

Der Begriff der Zeit.

Von Pfr. C. Th. Isenkrahe in Erzdorf (Rheinland).

(Fortsetzung statt Schluss.)

3. Ein zuverlässiger Wegweiser.

Wenn einmal die Unmöglichkeit des actual Unendlichen klar und sicher nachgewiesen sein wird, soweit wenigstens, dass darüber unter Gläubigen kein Zweifel mehr besteht, dann haben wir darin einen Schlüssel zur Lösung vieler Räthsel und insbesondere auch einen guten Wegweiser zur Orientirung auf dem dunkeln Gebiete, auf welchem wir uns hier befinden. Soweit sind wir nun freilich einstweilen noch nicht, wenn auch das Ziel immer näher zu rücken scheint.¹⁾ Aber nehmen wir einmal an, jener Nachweis wäre zur allgemeinen Zufriedenheit erbracht; alsdann folgt:

a) dass der früher angeführte Satz, an dem der hl. Thomas als Schüler des Aristoteles festhielt, und der auch heute noch von vielen Thomisten vertreten wird: „mundum non semper fuisse sola fide tenetur“, glücklich überwunden ist. Die Welt hat dann einen Anfang — da ihr Alter sonst ein unendliches sein müsste —, und folglich gibt es einen Schöpfer.

Man hat dann auch nicht mehr nöthig, sich mit der apologetischen Ausnutzung der bekannten Clausius'schen Entdeckung, wonach alle Bewegung einstens zum Stillstand kommt, noch weiter zu plagen. Alle Mühe ist da doch vergebens, so lange das actual Unendliche in seiner Möglichkeit noch feststeht. Man denke nur an die „einseitig unendlichen“ Grössen, mit denen die Unendlichkeitstheoretiker sich

¹⁾ Dass das actual Unendliche nicht viele Verfechter mehr hat, räumt Gutberlet in seiner 1878 erschienenen Schrift „Das Unendliche metaphysisch und mathematisch betrachtet“ unumwunden ein. Die „Strömung“, von der sich nur „nicht alle hinreissen lassen“, hat meines Wissens seitdem noch keineswegs abgenommen.

längst abgefunden hatten, ehe Clausius mit seiner Entdeckung kam. Eine Linie z. B., die von hier nach irgend einer Himmelsrichtung hin „in's unendliche“ geht oder von dort bis hierher sich erstreckt, wird dadurch noch nicht endlich, dass sie hier ein Ende hat. Gutberlet nennt derartige Grössen „beziehungsweise unendlich“¹⁾ Und so kann (nach dieser Theorie) auch ein unendlicher Vorrath einmal erschöpft werden, nur gehört dazu, wie sich von selbst versteht, auch eine unendliche Wegnahme. Wenn die endliche Wegnahme unendlich lange andauert, oder die einmalige unendlich gross ist, dann ist das Problem in der einfachsten Weise gelöst. Nun aber trifft das erste Glied dieser Alternative doch offenbar zu, wenn die Welt von Ewigkeit existirt; der von Clausius nachgewiesene Verlust an Bewegungsenergie hat dann schon unendlich lange angedauert und ist also zur Unendlichkeit angewachsen, so dass in der schliesslichen Erschöpfung des ganzen Vorrathes nichts Verwunderliches mehr liegt. Erst recht verfehlt ist die Bemerkung, der man in dieser Sache nicht selten begegnet, dass bei der gedachten Voraussetzung der endliche Stillstand „schon längst“ hätte eingetreten sein müssen. Abgesehen nämlich davon, dass Niemand sagen kann, wann derselbe denn hätte eintreten müssen, und warum überhaupt früher, stellt man sich damit auch geradezu auf den gegnerischen Standpunkt, indem man stillschweigend zugibt, dass bei rechtzeitigem Eintritt des Stillstandes gegen die anfanglose Bewegung nichts zu erinnern sein würde — sonst hat ja die Betonung des zu späten Eintritts keinen Sinn.

