Ueber die Figuren und Modi des Syllogismus.

Von Prof. Dr. Jos. C. Renner, im Stift Tepl (Böhmen).

Ein Blick in die Lehrbücher der Logik zeigt eine merkwürdige Verschiedenheit in Kleinigkeiten, die aber dem Anfänger nicht wenig Schwierigkeiten bereiten mag.

So sagt z. B. Willems (*Inst. phil.* I 61): Von den 64 möglichen Verbindungen der 4 Urteile *a*, *e*, *i*, *o* zu je 3 Sätzen des Syllogismus verstossen 45 gegen die 8 Regeln des Syllogismus, sodass 19 übrig bleiben. Ebenso Gredt O. S. B., *Elementa* p. 66, n. 60.

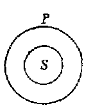
Die Modi der 4. Figur gibt z. B. Frick (*Logica* 73) an mit *Bara*lipton, Celantes, Dabitis usw., Willems p. 62 dagegen mit *Bara*lipton, Calemes, Dimatis usw. Andere wieder anders.

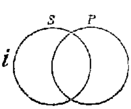
Es wäre aber sicher wünschenswert, wenn in allen Lehrbüchern die entsprechende Aufklärung über diese Verschiedenheit geboten würde. Darum soll im folgenden in einer Uebersicht der Vorgang dargestellt werden, wie er nach der Meinung des Vfs. einzuhalten ist.

N. 1. Notwendigkeit der Regeln.

Aus der Mathematik ist allen der Schluss geläufig

$$\begin{array}{l} a = b \\ \quad b = c \\ \hline a = c. \end{array}$$

Da der Mathematiker nur vollständig Gleiches betrachtet, so braucht er für diesen seinen Schluss keine weiteren Regeln. Warum stellt aber die Logik eine nicht geringe Zahl von Regeln für ihre Schlüsse auf? Weil S und P für gewöhnlich nicht vollständig gleich sind, wie etwa $a = b$ in der Mathematik. Im Gegenteil ausser den Sätzen $S = S$ und den Definitionen fällt der Umfang von S und P nicht zusammen, sondern für a erhalten wir 

und für i 

, wenn wir von jenem i absehen, das nicht alles ausdrückt, was man behaupten könnte. Denn ist jedes $S = P$, so kann ich auch, allerdings unvollständig, behaupten, irgend ein $S = P$.

N. 2. Die 8 allgemeinen Regeln des Syllogismus sind bekannt.

N. 3. Wie viele Syllogismen verstossen nicht gegen diese 8 Regeln, wenn wir nur Rücksicht auf die Quantität und Qualität der Urteile nehmen?

Aus *a*, *e*, *i*, *o* können 64 Verbindungen zu je 3 Sätzen gebildet werden. Denn die Zahl der Ternen aus 4 Elementen ist $4^3 = 64$. ~~Nun~~ fragt es sich, wie viele von diesen 64 Verbindungen widersprechen nicht den 8 Regeln. Ich lasse da gewöhnlich alle 64 Verbindungen aufschreiben, die ungültigen durchstreichen mit Beisetzung der Zahl der entsprechenden Regel. Es bleiben 12 übrig, 52 sind ungültig.

a a a × *a a e* 5 *a a i* × *a a o* 5	× *e a a* 7a *e a e* × *e a i* 7a *e a o*	× *i a a* 7b × *i a e* 5, 7b *i a i* × *i a o* 5	× *o a a* 7ab × *o a e* 7b × *o a i* 7a *o a o*
× *a e a* 7a *a e e* × *a e i* 7a *a e o*	6 × *e e a* - 7a × *e e e* × *e e i* - 7a × *e e o*	× *i e a* 7ab × *i e e* 7b × *i e i* 7a *i e o*	6 × *o e a* - 7ab × *o e e* - 7b × *o e i* - 7a × *o e o*
× *a i a* 7b × *a i e* 5, 7b *a i i* × *a i o* 5	× *e i a* 7ab × *e i e* 7b × *e i i* 7a *e i o*	8 × *i i a* - 7b × *i i e* - 5, 7b × *i i i* × *i i o* 5	8 × *o i a* - 7ab × *o i e* - 7b × *o i i* - 7a × *o i o*
× *a o a* 7ab × *a o e* 7b × *a o i* 7a *a o o*	6 × *e o a* - 7ab × *e o e* - 7b × *e o i* - 7a × *e o o*	8 × *i o a* - 7ab × *i o e* 7b × *i o i* 7a × *i o o*	6, 8 × *o o a* - 7ab × *o o e* - 7b × *o o i* - 7a × *o o o*

Es bleiben somit folgende 12 Verbindungen übrig:

a a a a a i a e e a e o a i i a o o
e a e e a o e i o
i a i i e o
o a o.

