nichten von der Tagesordnung; vielmehr wurde sie nach wie vor von Mathematikern, Astronomen, Philosophen und selbst von Theologen eifrig erörtert.

Vier Meinungen stehen einander schroff gegenüber. Die erste Meinung hält eine actuell unendliche Zahl zwar für möglich, aber nicht für existirend. Eine zweite Ansicht betrachtet die actuell unendliche Zahl für möglich und für existirend. Eine dritte Auffassung erklärt eine derartige Zahl nicht blos für möglich und für existirend, sondern geradezu für nothwendig. Eine vierte Meinung endlich spricht jener Zahl sowohl die Existenz als die Möglichkeit ab. Welche von diesen vier Ansichten den Vorzug verdient, darüber soll die Discussion eröffnet werden. Wenn aber je, so können hier unangenehme Misverständnisse und verwirrende Wortspiele entstehen, falls man sich nicht zuvor einigt über den Gebrauch der *termini technici*. Es möge uns darum verstattet sein, den Stand der Frage etwas näher zu präcisiren.

Unter Zahl im allgemeinen versteht man eine Reihe von Einheiten derselben Art<sup>2)</sup>. Die Eintheilung in rationale und irrationale,

<sup>1)</sup> La Galla in seiner Schrift: *Physica disputatio* etc. Venedig 1612. p. 33.

<sup>2)</sup> Vgl. Dirichlet, Vorlesungen über die Zahlentheorie. 4. Aufl. Leipzig 1894.

in algebraische und transcendenten, in reellen, imaginären und complexen berührt uns hier weiter nicht. Wohl aber müssen wir die Unterscheidung beachten zwischen concreten (benannten) und abstracten (unbenannten) Zahlen. Eine concrete Zahl liegt vor, so oft bestimmte Gegenstände zusammengereicht werden, z. B. 10 Bäume. Bei einer abstracten Zahl jedoch bleiben die Gegenstände ohne jede nähere Bezeichnung und werden ganz unbestimmt aneinander gereicht als Dinge (*entia*), z. B. wenn ich sage  $9 > 8$ . Mit jeder concreten Zahl ist zugleich die darin enthaltene abstracte ohne weiteres gegeben. Dagegen schliesst die abstracte Zahl keineswegs die concrete ein; denn ich kann mir irgend eine ungeheuerere abstracte Zahl denken, welche sich nirgends auf Erden verwirklicht findet.

Wir haben uns ferner zu verständigen über das Wörtchen unendlich. Vor allem müssen wir das sogenannte mathematische Unendlich aus unserer Betrachtung entfernen. Wenn die Geometrie den Satz aufstellt: Parallele Linien schneiden sich erst im unendlichen, so besagt dies noch keine wahre Unendlichkeit. Vielmehr will der Mathematiker damit nur ausdrücken: Auch mit unseren feinsten Hilfsmitteln vermögen wir nur annähernd parallele Linien herzustellen; in Wirklichkeit bilden diese scheinbar parallelen Linien immer einen Winkel, wenn auch nur vom Millionstel einer Bogensecunde. Dieses mathematische Unendlich ist thatsächlich etwas Endliches, freilich ein Endliches, dessen Grenze wir Menschen weder nach oben noch nach unten anzugeben vermögen. Dasselbe gilt, wenn der Mathematiker dieses  $\infty$  oder dieses  $f$  Zeichen gebraucht. Er will damit bloß zu verstehen geben, dass die betreffenden algebraischen oder geometrischen Werthe zwar endlich sind, jedoch unserer menschlichen Berechnung sich entziehen. Sie können durch zwei Eigenschaften sich dieser Berechnung entziehen, entweder wegen ihrer ungeheuren Grösse oder aber wegen ihrer winzigen Kleinheit.

Trotzdem haben neuerdings die Mathematiker Cantor und Borel es versucht, die actuell unendliche Zahl auch in die Mathematik einzuführen. Sie stellen zu diesem Behufe eine unabsehbare Reihe her, wo eine Zahl in wachsender Potenz immerfort mit sich selbst multiplicirt wird, z. B.  $2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots$  bis zum äussersten Gliede, das sie  $\omega$  nennen. Daneben bilden sie eine zweite unabsehbare Reihe  $3, 3^2, 3^3, 3^4, \dots$  und wiederholen dieses Verfahren mit sämtlichen Primzahlen. Das äusserste Glied der ersten Reihe erklären Cantor und Borel für *transfinit*, das äusserste Glied

der zweiten Kette für noch grösser als *infini*, nämlich für *transfini* usw. Mit Recht bemerkt hiezu Evellin<sup>1)</sup>, dass „derartige Ansichten nicht darauf rechnen dürfen, allgemeine Anerkennung zu finden.“ Denn eine wahrhaft unendliche Reihe besitzt eben kein äusserstes Glied, das sich packen und in die Rechnung einführen liesse. So wenig ein Architekt einen Bau aufzuführen vermag, der nach unten keinen Anfang und nach oben kein Ende besässe, so wenig kann der Mathematiker eine Reihe, welche nach einer oder gar nach beiden Seiten hin wahrhaft unendlich wäre, in die Rechnung einführen. Dagegen hindert ihn niemand, das Wort „unendlich“ im Sinne von „unabsehbar“ sowohl bei Raum- wie bei Zahlengrössen zu gebrauchen. Verlassen wir darum das mathematische Unabsehbar und wenden wir uns dem philosophischen Unendlichen zu.