Kurz, man muss hier generell vorgehen und das actual Unendliche in sich als unmöglich darthun. Ist dieser Nachweis aber erbracht, dann hat man die in Rede stehende physikalische Entdeckung nicht mehr nothwendig. Sie ist dann vielmehr schon gleich überholt durch das weit wichtigere Resultat, dass die Welt einen Anfang hat, und dass es also einen Schöpfer geben muss, womit ungleich mehr gewonnen ist, als mit dem *primus motor*, auf den jene Argumentation abzielt.

Sodann folgt aus dem fraglichen Nachweise speciell für unseren Gegenstand, dass es

b) eine Existenzweise geben muss, die kein „Dauern“ ist. Denn wenn die Welt ihrer „Dauer“, dieses successiven Seins wegen einen

¹⁾ A. a. O. S. 68. Vgl. dazu meinen Aufsatz über „Das Unendliche in der Ausdehnung“ in der Zeitschr. f. Philosophie u. philos. Kritik, 86. Bd., 1. u. 2. Heft.

Anfang und also einen Schöpfer fordert, so kann letzterer nicht auch wieder „dauernd“ existiren.

c) Weiterhin fällt nun auch viel Licht in das grosse Räthsel des Raumes. Was ist der leere Raum? Antwort: das pure Nichts. Denn wenn er ein Etwas wäre, eine selbständige Realität, so müsste er auch unendlich sein, was gewiss jeder zugibt. Nun erklärt sich auch, warum der Raum nicht weggedacht werden kann. Denn wo nichts ist, hört alles Wegdenken auf. Durch Wegdenken entsteht eben gerade der (leere) Raum: er ist Körperabwesenheit. Ist aber der leere Raum nichts, dann ist der „erfüllte“ auch nichts, da das Nichts nicht erfüllt werden kann. Und was wird nun aus dem „möglichen“ Raume? Das „mögliche Nichts“! Das können also höchstens Körper sein, durch deren Beseitigung jene Möglichkeit realisirt wird. Noch widersinniger erscheint nun die „mögliche Zeit“, da diese ihrem ganzen Umfange nach zugleich existiren müsste, was doch ihrem Begriffe widerspricht. Was wird endlich aus der „absoluten“ Bewegung oder Ruhe (neben der „relativen“)? Wenn der Raum keine Realität ist, so hat er auch keine Theile, die der bewegte Körper successiv durchwandern könnte; es gibt dann eben nur eine relative Bewegung oder Ruhe, d. i. Abstandswechsel oder Abstandsconstanz. Von hier aus gewinnt man denn auch einen überraschenden Ausblick in den Copernicanischen Streit. Bei der Frage, ob sich die Erde oder die Sonne bewege, wurde doch immer an eine absolute Bewegung gedacht.

d) Endlich nur noch eine Frage: wie gross ist „das Reich des Möglichen“? Oder concreter gesprochen: wie viele sind der möglichen Dinge, wie gross ist ihre Zahl oder Menge? Wer dem Möglichen, diesem *ὄν δυνατόν*, auch nur eine „ideale Existenz“ zuschreibt, wird danach seine Stellung in der Unendlichkeitsfrage einrichten müssen. Mir scheint hier das Haupthinderniss zu liegen, warum das actual Unendliche bis jetzt noch nicht hat überwunden werden können.¹⁾

Aus allem Gesagten dürfte hervorgehen, dass die Unendlichkeitscontroverse keineswegs, wie wohl manche glauben mögen, zu den sog. Doctorfragen gehört, die man jungen Leuten zur Uebung ihres Scharfsinns ruhig überlässt. Sie ist vielmehr von so centraler Bedeutung, dass man gar nicht an ihr vorbeikommt, will man nicht in den

¹⁾ Mit Recht wundert sich Gutberlet (a. a. O. S. 9.) darüber, wie man heutzutage das actual Unendliche so allgemein verwerfen und doch festhalten könne an der Unendlichkeit der von Gott erkannten „möglichen Dinge“

wichtigsten Fragen im Dunkeln tappen oder alte Irrthümer gedankenlos mitschleppen. Ist doch selbst die speculative Theologie an dieser Controverse ganz wesentlich interessirt — bei der Frage nämlich, wie die göttliche Unendlichkeit, namentlich die Ewigkeit und die Allgegenwart Gottes nicht zu denken sei.