Es könnte scheinen, als ob *a a i a e o e a o* überflüssig wären, da sie in der je unmittelbar vorausgehenden Verbindung enthalten seien; trotzdem dürfen wir sie nicht wegstreichen, wir klammern sie auch nicht ein, wie z. B. Frick l. c. p. 72 dies tut, sondern lassen sie unverändert stehen; da sie für die 3. und 4. Figur notwendig sind (Darapti, Felapton, Bamalipton . . .).

N. 4. Wir nehmen nun Rücksicht auf die Stellung des M (= Medius) und nennen die Verbindung von je 3 Sätzen zu einem Syllogismus mit einziger Beachtung der Stellung des Medius (ohne Berücksichtigung der Quantität und Qualität der Urteile) Figuren des Syllogismus.

Recht verschieden beantwortet wird nun die Frage: Wie viel Figuren des Syllogismus gibt es? Darauf lautet die einzig richtige Antwort:

Unter blosser Berücksichtigung der Stellung des Medius muss man 4 Figuren unterscheiden.

Da Maior jener Vordersatz genannt wird, welcher P enthält und Minor jener Vordersatz, der S enthält, und der Obersatz dem Untersatz vorangestellt wird, so erhalten wir folgende 4 Möglichkeiten:

$$1.\ \frac{\begin{matrix} M & P \\ S & M \end{matrix}}{S\ P} \qquad 1.\ \frac{\begin{matrix} P & M \\ S & M \end{matrix}}{S\ P} \qquad 3.\ \frac{\begin{matrix} M & P \\ M & S \end{matrix}}{S\ P} \qquad 4.\ \frac{\begin{matrix} P & M \\ M & S \end{matrix}}{S\ P}$$

Freilich sagt man, dass 4 auf 1 zurückgeführt werden könne. Das ist richtig, aber ebenso gut kann man 3 und 2 auf 1 zurückführen. Ausserdem handelt es sich nicht darum, ob man 4 auf 1 zurückführen könne, sondern es ist die Aufgabe des Logikers, die Regeln für 4 aufzustellen, wenn jemand in 4 schliessen will, ohne 4 auf 1 zurückzuführen.

Obschon es nun nur 4 Figuren geben kann, wenn wir nämlich bloss die Stellung des Medius beachten, so behandeln wir doch noch eine 5. Figur. Jene Auktoren nämlich, welche die 4. Figur nicht anerkennen, reden von einer indirekten ersten Figur, indem sie sagen: Die 4. Figur entstehe aus der ersten dadurch, dass man den Schlusssatz umkehre. Diese indirekte (wir sagen 5.) Figur hat folgende Gestalt:

$$5.\ \frac{\begin{matrix} M & P \\ S & M \end{matrix}}{P = S}$$

Man könnte nun freilich mit demselben Rechte auch bei der 2., 3., 4. Figur ebenso den Schlusssatz umkehren und wir erhielten im ganzen 8 Figuren, 4 direkte und 4 indirekte. Da aber nur von der 1. eine indirekte Figur gebildet wird, so wollen wir sie einzig beachten[1]).

N. 5. Regeln dieser 5 Figuren:

1. Sit minor affirmans (daher entfallen von den 12: *a e e, a e o, a o o, i e o*), maior vero generalis (es entfallen *i a i, o a o*). Es bleiben somit *a a a* (*a a i*) *a i i e a e* (*e a o*) *e i o*, und da *a a i* und *e a o* überflüssig, so gibt die 1. figura: Barbara, Celarent, Darii, Ferio. Schlüsse in allen 4 Arten des Urteiles.

2. Una negans esto, maior vero generalis. Ungültig *a a a, a a i, a i i, i a i; i e o, o a o;* überflüssig *a e o* und *e a o*. Es bleiben: Cesare, Camestres, Festino, Baroco. Schlüsse in *e* und *o*.

[1]) Frick (l. c. 73) sagt: Figura quarta (I^a inversa):

$$\frac{\begin{matrix} M \text{ est } S \\ P \text{ est } M \end{matrix}}{S \text{ est } P.}$$

Frick hat hier die Prämissen der 4. Figur vertauscht, oder S mit P in der 1. Figur verwechselt. Es ist dies zwar gestattet, dient aber nicht zur Klarheit, weil man bei den Ableitungen bei einer festen Richtschnur bleiben muss. Wir lehnen daher unbedingt diese Gestalt der 4. Figur ab; ebenso dass 4 und inversa an sich dieselbe Gestalt habe.

