

Philosophischer Sprechsaal.

Zur Analyse des Raumes.

Der Verfasser der unter diesem Titel erschienenen Erörterungen¹⁾ wird gestatten, dass einige seiner Gedanken kritisch besprochen werden.

Er geht von der Voraussetzung aus, dass der Raum etwas von den Dingen Verschiedenes und von ihnen unabhängig Existierendes sei, etwas Substantielles.

Aber dies kann so wenig vorausgesetzt werden, dass es vielmehr eines der Probleme ist, in welche sich nach des Verfassers Worten „das Raumproblem aufgelöst hat“; ja es ist vielleicht eines der zuletzt lösbaren.

Herr Al. Müller hält die Selbständigkeit und Substantialität des Raumes für selbstverständlich, so sehr, dass es ihm „immer unbegreiflich war, wie solche, die die Objektivität der Aussenwelt annehmen, den Raum anders fassen können“. Aber gerade die Tatsache, dass viele solche Männer den Raum anders fassen können, hätte dem Verfasser Bedenken erregen müssen, ob denn wirklich seine Voraussetzung so selbstverständlich sei. Es kann ja sein, dass diese Männer sich irren; aber dies müsste bewiesen werden, und was erst bewiesen werden muss, darf man nicht zur Voraussetzung machen.

Herr Aloys Müller sagt, dass „jeder der voraussetzungslos und nicht hypnotisiert von Schulmeinungen, Astronomie studiert, sich zu seiner Ansicht bekennen müsse“. Ich will nur kurz warnen, von Hypnose und Schulmeinungen zu reden, wo es sich darum handelt, Astronomen gegen Philosophen auszuspielen; wenn es Hypnose durch Schulmeinungen gibt, so gibt es das nicht nur in der Philosophie und Scholastik, sondern sicher auch anderswo. Aber sicher hat Herr Al. Müller recht, dass sich jeder Voraussetzungslose zu seiner Ansicht bekennen muss, aber nur dann, wenn Hr. Müller selbst voraussetzungslos ist und seine Ansicht beweist. Sonst hilft es auch nichts, wenn man spöttische Aeussertungen von ungenannten Astronomen gegen die andere Meinung zitiert.

Vor allem müssten dann aber die Argumente widerlegt werden, welche längst gegen die Substantialität des Raumes vorgebracht worden sind, und die doch wahrlich des Gewichtes nicht entbehren. Ich erinnere nur an das eine Argument: wenn der Raum eine Substanz ist, so ist eigentlich die ganze Welt verdoppelt: an dem nämlichen Orte sind dann immer zwei Dinge, der Raum und ein Körper; damit ist aber weder für die Erklärung des Ortes noch für die der Bewegung irgend etwas geleistet, da der Raum ohne jede Differenzierung ist. Man müsste dann wieder fragen, wodurch irgend ein Ort des Raumes be-

¹⁾ Phil. Jahrb. 1903 S. 49 ff.

stimmt werde, und wie sich ein Körper durch den Raum bewege. Also nur überflüssige Verdoppelung.

Soll ich Herrn Al. Müller verraten, dass wir Philosophen die Meinung von der Selbständigkeit des Raumes als eine naive Projektion abstrakter mathematischer Vorstellungsgewohnheit in die Wirklichkeit betrachten?

Und soll ich ihm noch verraten, dass das einzige objektive Bedenken gegen unsere Meinung von der Unselbständigkeit des Raumes in dem Gedanken von leeren Zwischenräumen besteht, von denen man gar nicht weiss, ob es solche gibt, ja geben kann?

Herr Al. Müller glaubt durch das, was gegen die neuscholastische Definition des Raumes: „Möglichkeit von ausgedehnten Körpern“, gesagt werden kann, auch die alt- und neuscholastische usw. Meinung von der Unselbständigkeit des Raumes widerlegt zu haben. Aber diese Meinung hängt mit jenem Definitionsversuch gar nicht wesentlich zusammen. Ich erlaube mir z. B., obwohl ich von der Unselbständigkeit des Raumes ebenso sehr wie von der Farbe überzeugt bin, den Raum doch ganz anders zu definieren: der Raum ist die *in abstracto* gedachte und vorgestellte Ausdehnung der Körper.