Ich weiss wohl, dass mit einer kurzen Erörterung, wie sie hier folgen soll, das alte, schwierige Problem nicht definitiv gelöst werden kann, aber vielleicht bringt sie uns doch der Lösung einen Schritt näher.

4. Die Unmöglichkeit des actual Unendlichen.

Vom actual Unendlichen pflegt das potential Unendliche unterschieden zu werden. Da jedoch letzteres gar nicht streitig ist, so soll hier — zunächst wenigstens — nur von ersterem die Rede sein.

Man findet den Begriff dieses Unendlichen in verschiedenen Fassungen. Die gebräuchlichsten dürften folgende sein: a) Ohne Ende, Grenze, Schranke. b) Was nicht grösser gedacht werden kann. c) Grösser als jede endliche Grösse. Diese Definitionen haben wir also der Reihe nach zu betrachten.

Ad a.) Unter Ende, Grenze und Schranke versteht man im gewöhnlichen Leben nicht dasselbe. Als das „Ende“ eines ausgedehnten Objectes gilt uns dessen letzter Theil, als „Grenze“ aber das anliegende Object, welches jenes am Wachsen oder an der Fortbewegung nach der betreffenden Seite hin hindert, und wenn nun dieses Wachsen oder die Fortbewegung speciell als intendirt gefasst wird, so wird die Grenze zur „Schranke“. Im wissenschaftlichen Sprachgebrauche bindet man sich an diese Unterscheidung weniger, aber da sie doch — mag man die Termini wählen wie man will — jedenfalls sachlich begründet ist, so werden wir der Klarheit wegen gut thun, sie hier zu grunde zu legen und insbesondere zwischen „Ende“ und „Grenze“ scharf zu unterscheiden.

Achten wir nun zuerst auf die „Grenze“. Versteht man darunter das anliegende Object bzw. die anliegenden Objecte rings herum, so leuchtet ein, dass, wenn diese auch fehlten, das Object selbst dadurch nicht grösser würde. Es wäre dann „unbegrenzt“, aber noch genau so gross oder klein wie zuvor. Daraus folgt, dass diese Definition hier ausser Betracht bleiben kann. Unbegrenzte Objecte sind noch keineswegs unendliche.

Um unendliche Objecte herzustellen, muss man also das Ende (die Enden) wegschaffen, d. i. den letzten Theil (die letzten Theile).

Dass das so leicht nicht ist, wie das Wegschaffen der Grenze, ist sofort klar. Denn Grenzen sind positive Objecte, die nach Belieben hin- und weggedacht werden können, aber in den Enden steckt ausser dem positiven noch ein negatives Moment, bei welchem kein Wegdenken möglich ist, anders wenigstens nicht als durch eine positive Setzung, die dann auf ihre Möglichkeit noch erst geprüft werden muss. Denn derjenige Theil ist doch nach jeder Seite des betreffenden Objectes hin der „letzte“, über welchen weitere Theile (oder ein weiterer) nicht hinausliegen. Die Wegschaffung dieses „Endes“ wird also dadurch zu geschehen haben, dass ein weiterer Theil herbeigeschafft wird, der dem bisherigen seinen Charakter als „Ende“ nimmt. Aber selbstredend kann das nichts helfen, wenn nun der neue Theil selber das „Ende“ wird. Offenbar muss also, wenn geholfen werden soll, gleich ein Unendliches beigefügt werden, d. h. (nach dem Gesagten) ein Quantum, welches keinen Theil enthält, über welchen kein weiterer hinausliegt, oder positiv ausgedrückt, bei welchem über alle Theile weitere (oder ein weiterer) hinausliegen. Ist das möglich? „Alle Theile“ machen doch das ganze Object aus, und so müsste also über das ganze Object wenigstens ein weiterer Theil hinausliegen, m. a. W. es müsste grösser sein als es ist. Dass das nicht möglich ist, leuchtet ein. Jedes Object kann grösser werden als es ist, aber keines kann grösser sein als es ist. Hier haben wir denn auch das potential Unendliche neben dem actualen. Jenes verlangt das Grösser werden ausgedehnter Objecte, dieses ihr Grössersein.

