Ueber die Möglichkeit einer aktual unendlich grossen Menge von existierenden Dingen; ebenso einer aktual unendlichen Grösse.

Von Kaspar Nink S. J. in Sittard.

I.

Die aktual unendliche Menge von existierenden Dingen ist ein schon oft behandeltes Problem. Viele Autoren erblicken in ihr einen Widerspruch; andern erscheinen die dafür erbrachten Beweise nicht einwandfrei.

Die vorliegende Arbeit macht den Versuch, unter möglichster Berücksichtigung der von den besten Autoren erhobenen Gegengründe, die Annahme einer aktual unendlichen Menge [1]) konsequent durchzudenken. Aus dem dadurch gewonnenen Resultate ergibt sich dann der Rückschluss auf die Richtigkeit oder Unrichtigkeit der Voraussetzung, die dem Beweise zu Grunde gelegt wurde.

Die beiden klassischen Definitionen des Unendlichen sind:

Unendlich ist das, was durch endlich oft wiederholte endliche Wegnahmen nicht erschöpft werden kann.

Unendlich ist das, was keine Grenzen hat.

Welche von diesen Definitionen dürfen wir, bevor die Möglichkeit der aktual unendlichen Menge von existierenden Dingen widerlegt ist, unsern Ausführungen zu Grunde legen? Auf den ersten Blick könnte diese Frage belanglos scheinen. Doch bei der Aufstellung des Beweises wird es sich zeigen, dass die zweite Definition bereits in sich einen Gedanken enthält, der nicht allgemein zugegeben wird. Viele Autoren nämlich, und zwar diejenigen, welche die Ansicht verteidigen, die Unmöglichkeit der aktual unendlichen Menge lasse sich nicht beweisen, führen den Beweis so: sie zeigen: wer die Möglichkeit der unendlichen Menge annimmt, der muss, wenn er sich konsequent bleiben will, zugeben, dass ein Unendliches unter der gleichen Rücksicht grösser ist als ein anderes. Zu diesem

[1]) Den Ausdruck unendliche Zahl vermeiden wir absichtlich, da, wie Gutberlet sagt, „von einer unendlichen Zahl zu sprechen, sehr inkorrekt ist; denn Zahl bedeutet eine bestimmte angebbare Menge von Einheiten; es ist aber der Zusammenfassung aller möglichen Einheiten eigen, dass sie nicht in eine bestimmte Klasse, etwa der Tausende, Millionen, gesetzt werden kann". Gutberlet, Das Unendliche, S. 18. Vgl. dazu Sigwart, Logik [2] II 52.

Resultate kommen, z. B. Lossada[1]), Tilm. Pesch[2]), Urráburu[3]), Hontheim[4]), Bödder[5]) u. a.[6]). Das aber, so sagen sie, ist ein Widerspruch. Denn es hätte das erste Unendliche da seine Grenze, wo das zweite weitergeht. Das aber ist gegen die Definition, die besagt: Unendlich ist das, was keine Grenzen hat. Hiergegen wird jedoch geltend gemacht: Warum soll es denn so einfachhin absurd sein, dass ein Unendliches grösser ist als ein anderes? Warum soll nicht ein Unendliches Grenzen haben können? Wofern nur diese Grenzen im Unendlichen liegen, dann bleibt es unendlich. Kardinal Toletus sagt in dieser Hinsicht: „dico igitur unum infinitum esse maius altero“[7]). Aehnlich Arriaga: „Respondeo ex dictis supra“ (n. 3—7) „posse unum infinitum esse maius altero et infinito posse fieri additionem, ideoque illos homines etiam ablato uno futuros infinitos, non tamen tot, quot antea. Et hinc inferes, licet in infinito sint infiniti binarii hominum v. g. et infiniti quaternarii, esse tamen binarios duplo plures quam quaternarios“[8]). Und weiter unten: „Respondeo ex dictis iam saepe, non esse contra rationem infiniti includi duobus punctis, dummodo illa inter se infinite distent“[9]).

Vielen scheint nun zwar einleuchtend zu sein, dass das Unendliche keine Grenzen haben kann, auch nicht in der Unendlichkeit. Doch wenn Autoren von solchem Rufe und so anerkanntem Scharfsinn wie die erwähnten diesen Widerspruch nicht einsehen, dann darf man sich nicht mit der Behauptung begnügen: „der Widerspruch ist evident“, sondern man muss diese Evidenz auch beweisen können. So lange dieser Beweis nicht erbracht ist, darf die bestrittene Definition des Unendlichen nicht vorausgesetzt werden. Wir verstehen also unter dem Unendlichen das, was durch die erste Definition ausgedrückt ist, nämlich: Unendlich ist das, was durch endlich oft wiederholte endliche Wegnahmen nicht erschöpft werden kann. Um uns nicht auf die Resultate bereits geführter Beweise, die vielleicht von den Gegnern angegriffen werden, stützen zu müssen, deshalb versuchen wir es, den Beweis von Anfang an neu aufzubauen. Das liegt sicher im Interesse der Sache, wenn dadurch auch einige Beweisglieder aus bereits erbrachten Argumenten wiederholt werden müssen. Vielleicht können aber auch diese durch neue Erörterungen besser gestützt werden.