Indessen müsste man jene neuscholastische Definition anders würdigen und, wenn man sie verwirft, anders widerlegen als Herr Al. Müller. Sie will die Definition eines Begriffes sein, und nicht die einer Sache! Denn die Sache, den ausser den Körpern bestehenden Raum, leugnen ja gerade die Neuscholastiker. Wollte man, wie Herr Al. Müller es tut, annehmen, unser Aetherraum sei begrenzt, und dann ein zweites Weltall annehmen, welches mit unserem in keiner Verbindung stehe, so wird wohl die ganze Neuscholastik sagen, dass dies unmögliche Annahmen sind, also nichts beweisen.

Ganz anders müsste man gegen die Definition vorgehen. Man müsste sagen: Den Raum brauchen wir für die Bewegung der Körper, und er muss in gleicher Weise dort sein, wo Körper sind, wie dort, wo keine sind. Was soll nun da die „Möglichkeit ausgedehnter Dinge“ bedeuten? Und eine Möglichkeit kann doch nur auf Grund einer Wirklichkeit gesagt werden. Was ist denn die Wirklichkeit, welche der „Möglichkeit ausgedehnter Dinge“ zugrunde liegt? Wenn man diese Wirklichkeit nicht einfach in die göttliche Schaffensmacht verlegt — womit aber nichts geholfen wäre —, so bleibt doch nur der Raum als reale Ausdehnung übrig: weil reale Ausdehnung da ist, können ausgedehnte Körper da sein. So müsste man jene Definition widerlegen.

Auf den Einwurf der Zwischenräume und des äussern Raumes könnte die Neuscholastik nicht so schlecht erwidern: wir nennen die Zwischenräume — wenn es solche gibt — „Möglichkeit ausgedehnter Körper“, weil die Lage der Körper zwischen denen ein Zwischenraum ist, derart ist, dass ohne weiteres andere Körper zwischen sie eintreten und dort bleiben können. Und das, was man ausserhalb der angenommenen Grenzen der Welt sich denken kann, nennen wir ebenso, weil dort ohne Hindernis Körper sein könnten, indem z. B. die vorhandenen Körper sich weiter ausdehnen.

Ich sage dies nur, um zu zeigen, dass diese Dinge nicht so einfach und selbstverständlich sind, dass hier vielmehr ganze Probleme vorliegen, z. B. das der Möglichkeit leerer Räume zwischen den Körpern. Ich selbst sage freilich, dass der sog. Zwischenraum, sowie auch das, was ausserhalb der Weltgrenzen

ist, wenn die Welt begrenzt ist, eben nichts ist. Doch zu genauerer Erklärung hierüber ist hier noch nicht die Zeit.

Ob der Raum unendlich oder endlich ist?

Wer diese Frage analytisch behandelt, müsste vor allem darstellen, wie man überhaupt auf den Gedanken kommt, ob der Raum unendlich sei, dann würde auch der Begriff dieser Unendlichkeit beleuchtet werden.

Ich gebe nun vor allem Herrn Al. Müller zu, dass die Behauptung einer potentialen Unendlichkeit hier gar keine wesentlichen Dienste leistet. Nur möchte ich bemerken, dass sie doch zu der Definition des Raumes als Möglichkeit ausgedehnter Dinge sehr gut passt. Für die Erklärung der Wirklichkeit ist freilich durch beides nicht viel gewonnen.