Oder sollte hier etwa ein Bedenken obwalten gegen die Gleichstellung „aller Theile“ mit dem ganzen Object? In der That ist ja eine solche Gleichstellung nicht immer statthaft, da die einzelnen Theile auch alternativ in Betracht gezogen werden können. Aber hier trifft dieser Einwand nicht zu. Es ist ja überhaupt nicht nöthig, von „allen Theilen“ zu reden, denn nur auf den letzten kommt es an. Nur er bedarf des vom Unendlichen geforderten „weiteren“ Theiles, um durch diesen seines Charakters als „letzter“ beraubt zu werden, die übrigen Theile haben ja auch jetzt schon diesen Charakter nicht. Und so darf man also die Definition dahin fassen, dass bei einem unendlichen Objecte ein Theil über den letzten hinausragt.

Der hier hervorgehobene Widerspruch trifft offenbar alle ausgedehnten Objecte, räumliche wie zeitliche, da sie ja alle theilbar sind, und deshalb wenigstens in Gedanken Theile an ihnen unter-

schieden werden können. Was speciell die Zahlen anlangt, so tritt da jener Widerspruch noch deutlicher hervor, weshalb bei ihnen die mögliche Unendlichkeit denn auch meist preisgegeben wird. Die Zahlen sind — ich möchte sagen zu offenerherzig, als dass sie sich mit dem Scheine der Unendlichkeit umkleiden liessen. Sie protestiren selber gegen diesen Schein, denn sie heben ja selber ihre letzte Einheit deutlich hervor. Die Zahl 100 z. B. enthält ausser der hundertsten auch noch 99 andere Einheiten, aber nach diesen nennt sie sich nicht, sondern eben gerade nach der letzten.

Zu dem hier hervorgehobenen, im Begriffe des Unendlichen liegenden Widerspruche kommen aber nun noch mancherlei andere, die sich als absurde Consequenzen darstellen. Statt vieler möge hier einer genügen. Offenbar wird die Linie, die ich von hier aus einerseits nach Norden und andererseits nach Süden, beiderseits „in's unendliche“ gehend, mir denke, durch meinen Standpunkt in zwei Theile getheilt. Sind das nun zwei Hälften, d. h. sind die Theile einander gleich? Vielleicht werden die Gegner antworten, dass das sich nicht angeben lasse. Aber jedenfalls werden doch die beiden Theile entweder gleich oder ungleich sein müssen. Sonst haben wir ja sofort die absurde Consequenz, dass zwei ganz gleichartige Grössenobjecte angenommen werden, die ihrer Grösse nach weder gleich noch ungleich seien. Um nun dieser Consequenz auszuweichen, werden die Gegner wohl am ehesten geneigt sein, zur Gleichsetzung ihre Zuflucht zu nehmen, da andernfalls die Unendlichkeit des kürzeren Theils ja schon gleich preisgegeben werden müsste. Freilich gewinnt man auch mit der Gleichsetzung eigentlich nichts, da zwei gerade Linien doch nur dann gleich lang sein können, wenn sie, auf einander gelegt, mit ihren beiden Enden zusammenfallen. Aber abgesehen davon liegt doch auch auf der Hand, dass die beiden Linien nicht immer gleich sein und bleiben können, wie weit ich auch nach Norden oder nach Süden fortschreite. Und so habe ich es dann, wenn sie jetzt gleich sind, in der Hand, nach Belieben die eine oder andere zur „kürzeren“ und also endlichen zu machen.

Ohne Bedeutung ist es, wenn hiergegen, wie es wohl geschieht, auf die Inamovibilität des Raumes hingewiesen wird. Denn um ein wirkliches Aufeinanderlegen handelt es sich ja hier nicht, sondern um ein gedankliches. Ausserdem steht auch Niemanden etwas im Wege, statt der Linien sich körperliche Objecte, Fäden, Seile usw. zu denken.