3. Sit minor affirmans, conclusio particularis. Daher scheiden aus: *a e e a e o, a o o, i e o* | *a a a, e a e*; eine überflüssige Verbindung kommt hier nicht vor, es bleiben Darapti; Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison. Schlüsse nur in *i* und *o*.

4. Die Regeln für die 4. und indirekte (5.) Figur können nur als Bedingungssätze aufgestellt werden. Für die 4. Figur erhalten wir

$P\ M$	a) Si maior affirmat, minor universalis en esto;
$M\ S$	b) Si minor affirmat, conclusio particularis;
$S\ P$	c) Si tamen una negat, maior sit universalis.

Bin Blick auf die Stellung der Termini zeigt die Richtigkeit dieser Regeln, deren Beweis übrigens mit den Beweisen für die Regeln der ersten 3 Figuren gegeben ist.

Es sind daher ungültig: *a i i, a o o* | *a a a, e a e* | *i e o, o a o*; überflüssig: *a e o*. Es bleiben: Bamalipton, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresisonorum.

5. Die indirekte (5.) Fignr:

$M\ P$	a) Si minor affirmat, maior universalis, en, esto;
$S\ M$	b) Si maior affirmat, conclusio particularis;
$P\ S$	c) Si tamen una negat, minor universalis, en, esto.

Es fallen weg: *i a i, o a o* | *a a a, a e e* | *a o o, e i o;* überflüssig *e a o*. Es bleiben: Baralipton, Celantes, Dabitis, Fapesmo, Frisesomorum.

N. 6. Da man nun die in jeder Figur gültigen Syllogismen Modi nennt, so erhalten wir folgende gültige Modi:

1) Barbara, Celarent, Dario, Ferio.
4) Bamalipton, Calemes, Dimatis, Fesapo, Fresisonorum.
5) Baralipton, Celantes, Dabitis, Fapesmo, Frisesomorum.
2) Cesare, Camestres, Festino, Baroco.
3) Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison.

N. 7. Sind nun auch wirklich alle diese Modi zuverlässig?

Ich gebe auch hier nur den Beweisgang an.

A. Wir haben nachgewiesen, dass diese Modi mit allen Denkgesetzen übereinstimmen und haben dabei die Urteile mit allen ihren näheren Bestimmungen berücksichtigt, d. h. die Syllogismen betrachtet, wie sie in Wirklichkeit vorkommen. Also müssen wir annehmen, dass sie richtig seien.

B. Wir wenden den Gedankengang A nur auf die Modi der 1. Figur an, die wegen ihrer Einfachheit besonders leicht verständlich sind und führen die Modi der übrigen 4 Figuren auf die erste zurück nach den bekannten Regeln.

1) Die Modi, welche mit B anfangen, führt man auf Barbara zurück usw. Ausnahme: Baroco, Bocardo, die ein c haben; diese werden unter C behandelt.

2) Simpliciter verti vult S, P vero per accid,
M vult transponi, C per impossibile duci.

Die Durchführung dieser Regeln ist ebenso leicht als anregend.

Man sieht aber sofort ein, wie viel Gedankenarbeit in diesen Namen Barbara usw. niedergelegt ist.

3) Nur einige Bemerkungen zur 4. und 5. Figur.

a. Bamalipton 4 lautet:

$$\begin{array}{l} \textit{omne } P\ M \\ \textit{omne } M\ S \\ \hline \textit{aliquod } S\ P. \end{array}$$

Weil *m*, so vertausche die Vordersätze; weil *p* nach dem 3. Selbstlaut, so kehre die conclusio um. Es bedeutet *p* die conversio per accid; da aber die conclusio ein *i* Satz, so kann man zunächst nur eine conversio simplex vornehmen; also *aliquod P S.* Würde man setzen *omne P S*; so wäre dies hier allerdings mit Rücksicht auf die Prämissen gestattet; an sich aber wäre es ein grober Verstoss gegen die Denkgesetze. Der neue Syllogismus kann also nur lauten:

omne $M\ S$	Setze ich hier	*omne* $M\ P_1$	lasse ich nun	*omne* $M\ P$
omne $P\ M$	$S = P_1$ und	*omne* $S_1\ M$	die Zeiger weg,	*omne* $S\ M$
aliquod $P\ S.$	$P = S_1$ so ist	*aliquod* $S_1\ P_1$	so erhalte ich	*aliquod* $S\ M$