Ich gebe ebenfalls Hrn. Al. Müller zu, dass sein Raum — ich meine nicht den, welchen er einnimmt, sondern den Raum nach seiner Auffassung — unendlich sein muss. Aber nicht aus dem Grunde, welchen er angibt, sondern deshalb, weil im Wesen des Raumes, wenn derselbe ein selbständiges Ding ist, kein Grund zu einer Begrenzung liegt, und weil es nichts gibt, was ihn von aussen begrenzen könnte. Seinen Beweisgrund erkenne ich nicht an. „Eine Grenze kann ihrem Begriffe nach nur Raum von Raum scheiden. Eine Grenze des ganzen Raumes ist ein logischer Widerspruch.“ Herr Al. Müller setzt also voraus, im Begriffe der „Grenze“ liege es, Gleichartiges von Gleichartigem zu scheiden. Dies kann ich aber durchaus nicht im Begriffe der Grenze finden. Oesterreichs Grenze scheidet nicht Oesterreich von Oesterreich, sondern Oesterreich von anderen Ländern. Nun kann man allerdings sagen, Länder seien gleichartige Dinge. Gut. Aber Frankreichs Westgrenze ist der atlantische Ozean, der kein Land ist. Und wird entgegnet, dass der atlantische Ozean ebenso ein Teil der Erdoberfläche ist, wie Frankreich, also auch ein gleichartiges Ding, so ist doch die Oberfläche des Ozeans seine Grenze, welche ihn nicht von Gleichartigem scheidet, sondern von der Luft. Und sagt man die Luft sei doch auch ein Körper, also etwas dem Wasser Gleichartiges, so macht es doch für den Ozean nichts aus, ob die Luft da ist oder nicht. Wäre sie auch nicht da, und kein anderer Körper an ihrer Stelle, so würde doch der Ozean einmal aufhören und eine Oberfläche haben. Grenze ist eben das Aufhören eines Dinges, worüber hinaus nichts mehr von dem Ding ist, gleichviel ob etwas Anderes dort ist oder nichts. Also ist Grenze des Raumes kein logischer Widerspruch. Mit demselben Rechte würde Herr Müller beweisen, dass es unendlich viele Körper geben müsse, da Grenze, weil nur Gleichartiges von Gleichartigem scheidend, immer nur Körper von Körper scheidet, aber nicht einfach das Aufhören der Körper bedeuten könne.

Indessen führt Herr Al. M. diesen Beweis nicht, und zeigt dadurch, dass er tatsächlich nicht aus dem Begriffe der Grenze, sondern vielmehr aus dem Begriffe des Raumes den Beweis der aktualen Unendlichkeit entnimmt, was bei seinem Raumbegriff, wie gesagt, seine Richtigkeit hat.

Indem er nun unter der Voraussetzung, dass der Raum unendlich sei, die Frage aufwirft, ob im unendlichen Raume das Weltall (= die Gesamtheit der Körper) begrenzt sei oder nicht, kommt er zu dem Dilemma, dass für beide Annahmen gewichtige Gründe zu sprechen scheinen. Er lässt indessen die beiderseitigen Gründe dahingestellt, und verweist auf einen für alle Fälle mög-

lichen, höheren Weg zur Lösung des Dilemmas: die Möglichkeit des vierdimensionalen Raumes. Er glaubt nämlich, dass unter der Voraussetzung einer 4. Dimension der uns gegebene dreidimensionale Raum¹⁾ sowohl in einer Beziehung endlich, als in anderer Beziehung unendlich sein könne.

Damit ist nun eigentlich ein ganz neues und eigenartiges Problem aufgerollt. Ich erlaube mir daher einige Vorbemerkungen hiezu.

Vor allem müsste man sich doch, ehe man die 4. Dimension proponiert, über die 3 Dimensionen klar werden, was sie sind und bedeuten. Hr. Al. M. unterlässt dies.

Und dies ist um so empfindlicher, da er bisher von dem Raum gesagt hat, dass er unendlich sei, d. h. vom Raume überhaupt: eine Behauptung, die dann, wenn es eine 4. Dimension gibt, natürlich vom vierdimensionalen Raume gelten muss und nicht mehr vom dreidimensionalen gelten kann, der ja dann nur eine Erscheinung oder Gestalt im vierdimensionalen Raume sein könnte.

Also vor allem wäre eine Auseinandersetzung über die 3 Dimensionen erforderlich. Indessen will ich sofort an die Prüfung dessen gehen, was Hr. M. über den vierdimensionalen Raum sagt.