Derartige Rettungsversuche beweisen nur die verzweifelte Situation, in der man sich hier befindet.

Ad b.) Die an zweiter Stelle angeführte Definition hat zunächst alles das gegen sich, was soeben über die Unmöglichkeit, die Enden wegzubringen, gesagt wurde. So lange nämlich die ausgedehnten Objecte Enden haben, können sie ganz gewiss auch grösser gedacht werden. Immer lassen sich dann in Gedanken weitere Theile beifügen. Die Enden selbst aber bringt man nicht fort, selbst wenn man sich zu der Annahme quälen wollte, in irgend einem Falle liessen sich weitere Theile nicht denken. Denn wenn dieselben sich nicht denken lassen, dann sind sie sicher auch nicht vorhanden, und die Enden bleiben also nach wie vor bestehen.

Dazu kommt aber hier noch ein besonderer, höchst misslicher Umstand. Bei der in Rede stehenden Definition ist man nämlich genöthigt, Grössenobjecte anzunehmen, die weder endlich noch unendlich sind. Wie gross ist z. B. das Alter der Welt, wenn diese von Ewigkeit her existirt? Als endlich wird man dasselbe dann doch unmöglich bezeichnen können. Aber eben so wenig ist es unendlich, da es sich ja von Tag zu Tag vermehrt und also nicht nur grösser gedacht werden kann, sondern auch thatsächlich immer grösser wird. Ebenso verhält es sich mit den einseitig-unendlichen Linien: sie sind nicht endlich und nicht unendlich. So haben wir nun also Mitteldinge, die man etwa als „halbunendliche“ wird zu bezeichnen haben. Wie ist es aber nun, wenn man zwei derartige „Hälften“ zusammenfügt: kommt dann etwa ein „Ganzunendliches“ heraus? Das sollte man gewiss meinen, aber es ist wieder ein Irrthum. Die früher gedachte Linie, die von hier nach Norden und nach Süden hin in's unendliche geht, mag, wenn sie so bleibt, als „ganz unendlich“ gelten; aber wie ist es denn nun, wenn ich in der Mitte ein Stück fortnehme oder, ehe ich die zweite Linie ziehe, erst einen Schritt rückwärts gehe? Dann haben wir zwei „halbunendliche“ Linien, deren Summe doch immer noch keine „ganz unendliche“ ausmacht, also ein zweites Mittelding, wieder von besonderer Art. Und wie ist es endlich, wenn ich das weggenommene Stück wieder beifüge? Dann liegt die merkwürdige Thatsache vor, dass eine Summe, die früher nicht unendlich war, durch Beifügung eines ganz kleinen endlichen Stückes unendlich wird. Alles das sind doch wohl Dinge von so misslicher Art, dass man sie ohne Bedenken auch als Absurditäten bezeichnen kann.

Aber damit ist der eigentliche Fehler der obigen Definition oder, besser gesagt, die Quelle, aus der der Fehler entspringt, noch nicht aufgedeckt, und darum müssen wir noch etwas genauer auf die Sache eingehen.

Wenn dieses oder jenes „nicht grösser gedacht werden kann“, so erhebt sich ganz von selbst die Frage: warum denn nicht? Ist daran vielleicht unser (menschliches) schwaches Denkvermögen schuld? Im vorliegenden Falle lautet die Antwort ganz bestimmt: nein, dasselbe kann an sich nicht grösser gedacht werden. Und auf die weitere Warum-Frage heisst es dann: weil im Grösserdenken ein Widerspruch liegt. Wenn nämlich „alles Mögliche“ an Ausdehnung, „alles Mögliche“ an Länge, Breite, Tiefe, an Kraft, an Zeit usw., kurz „alles Mögliche“ an der Ausdehnung, die eben gerade in Frage steht, gedacht ist, wie kann man dann noch etwas darüber hinaus denken wollen?