Das ist nun Barbara, aber mit unvollständigem Schlusssatze. Bamalipton schliesst also zu wenig, obschon dieser Modus sonst durchaus tadellos ist. Da aber jeder aus den Vordersätzen so viel erschliessen will, als er kann, so wird Bamalipton wohl äusserst selten verwendet werden.

b. Wir begreifen auch, warum Bamalipton nicht *s*, sondern *p* enthält. Es soll angedeutet werden, dass man vermöge der Vordersätze den Schlusssatz nach der Umkehr verallgemeinern kann.

c. Ganz das Gleiche gilt von Baralipton (5).

omne $M\ P$	*omne* $M\ P$	Der Schlusssatz kann lauten: *omne S P.*
omne $S\ M$	*omne* $S\ M$	Es wird also hier ebenfalls weniger er-
aliquod $P\ S$	*aliquod* $S\ P.$	schlossen, als man erschliessen könnte.

d. Wie man 4 und 5 auf 1 zurückführen kann, so auch 4 auf 5 und 5 auf 4.

Dimatis (4) = *aliquod* $P\ M$	vertausche die Praemissen, ferner S
omne $M\ S$	mit P, so erhält man
aliquod $S\ P$	
Dabitis (5) = *omne* $M\ P$	Geht man von Dabitis (5) aus, so er-
aliquod $S\ M$	hält man durch denselben Vorgang
aliquod $P\ S.$	Dimatis (4),

NB. Bei Fresisonorum (4) und Frisesomorum (5) gelingt diese Verwandlung nicht, ebenso auch nicht bei Fesapo (4) und Fapesmo (5), weil *o* nur durch Contraposition umgekehrt werden kann.

C. Das indirekte Beweisverfahren wird gewöhnlich nur bei Baroco und Bocardo angewendet. Es kann aber dieses Verfahren mit gleichem Vorteile auch bei allen Modi der 2., 3., 4. und 5. Figur durchgeführt werden. — Das Wesen dieses Vorganges besteht darin, dass man 1) das Gegenteil des Schlusssatzes bildet. 2) Man verbindet dasselbe mit einem Vordersatze zu einem neuen Syllogismus der ersten Figur. 3) Der Schlusssatz dieses neuen Syllogismus ist entweder das Gegenteil oder der Gegensatz des nicht aufgenommenen Vordersatzes des ersten Syllogismus.

Es soll nur die Uebersicht gegeben werden, wobei *oe* = *omne*, *alqd* = *aliquod* bedeutet. Das Gegenteil des Schlusssatzes im ersten Syllogismus wird mit einem vorgesetzen : unter diesen Schlusssatz gestellt. Zu beachten ist: a) dass bisweilen eine einfache oder teilweise Umstellung notwendig ist, b) dass Gegensätze (contraria) nicht zugleich wahr sein können.

I. Die Modi der 2. Figur:

1. Cesare.		*2. Camestres.*		*3. Festino.*	
oe P n M	*oe S M*	*oe P M*	*oe P M*	*oe P n M*	*oe P n M*
oe S M	*alqd P S*	*oe S n M*	*alqd S P*	*alqd S M*	*oe S P*
oe S n P	*alqd P M*	*oe S n P*	*alqd S M*	*alqd S n P*	*oe S n M*
= oe P n S	Gegenteil	*: alqd S P*	Gegenteil	*: oe S P*	Gegensatz
: alqd P S	des Maior.		des Minor.		zum Minor.

4. Baroco bekannt; es wird a als Maior beibehalten.

Regel: Es wird immer der Maior des fraglichen Syllogismus als Maior des neuen Syllogismus beibehalten. Nur bei *Cesare* wird der Minor als Maior im neuen Syllogismus verwendet, die conclusio erfährt eine simplex conversio. Maiorem servat, variat secunda minorem. Excipe Cesare, in quo convertitur ordo.

II. Die Modi der 3. Figur:

1. Darapti.		*2. Félapton.*		*3. Disamis.*	
oe M P	*oe S n P*	*oe M n P*	*oe S P*	*alqd M P*	*oe S n P*
oe M S	*oe M S*	*oe M S*	*oe M S*	*oe M S*	*oe M P*
alqd S P	*oe M n P*	*alqd S n P*	*oe M P*	*alqd S P*	*oe M n P*
: oe S n P	Gegensatz	*: oe S P*	Gegensatz	*: oe S n P*	Gegenteil
	zum Major.		zum Maior.		zum Maior.

ganz ebenso bei *Bocardo, Ferison,* excipe *Datisi,* in quo convertitur ordo.