Er erklärt die gleichzeitige Existenz eines drei- und eines vierdimensionalen Raumes für möglich.

Hr. M. geht dabei von der Annahme eines zweidimensionalen Wesens aus, das sich auf einer Kugeloberfläche befinde. Obwohl an sich nur zweidimensional, gehöre es doch durch die Krümmung der Fläche einem dreidimensionalen Raume an, ohne dass es sich aber dieser Tatsache bewusst sein könne. Analog, meint Hr. M., könnten wir dreidimensionale Wesen, wenn der Raum, in dem wir uns befinden, gekrümmt wäre, samt unserem Raume einem vierdimensionalen Raume eingeordnet sein, ohne uns desselben bewusst werden, oder ihn uns vorstellen zu können.

¹⁾ Hier liegt ein Lapsus vor. Das Dilemma, ob unendlich oder endlich, zu welchem Hr. M. gekommen war, betraf die Grösse unseres Weltalls im Raume, und nicht den Raum selbst, von welchem ja Hr. M. ohne Schwanken feststellte, dass er unendlich sein müsse. Der jetzt unternommene Lösungsversuch hat aber nur für ein solches Dilemma einen Sinn, bei dem es sich um Endlichkeit oder Unendlichkeit des dreidimensionalen Raumes handelt. Denn das ist klar, dass es sich hier um den ganzen dreidimensionalen Raum handelt. Die Grösse des in diesem befindlichen Weltalls wird durch den Lösungsversuch mit der 4. Dimension gar nicht berührt. Denn wenn die Unendlichkeit unseres Weltalls in Frage steht, so kann selbstverständlich nur von seiner Unendlichkeit im dreidimensionalen Sinne die Rede sein, da es selbst nur dreidimensional ist, d. h. es kann nur in Frage stehen, ob unser Weltall den in seiner Art unendlichen dreidimensionalen Raum, ebenso unendlich wie er, ausfüllt, oder, selbst begrenzt, nach den 3 Dimensionen, nicht ausfüllt. Für diese Frage hat aber die 4. Dimension gar nichts zu bedeuten. Gibt es eine, so kann das Weltall den dreidimensionalen Raum ebenso ausfüllen wie nicht ausfüllen. Ich habe oben, von diesem Lapsus absehend, den Lösungsversuch so behandelt, wie er ausgeführt war, als ob es sich in dem zu lösenden Dilemma um den Raum selbst, und nicht um das Weltall handelte, da der Gedanke der 4. Dimension ganz selbständige Bedeutung hat.

Zu diesem Gedankengange habe ich zu bemerken, dass es nicht klar ist, warum jenes fingierte zweidimensionale Wesen von der Tatsache einer 3. Dimension, der sein Raum, die Kugelfläche, angehört, kein Bewusstsein haben könne.

Doch ganz abgesehen hievon, wie will Hr. M. den Satz begründen, dass „wir nicht das mindeste Recht hätten, unsere dreidimensionale Anschauung als die höchstpotenzierte zu betrachten“? Er sagt, dass uns der Analogieschluss dazu zwingt, die Möglichkeit einer 4. Dimension anzunehmen. Wie kann uns ein Analogieschluss zwingen, der von einer Fiktion ausgeht? Ein zweidimensionales Wesen ist ja offenbar eine Fiktion; wir kennen die zweidimensionalen Gestalten nur als Gedankendinge, und in bezug auf die Wirklichkeit sind sie nichts als die Begrenzungen und Oberflächen der Körper; als Dinge von eigenem Sein und selbständigem Wesen kennen wir sie so wenig, dass sie uns als solche unmöglich scheinen.

Und die zwei Dimensionen selbst? Ach, sie sind ja nur ein künstliches Gebilde, von uns in den Raum, den wir vor uns haben, hineingedacht, um ihn zu messen. Dieser Raum selbst aber ist etwas als wirklich Gegebenes.