Das ist der gegnerische Standpunkt, und damit dürfte denn auch die Quelle des Irrthums aufgedeckt sein. Sie liegt in dem aristotelischen Möglichkeitsbegriff. Wer das Mögliche als ein $\acute{\alpha}\nu$ bezeichnet und ihm also ein, wenn auch noch so abgeschwächtes — „ideales“, „potentiales“ — Sein zuspricht, der kann sich des actual Unendlichen nicht mehr erwehren, weil er ja selber ein solches statuirt. Er statuirt nämlich damit ein Seiendes, welches nicht, wie das „potential Unendliche“ es doch eigentlich thun sollte, wachsend entsteht, immer grösser wird, aber nie zur wirklichen Unendlichkeit vordringen kann, sondern ein für allemal fertig gegeben ist und dabei seinem Umfange nach dem vollen Begriffe der Unendlichkeit entspricht. Denn wer wird versuchen wollen, „allem Möglichen“ in Gedanken noch eine weitere Möglichkeit beizufügen? Freilich wird auch andererseits kaum jemand im Ernst versuchen, diesen Möglichkeitsbegriff, diese Vorstellung von einem in sich abgeschlossenen, nicht weiter mehr vergrösserungsfähigen Kreise „aller“ Möglichkeiten mit der göttlichen Allmacht oder auch nur mit dem menschlichen Denkvermögen in Einklang zu bringen. Wenn Gott schöpferisch thätig ist, so vernichtet er doch dadurch seine Schöpfermacht nicht, sondern diese bleibt immer bestehen; und wenn der Mensch sein Denkvermögen bethätigt, so büsst er dadurch dieses Vermögen nicht ein, sondern er kann es auch später so gut bethätigen wie früher. Er kann die von ihm gedachten Möglichkeiten nicht realisiren wie Gott, aber eine ideale, d. h. gedankliche Wirklichkeit kann er ihnen geben. Wir haben es hier eben nur

wieder mit Widersprüchen zu thun, zu denen der in Rede stehende Möglichkeitsbegriff führt.

Aus dem Gesagten dürfte mit leidlicher Klarheit hervorgehen, was auf die gegnerische Annahme zu erwidern ist. Das rein Mögliche hat als solches gar kein Sein, auch kein ideales¹⁾, wie die Gedankendinge. Es „kann gedacht werden“ — so wird das Mögliche ja gewöhnlich definirt —, aber damit ist es noch nicht gedacht. Was nun aber soll „nicht grösser gedacht werden können“, das muss doch zuerst selber gedacht sein. Dann aber ist es auch immer endlich und vermehrbar.

Uebrigens sollte man beim Gebrauch des Infinitivs „Sein“ vorsichtig sein und nicht, wie es vielfach geschieht, das Seiende selbst mit seinem Sein verwechseln. Es wird dadurch viel Unheil und Verwirrung angerichtet. Näher kann hier auf diesen Punkt, so wichtig er ist, nicht eingegangen werden.

Ad c.) Die an dritter Stelle angeführte Definition ist die in der Mathematik gebräuchliche. Sie hat vor den beiden anderen den Vorzug, dass darin die im Begriffe „gross“ ganz wesentlich liegende Relativität genügend zur Geltung gebracht wird. Nichts ist ja an sich gross oder klein, sondern immer beruht diese Bezeichnung auf einem Vergleich mit anderen Objecten derselben Art, wie das ja bekannt ist. Ausserdem ist nun auch der Weg zur Begriffsbestimmung des unendlich Kleinen gewiesen. Wie nämlich das unendlich Grosse grösser ist als jede endliche Grösse, so ist das unendlich Kleine in der entsprechenden Weise kleiner. Dazu kommt, dass man jetzt den früher hervorgehobenen Schwierigkeiten entgeht. Ob nämlich das unendlich Grosse Enden hat oder nicht, ob es grösser gedacht werden kann oder nicht, das ist gleichgiltig; unendlich gross wird es dadurch und dadurch allein, dass es grösser ist als jede endliche Grösse.

Wenn diese Definition richtig verstanden, d. h. wenn dabei eine nothwendige Einschränkung, von der weiter unten die Rede sein soll, nicht vergessen wird, dann ist gegen dieselbe nichts einzuwenden; ohne diese Einschränkung aber ist sie eben so unhaltbar wie die beiden früheren.