Vor allem begegnet uns die Frage, wie denn in unserem Geiste der Begriff oder wenigstens die Ahnung des Unendlichen entsteht. Cartesius<sup>2)</sup> und seine Schule lassen aus dem uns vermeintlich angeborenen Begriffe des Unendlichen durch Negation den Begriff des Endlichen sich bilden. Allein es scheint uns natürlicher zu sein, den umgekehrten Weg einzuschlagen und den Begriff des Unendlichen aus jenem des Endlichen zu gewinnen. Manche thun dies auf positive Weise. So definirt z. B. Locke das Unendliche als eine „andauernde Anhäufung von Endlichem.“<sup>3)</sup> Andere ziehen den negativen Weg vor. Steht also der Begriff des Unendlichen in rein positivem oder in rein negativem Gewande vor uns? In beiden. Der Begriff des Unendlichen ist einerseits negativ, insofern er jede Grenze ausschliesst; er nimmt andererseits theil am Gebiete des Positiven, insofern er Dinge in sich schliesst, die entweder bereits existiren oder wenigstens existiren können.

Von den mannigfachen Eintheilungen des Unendlichen kommt an erster Stelle die wichtige Unterscheidung zwischen dem actuell Unendlichen (*infinitum actu*) und dem potentiell Unendlichen (*infinitum potentiâ*) in Betracht. Das erstere lässt sich definiren als eine Reihe von solcher Ausdehnung, dass sie niemals noch grösser werden kann. Das letztere<sup>4)</sup> dagegen bedeutet eine Reihe von solcher Aus-

<sup>1)</sup> In seinem Aufsätze: *L'infini nouveau* in der *Revue philosophique* XXV, 135–143. — <sup>2)</sup> Gegen ihn wendet sich Matth. Liberatore in seinen *Institutiones philosophicae*. 3. Aufl. Rom 1864. I, 346. — <sup>3)</sup> In seiner Schrift: *Essay concerning human understanding* I, 2. ch. 15. — <sup>4)</sup> Dieses letztere hat der hl. Thomas im Auge, wenn er nach dem Vorgange von Aristoteles er-

dehnung, dass sie immer noch zu wachsen vermag. Eine andere minder wichtige Distinction bezieht sich auf die in der Reihe enthaltenen Dinge. Würden nämlich diese etwas Continuirliches bilden, z. B. Luft, so hätten wir ein *infinitum secundum magnitudinem*; wären sie aber discret, z. B. Pflanzen, so hätten wir ein *infinitum secundum multitudinem* vor uns<sup>1)</sup>.

Ebenso halten wir es für unerlässlich, den Begriff der Möglichkeit etwas herauszustellen. Kant und seine Schule betrachteten das Mögliche als eine bloße Fiction des menschlichen Geistes. Andere verfielen in das entgegengesetzte Extrem und erklärten das Mögliche für eine besondere Art von Substanz. Die Scholastiker schlugen einen Mittelweg ein, indem sie das Mögliche für ein eigenartiges Mittelding hielten zwischen Sein und Nichtsein<sup>2)</sup>. Sie unterschieden eine objective und eine subjective Möglichkeit. Erstere ist die Möglichkeit an sich betrachtet, ohne Rücksicht auf irgend eine Person oder irgend einen Stoff; die subjective Möglichkeit liegt in dem Stoffe, insofern er etwas wird, was er vorher noch nicht war, z. B. Salz aus Chlor und Natrium. Unsere Aufmerksamkeit gilt nur der ersteren, der objectiven Möglichkeit. Eine andere Distinction bezieht sich auf den Grad der Möglichkeit. Hiernach pflegt man eine dreifache Möglichkeit zu unterscheiden: die metaphysische, die physische und die moralische. Der Unterschied dieser drei Arten tritt deutlicher hervor, wenn wir ihn betrachten an ihrem Gegensatze, an der Unmöglichkeit, welche gleichfalls in die metaphysische, die physische und die moralische zerfällt. Metaphysisch unmöglich ist ein Ding, wenn die Merkmale, aus welchen es sich zusammensetzen sollte, einander ausschliessen, z. B. ein rundes Quadrat. Physisch unmöglich fällt ein Vorgang, welcher allen bekannten Naturgesetzen widersprechen würde, z. B. die Un-

klärt: „*Infinitum est, cuius quantitatem accipientibus semper est aliquid extra sumere*“ (3. p. q. 10. a. 3.). Manche Autoren nennen das potentiell Unendliche *indefinitum*, was allgemeine Nachahmung verdiente. Der Franzose hat dafür die Bezeichnung *indéfini*, was sich vielleicht mit „unabsehbar“ wiedergeben lässt.

<sup>1)</sup> Der hl. Thomas kennt ausserdem folgende Unterscheidungen: „*Aliud est infinitum secundum suam essentiam, aliud est infinitum secundum magnitudinem. Dato enim, quod esset aliquod corpus infinitum, utpote aër, non tamen esset infinitum secundum essentiam*“ (1. p. q. 7. a. 3.). Ferner: „*Infinitum dupliciter dicitur: uno modo secundum rationem formae et sic dicitur infinitum negative. Sic dicitur Deus infinitus . . . Alio modo dicitur infinitum secundum rationem materiae, quod quidem dicitur privative . . . Tale infinitum ex sui ratione est ignotum*“ 3. p. q. 10. a. 3.). — <sup>2)</sup> Vgl. Kleutgen, Philosophie der Vorzeit n. 749.

versehrtheit brennbarer Stoffe mitten in einem starken Feuer. Moralisches unmöglich nennen wir ein Vorkommniß, das mit den Regeln des ethischen Lebens sich nicht vereinbaren lässt, z. B. das wahre Glück eines Lasterhaften. Nur mit der ersten, der metaphysischen, Unmöglichkeit bezw. Möglichkeit haben wir es zu thun.

Da nun die potentiell unendliche Zahl so ziemlich von allen Denkern als möglich anerkannt wird, können wir uns gleich der actuellen zuwenden.

(Fortsetzung folgt.)