Nun kommt aber das Wichtigste. Exakte Denker nehmen etwas nicht empirisch Gegebenes nur dann an, auch nur hypothetisch, wenn sie daraus etwas empirisch Gegebenes erklären zu können glauben. Was soll nun die 4. Dimension? Hier liegt das *punctum saliens*.

Wirklich glaubt man einen solchen Anhaltspunkt für den Gedanken einer 4. Dimension zu haben. Sehr richtig sagt Hr. Müller: „Der Kern der neuen Raumlehre liegt darin, dass sie den Raum, der bisher als eben betrachtet wurde, nun als gekrümmten auffasst.“ Ja, dies ist tatsächlich der Kern.

Aber hier setzt nun auch die Kritik aufs schärfste ein. „Der Raum, der bisher als eben betrachtet ward, wird nunmehr als gekrümmt aufgefasst!“ Ich kann mich nicht enthalten, diesen Gedankengang nahezu für naiv zu erklären. Wer hat denn bisher den Raum unserer Erde für eben angesehen? Niemand, ausser wer schon an eine 4. Dimension glaubte. Wie kann denn der gegebene Raum als eben gedacht werden, ausser in Rücksicht auf eine mitgedachte, ausser ihm liegende Dimension, welche das Mass für sein Ebensein abgibt? Wer kann denn eine Linie als gerade denken, wenn er nicht an eine ausser ihr vorhandene Dimension denkt, in welcher die Linie gekrümmt sein könnte, aber nicht ist? Wer kann denn eine Fläche als eben denken, wenn er nicht eine ausser ihr liegende 3. Dimension denkt, der gegenüber die Fläche eben ist?

Der richtige Gedanke wäre der, dass man bisher auf den Raum unserer Welt weder das Attribut „Eben“, noch das Attribut „Gekrümmt“ glaubte anwenden zu können, da er selbst alle möglichen Mannigfaltigkeiten des Ausgedehntseins in sich enthalte, und daher nach keinem äusseren Gesichtspunkt in bezug auf seine Gestalt gemessen und beurteilt werden könne. Jetzt aber glaubt man sagen zu dürfen, dass der Raum unserer Welt entweder eben oder gekrümmt sein müsse.

Es ist nun klar, dass wir das Recht haben, nach der Berechtigung dieser neuen Auffassung zu fragen. Welche Anhaltspunkte liegen dafür vor, dass unser Raum gekrümmt sei oder auch nur sein könne?

Ich glaube, dass diese ganze Auffassung einfach in der Luft hängt. Hr. Al. Müller sagt allerdings, „Riemann und Helmholtz hielten es für möglich, dass

an den zu Parallaxenbestimmung in den Raum gelegten ungeheuren Dreiecken eine Verschiebung unter dem Einfluss des als existent vorausgesetzten vierdimensionalen Raumes konstatiert werden könne, wenn es einmal gelingen sollte, eine grössere Standlinie zu erhalten, als es die Verbindungslinie von Aphel und Perihel ist“.

Ich erlaube mir die Vermutung auszusprechen, das hier ein fundamentales Misverständnis vorliegt. Der Raum ist eben, kann bei Riemann nur bedeuten, dass eine im Raume gebildete ebene Figur, d. h. die nach dem Masse seiner 3 Dimensionen eben ist, auch absolut eben ist. Setzt nun Riemann-Helmholtz voraus, dass der Raum selbst gekrümmt sei, so wird eine nach seinen 3 Dimensionen ebene Figur nicht absolut eben sein, sondern wirklich gekrümmt; aber sie ist das eben in der 4. Dimension. Und so kann diese Krümmung, so lange man nicht eine Bewegung des ganzen dreidimensionalen Raumes annimmt, nie von uns bemerkt werden, da uns die 4. Dimension fehlt. Denken wir uns aber unsern Raum bewegt, so meint Riemann-Helmholtz, dass dann eine Verschiebung unserer Raumfiguren (z. B. eines astronomischen Dreiecks) stattfinden könnte, welche uns bemerkbar wäre. Aber wie könnte dies sein? Hr. M. gebraucht als Gleichnis die Fiktion, dass auf einer Ei-Oberfläche ein ihr angehöriges Dreieck sich fortbewege. Aber das ist ja etwas unmögliches. Von seiner Stelle gerückt, würde das Dreieck nicht mehr auf die Eioberfläche passen, und es kann überhaupt nicht vorrücken. Man müsste den Fall als Gleichnis annehmen, dass das Ei aus bildsamem Stoffe bestehe und nun seine Form verändert. Dann wird auch ein darauf angenommenes Dreieck sich verändern. Aber wie mir scheint, nur in der 3. Dimension; angenommen die volle Bildsamkeit des Stoffes, würden zwar die Seiten des Dreiecks andere Krümmungen erfahren; aber die Krümmung ist ja eine Sache der 3. Dimension; die Längen der Seiten und die Winkel der Seiten, und der Inhalt des Dreiecks würden sich, soweit die 2 Dimensionen in Betracht kommen, gleichbleiben. Nur wenn irgend eine Starrheit im Stoffe wäre, könnte der Fall eintreten, dass eine Seite zerrissen, und die Fläche des Dreiecks auseinandergerissen oder eingerissen und geschichtet würde.