¹⁾ Gegen Glossner, welcher gemeint hat, mit der Leugnung der objectiven Realität des Möglichen werde die (göttliche und creatürliche) Freiheit angetastet, vgl. meinen bereits erwähnten Aufsatz S. 182 f.

Wenn nämlich die unendlichen Grössen grösser sein wollen als alle endlichen, dann fragt sich ja: wie gross sind denn diese? Sind sie nicht beliebig gross? Offenbar; denn aus ihrem Charakter als „endliche“, also „Enden habende“ folgt ja für ihre Grösse noch gar nichts. Also wollen nun die unendlichen Grössen grösser sein als alle „beliebig grossen“:

Um diesem Widerspruch zu entgehen, wird man vielleicht versuchen, jenes „Beliebig“ einzuschränken und zu sagen, die endlichen Grössen seien, wenn auch in ihrem Bereich, d. h. im Bereich der Endlichkeit, beliebig gross, so doch immer kleiner als unendliche. Allein dadurch beraubt man sich jedes positiven Anhaltes für die Begriffsbestimmung beider Arten von Grössen. Denn wenn die unendlichen Grössen ihre Unendlichkeit allein daher nehmen, dass sie grösser sind als alle endlichen, diese aber hinwiederum ihre Endlichkeit daher, dass sie kleiner sind als alle unendlichen, so gewinnt ja die erstere Definition, wenn wir für die „endlichen Grössen“ den dafür gefundenen Werth einstellen, eine ganz curiose Gestalt: unendliche Grössen sind dann solche, die grösser sind als alle, die — kleiner sind denn sie! Was ist das denn nun für eine Definition? Gilt das nicht von allen Grössen, dass sie grösser sind als kleinere? Man kann hier nicht einwenden, dass die nämliche Absurdität sich für die endlichen Grössen ergebe, da diese nun kleiner seien als alle grösseren. Denn dieser fatale Umstand, der allerdings nicht gelehnet werden kann, trifft ja auch nur wieder unsere Gegner, sofern sie zwei verschiedene Arten von Grössen neben einander stellen wollen. Es gibt überhaupt nur Grössen; sie alle sind grösser als kleinere und kleiner als grössere.

Es ist also bei obiger Definition in der That eine Einschränkung nothwendig, und diese ergibt sich denn auch ganz von selbst, wenn wir den mathematischen Usus näher ansehen. Wo nämlich unendliche Grössen auftreten, da sollen diese nicht grösser gestellt werden als alle endlichen Grössen, sondern nur als diejenigen, die man eben in Betracht ziehen will. Man schränkt da den Kreis der Betrachtung willkürlich ein und dehnt ihn nur soweit aus, als es für die wünschenswerthe Genauigkeit nöthig erscheint. Wie könnte man sonst z. B. n^∞ von $2n^\infty$ unterscheiden? Und wie könnte man von unendlichen Grössen „verschiedener Ordnung“ reden? Wir können hier nicht näher auf die Sache eingehen; ich halte es aber für leicht,

nachzuweisen, dass die Mathematik das actual Unendliche nicht nur nicht postulirt, sondern durchaus perhorrescirt. Einen Fehler begeht man allerdings, wenn man z. B. einen Bruch mit unendlichem Nenner = 0 stellt, aber eine correcte Gleichstellung ist damit auch nicht gemeint. Und noch weniger kann behauptet werden, dass hierdurch, wie Einzelne sich ausgedrückt haben, „ein arger Missbrauch mit dem Gleichheitszeichen“ getrieben werde; denn man hat es ja ganz in der Gewalt, den Fehler auf ein beliebig kleines Maas hinabzudrücken — man braucht eben nur die durch das Unendlichkeitszeichen angedeutete Steigerung der betreffenden endlichen Grösse weit genug fortzusetzen. Im übrigen braucht wohl kaum gesagt zu werden, dass es nicht angeht, in der uns hier beschäftigenden philosophischen Frage mit einem mathematischen Usus etwas beweisen zu wollen.

Nach dieser durch die Umstände gebotenen Digression kehren wir nun zu unserem Gegenstande zurück.

(Schluss folgt.)