Regel: Tertia maiorem variat, servatque minorem.

III. Die Modi der 4. Figur:

1. Bamalipton.		*2. Calemes, Fesapo, Fresison,* ebenso *3. Dimatis.*	
oe P M	*oe P M*	*alqd P M*	*oe S n P*
oe M S	*oe S n P*	*oe M S*	*oe M S*
alqd S P	*oe S n M*	*alqd S P*	*oe M n P*
: oe S n P	*= oe M n S*	*: oe S n P*	*= oe P n M*
	Gegensatz		Gegensatz
	zum Minor.		zum Maior.

Regel: Der Maior wird beibehalten, doch bei Dimatis der Minor.

Quarta ast maiorem servat, variatque minorem;

Excipe Dimatis, in quo convertitur ordo.

IV. Die Modi der 5. Figur:

1. *Baralipton.*		2. ebenso bei *Dabitis, Fapesmo, Friseson.* 3. *Celantes.*	
oe M P *oe S M*	*oe P n S* *oe M P*	*oe M n P* *oe S M*	*oe S M* *alqd P S*
alqd P S : *oe P n S*	*oe M n S* = *oe S n M*	*oe P n S* : *alqd P S*	*alqd P M* = *alqd M P*

Regel: Beibehalten wird der Maior als Minor, bei Celantes wird der Minor zum Maior gemacht.

Maior fit minor et fit contradictio maior;

Excipe Celantes, in quo convertitur ordo.

D. Die 4. Beweisführung für die Richtigkeit der angegebenen Modi geschieht durch die Zeichnung der Kreise.

Ich habe die Regeln nur deswegen angeführt, dass man sie nachprüfe, und so die Unsicherheit in den Lehrbüchern behoben werde.

Anhang.

Ueber den Kettenschluss (Sorites).

Der Sorites des in Marburg 1628 verstorbenen Goclenius wird von Willems l. c. p. 69 in folgender Weise angegeben:

$$D = C,\ C = B,\ B = A,\ \text{ergo}\ D = A.$$

Allein dies ist entweder der Sorites von Aristoteles, wenn man nämlich die Buchstaben verwechselt, oder ein unrichtiges Vorgehen.

Um die Entstehung des Sorites aufzuzeigen, gehen wir vom Polysyllogismus aus. Man hätte z. B. folgende Ideenverbindungen gefunden, ABC, ACD, ADE ... Der mittlere Begriff könne immer als Medius in der 1. Figur verwendet werden. Wir erhalten:

	1	2	3	4	5
ABC	$B = C$ $A = B$ ——— $A = C$	$A = B$ $B = C$ ——— $A = C$	$A = B$ $B = C$	$A = B$ $B = C$	$A = B$ $B = C$ $C = D$ $D = E$ ——— $A = E$
ACD	$C = D$ $A = C$ ——— $A = D$	$A = C$ $C = D$ ——— $A = D$	$A = C$ $C = D$	$C = D$	
ADE	$D = E$ $A = D$ ——— $A = E$	$A = D$ $D = E$ ——— $A = E$	$A = D$ $D = E$ ——— $A = E$	$D = E$ ——— $A = E$	

In der 2. Spalte wurden die Prämissen umgestellt.

Da nun die vorausgehende Conclusio mit dem Minor des folgenden Schlusses gleich ist, so wird dieser Satz nur einmal angegeben und wir erhalten so den Polysyllogismus (3).

Nun ist die Conclusio in den Prämissen enthalten und muss daher nicht eigens angegeben werden, folglich kann man sie und mit ihr auch die entsprechenden Untersätze (minores) weglassen. Man erhält so in 4 oder 5 den gewöhnlichen (aristotelischen) Sorites.

Die Regeln sind selbstverständlich, ebenso die Darstellung durch Kreise. Der Goclenius ist nun nichts anderes, als das umgekehrte Verfahren, nämlich

$$\begin{array}{rl} & D = E \\ & C = D \\ & B = C \\ & A = B \\ \hline A & = \quad E \end{array}$$

ein recht holperiges Vorgehen. Wollte man mit Willems und anderen schliessen $D = C$ usw., so müsste man das $C = D$ im aristotelischen Sorites einfach umkehren, was aber nur bei Definitionen gestattet ist. Wäre aber tatsächlich $D = C$, ohne dass es Definition ist, würde also D in C enthalten sein, so wäre es dieselbe Verbindung wie beim aristotelischen Sorites, nur dass die Buchstaben vertauscht wären.