Wenn es aber einmal an die Bewegung des dreidimensionalen Raumes geht, so müssen noch ganz andere Dinge stattfinden. Gibt es eine 4. Dimension, kann sie nur als eine neue Mannigfaltigkeit gedacht werden, die unseren 3 Dimensionen übergeordnet ist, wie die 3. Dimension den zwei ersten. Mannigfaltigkeit der Ausdehnung ist aber auch Mannigfaltigkeit der Bewegung. Bewegen sich aber die dreidimensionalen Dinge in der 4. Dimension, so muss eine beständige Veränderung vor sich gehen, durch welche unsere Weltkörper mit anderen Dingen in örtliche Nähe treten, von denen sie früher in der 4. Dimension entfernt waren. Solche Veränderungen müssten stetig vorkommen, ebenso wie Dinge der 2 ersten Dimensionen, z. B. die Oberflächen von Staubkörnern, fortwährend in der 3. Dimension sich bewegen und fortwährend mit anderen zweidimensionalen Dingen z. B. den Oberflächen von Luftatomen, in unmittelbare Berührung kommen. [Also müssten derartige Veränderungen auch längst in unserer Sphäre eingedrungen und uns zur Wahrnehmung gekommen sein. Der Gedanke scheint mir nur dadurch abgewendet werden zu können, dass man das Verhältniss der 4. Dimension zu unseren dreien nicht für analog mit dem der

3. Dimension zu den zwei ersten Dimensionen erklärt. Was soll aber dann die 4. Dimension sein?

Gesetzt nun aber, man würde wirklich einmal eine Verschiebung eines astronomischen Dreiecks erfahren. Wie würden wir sie erfahren? Als eine solche in den drei Dimensionen. Und was würden wir daraus schliessen? Dass in der Lage der Fixsterne eine Veränderung vor sich gegangen ist. Wie soll daraus eine vierte Dimension erkannt werden? Man hat bereits eine Bewegung der Sonne erkannt, und schon deren Richtung bestimmt, bestimmt nach den drei Dimensionen unseres Raumes. Und würden wir die Ursache dieser Bewegung erkennen, so wäre dieselbe wohl ein Zentralkörper, dessen Entfernung von der Sonne unserem Weltraum angehören würde.

Wie kann überhaupt die vierte Dimension nach Analogie der anderen gedacht werden? Der ganze dreidimensionale Raum soll eine Gestalt haben, die durch eine vierte Dimension bestimmt wäre. Aber da hört die Analogie auf. Die Fläche z. B. hat eine Gestalt, die durch die dritte Dimension bestimmt ist. Sie ist aber auch ein ganz unselbständiges Ding. Wo sie ist, da ist auch der dreidimensionale Körper, dem sie angehört; sie bewegt sich nur — auch in ihren eigenen zwei Dimensionen —, wenn sich dieser Körper bewegt. Analog müsste es mit der ganzen dreidimensionalen Welt sein, wenn es eine vierte Dimension gäbe. Diese Welt wäre nur da, weil ein vierdimensionales Ding da wäre, dem sie zugehörte. Und wenn sich etwas in der dreidimensionalen Welt bewegte, so könnte es sich nur bewegen, weil jenes vierdimensionale Ding sich bewegte, dem das dreidimensionale Ding zugehörte, und dessen Gestalt es bildete. Die ganze dreidimensionale Welt wäre nur eine Art von Oberfläche der vierdimensionalen Welt, bzw. die einzelnen dreidimensionalen Dinge, da sie sich unter einander bewegen, — was bei den Flächenteilen eines Dinges nicht stattfindet — wären nur *quasi* Oberflächen von einzelnen vierdimensionalen Dingen.

Ich glaube, dass sich so der ganze Begriff einer 4. Dimension als ein *Nonsens* erweisen muss.

Doch kommen wir zum letzten Punkte, den Hr. Al. Müller in diesem Abschnitt bespricht, und der sein eigentliches Ziel ist. Er glaubt, die vierte Dimension könne das Dilemma lösen, dass unser Raum¹⁾ sowohl unendlich als endlich sein zu müssen scheint. Denn ist unser dreidimensionaler Raum analog ein Moment des wirklichen vierdimensionalen Raumes, wie z. B. eine Kugelfläche ein Moment unseres dreidimensionalen Raumes ist, so könne, wie die Kugelfläche unendlich ist in sich selbst, so dass auf ihr ein zweidimensionales Wesen ewig fortschreiten könnte, dagegen begrenzt in Hinsicht der dritten Dimension, auch dieser Raum unendlich sein in seiner eigenen Art, so dass wir dreidimensionalen Wesen in ihm fortschreiten können, aber begrenzt durch den vierdimensionalen Raum.

Das ist ein in der Tat sehr schöner Gedanke. Aber er leidet mindestens an dem Fehler, dass das Gleichnis der Kugelfläche für das Ziel des Gedankens nicht genügt. In der Kugelfläche ist nur die mögliche Bewegung des fingierten Dinges unendlich, nicht aber die Ausdehnung; denn das Bewegte kehrt immer an den alten Ort zurück. Hr. Müller hätte eine endlose, etwas ebene Fläche

¹⁾ Siehe vorige Anm.

in Betracht nehmen müssen, welche ja in seinem Raum auch aktual unendlich ist in ihrer Art, jedoch begrenzt in der dritten Dimension. Nur dann würde er neben der Begrenztheit nach der einen Seite eine wirkliche Unendlichkeit nach der anderen Seite erzielt haben. Und dann könnte er sagen: ebenso könnte unser Raum unendlich sein in seiner eigenen Art, nämlich nach den drei Dimensionen, zugleich jedoch begrenzt in Ansehung der vierten Dimension.

In dieser Form will ich den Gedanken gelten lassen. Aber was ist damit inbezug auf die Unendlichkeit oder Endlichkeit des Raumes erreicht? Von unserem, dem dreidimensionalen, Raume können wir dann denken, was soeben gesagt worden. Gut. Ist dieser aber der Raum? Nein. Denn er ist nunmehr nur noch ein Moment des vierdimensionalen Raumes. Dieser ist nun für uns der Raum. Und so ist die Frage nur verschoben, denn jetzt fragt es sich: ist der Raum, der alle anderen Raumgebilde in sich schliesst, d. i. der gefundene vierdimensionale Raum, endlich oder unendlich? Und dann würde man vor dem alten Dilemma stehen.¹⁾

Damit komme ich auf den Einwurf gegen die Annahme der vierten Dimension, welchen Hr. Al. Müller selbst als „überraschend“ bezeichnet, der in der Tat nicht nur dies, sondern sehr wichtig ist, und den zu beseitigen Herr M. kaum gelungen sein dürfte.

Wenn man berechtigt ist, eine vierte Dimension ausser unseren dreien anzunehmen, so ist keine Grenze einzusehen für analoge Annahme höherer Dimensionen. Vergeblich sagt Herr M., der Kern der neuen Raumlehre, die eine vierte Dimension annimmt, liege in der Auffassung, dass der dreidimensionale Raum gekrümmt sei, eine höhere Form aber als der gekrümmte dreidimensionale Raum sich nicht denken lasse. Das Letztere ist ja offenbar in der neuen Raumlehre eine ganz willkürliche Annahme. Wenn man sich denken kann, dass unser Raum gekrümmt sei, warum soll man sich dann nicht denken können, dass auch der vierdimensionale Raum gekrümmt sei? Wo liegt denn ein Gesetz, welches da einen Riegel vorschöbe? Ob man die Terminologie ändert und den ebenen Raum zwei-, den gekrümmten dreidimensional nennt, oder nicht, macht aber auch gar nichts aus, das verschiebt nur die Zahl. Denn der Raum, in welchem dann der gekrümmte (also „dreidimensionale“ nach der veränderten Terminologie) wäre, kann dann wieder in anderer Art gekrümmt, und somit vierdimensional sein, u. s. f.

Ich bemerke noch kurz, dass Herr M., indem er von den Weltkörpern spricht, die in dem nach seiner Art unendlichen dreidimensionalen Raum sind, behauptet, „ihre Zahl wäre endlich, würde aber den ganzen Raum füllen.“ Das ist ein offener Widerspruch. Denn da von unseren Weltkörpern doch sicher nur gelten kann, dass jeder einzelne auch in Hinsicht unserer drei Dimensionen begrenzt ist, so ist es unmöglich, dass ihrer eine endlose Zahl den in den drei Dimensionen unendlichen Raum füllen; die Rechnung $x \cdot n$ kann nie ∞ ergeben.

Ich schliesse mit folgenden Sätzen, bzw. Fragen.

¹⁾ Welches freilich für Herrn M. von vornherein gar nicht bestand noch besteht, da er prinzipiell die Unendlichkeit des Raumes behauptet hat, welche natürlich vom vierdimensionalen ebenso wie vom dreidimensionalen gelten muss.

Gegeben sind uns ausgedehnte Körper; ihre Ausdehnung abstrakt gedacht und analog vorgestellt, gibt den Begriff und das sich anschliessende Bild des Raumes, womit die theoretische Geometrie operiert. Etwas anderes ist uns nicht gegeben. Die Dimensionen bilden wir durch Abstraktion von Gestalt und Bewegung, um durch sie die Raumgebilde zu fixieren, zu messen und zu vergleichen. Ihre Dreiheit ist notwendig aus der uns gegebenen realen Ausdehnung.

Der Raum ist objektiv nichts als die Ausdehnung der wirklichen Körper. Nach seiner Unendlichkeit fragen könnte also keinen anderen Sinn haben als den, ob die Körper, d. i. das Weltall, unendlich seien. Das Weltall kann jedenfalls begrenzt sein.

Wo soll nun irgend ein Anhaltspunkt zur Annahme einer vierten Dimension liegen? Und wie sollte auch nur die Möglichkeit einer vierten Dimension zu beweisen sein, da die drei Dimensionen sich als notwendige Abstraktion vom wirklichen Raume erweisen? Wie soll insbesondere der *Nonsens* vermieden werden, dass die vierte Dimension einerseits nach Analogie der dritten zu denken wäre, und doch die dreidimensionalen Dinge als reale und fertige Wesen erscheinen, während die zweidimensionalen derartig auch nicht gedacht werden können, sondern als solche nur Produkte der mathematischen Abstraktion sind?

Und wo soll das Gesetz liegen, welches, wenn einmal zur vierten Dimension aufgestiegen wurde, verböte, noch höher hinaufzusteigen?

So lange auf derartige Fragen nicht eine annähernd befriedigende Antwort gegeben wird, müssen die Spekulationen über eine vierte Dimension als Luftgebilde erscheinen, die der Art der exakten Wissenschaft gerade entgegengesetzt sind.

Passau.

Dr. Otto Sickenberger,
Prof. der Philosophie.