Es bleibe also, wie bereits bemerkt, vor der Begründung der These dahingestellt, ob ein Unendliches unter der gleichen Rücksicht grösser sein

[1]) Ludov. de Lossada, *Cursus philos.*, pars 2, tractatus III, disp. 3, ca. 2.

[2]) Tilm. Pesch, *Philos. natur.*[2] II n. 410—413.

[3]) Urráburu, *Cosmol.* p. 784—794.

[4]) Hontheim, *Institutiones Theod.* n. 193.

[5]) Bödder, *Theologia naturalis*[3] n. 221—224.

[6]) Weitere Autoren, welche die Unmöglichkeit der aktual unendlichen Menge und Grösse behaupten, und ihre Beweise siehe Phil. Jahrb. XIII (1900) 391—395.

[7]) Card. Toletus, *In Summam s. Thomae,* quaest. 7 art. 4.

[8]) Arriaga, *Cursus philosoph.* disp. 13 physica, sectio 4, n. 37.

[9]) Arriaga, l. c. n. 42.

kann als ein anderes. Das aber ist richtig: wenn es sich beweisen lässt, dass eine Reihe, die nach einer Seite hin, etwa nach Osten, als unendlich angenommen wird, ein Widerspruch ist, dann ist a fortiori auch die Reihe unmöglich, die nach beiden Seiten, nach Osten und Westen, als ins Unendliche gehend angenommen wird. Denn wenn die unendliche Reihe nach Osten hin ein Absurdum ist, dann ist es auch ihre Fortsetzung nach Westen hin; mithin die ganze unendliche Reihe, weil zwei Absurda niemals einen reellen Wert konstituieren. Das Gleiche gilt für eine Menge, von der man annehmen wollte, dass sie von einem bestimmten Punkte A aus nach allen Richtungen hin ins Unendliche sich erstrecke. Denn wenn es einmal feststeht, dass eine Reihe, die nach einer Richtung hin als unendlich angenommen wird, ein Absurdum ist, dann gilt das mit dem gleichen Rechte von jeder Richtung, die man in dieser unendlichen Menge betrachten will. Es kommt daher bei dem Beweise alles darauf an, dass wir zeigen: eine Menge, von der man annimmt, dass sie von einem gegebenen Punkte A aus in gerader Richtung ins Unendliche geht, ist unmöglich. Ist dieses Resultat gesichert, dann baut sich auf diesem Fundamente alles weitere leicht auf.

Der positive, aufbauende Teil der Arbeit wird folgende Sätze zu beweisen versuchen:

1) Eine aktual unendlich grosse Menge von gleichzeitig existierenden Dingen ist nicht möglich. Ist das bewiesen, so folgt durch eine einfache Ueberlegung,
2) dass eine aktual unendliche ausgedehnte Grösse, die teilbar ist, nicht möglich ist; ferner
3) dass die Menge aller nacheinander existierenden Dinge nicht aktual unendlich sein kann;
4) soll eine Frage, die der hier behandelten ziemlich nahe liegt, untersucht werden, ob nämlich eine ewige Bewegung möglich ist.

II.

1. Die Menge aller gleichzeitig existierenden Dinge kann nicht aktual unendlich sein.

Wenn die Annahme einer aktual unendlich grossen Menge gleichzeitig existierender Dinge durch eine richtige Deduktion zu einem offenkundigen Absurdum führt, dann ist diese Annahme selbst absurd. So ist es aber tatsächlich. Also können nicht gleichzeitig unendlich viele Dinge existieren.

Es ist ein Widerspruch, dass eine Menge unter derselben Rücksicht zugleich endlich und unendlich gross sei. Wenn aber aktu unendlich viele Dinge gleichzeitig existieren, dann existiert eine Menge, die unter der gleichen Rücksicht sowohl endlich als unendlich gross ist. Also können nicht gleichzeitig aktu unendlich viele Dinge existieren.

Der Beweis für den Untersatz des letzten Syllogismus wird in zwei Stufen erbracht, von denen uns die erste zur zweiten führt. Zuerst soll bewiesen werden: wenn von dem Punkte A aus eine Reihe nach Osten hin ins Unendliche geht, dann ist es möglich, dass ein Unendliches von beiden Seiten begrenzt ist. Ist dieses vorläufige Ziel erreicht, dann folgt der Nachweis, dass eine unendliche Reihe, die von beiden Seiten begrenzt ist, entweder selbst zugleich endlich und unendlich sein muss, oder einer ihrer Teile.

Nun zu den beiden angegebenen Beweisgliedern im einzelnen. Den Beweis für das erste vorläufige Ziel, dass nämlich eine unendliche Reihe von beiden Seiten begrenzt sein kann, bietet folgende Ueberlegung. Nehmen wir an, es existierte eine Reihe von Menschen, die von A aus in gerader Linie nach Osten hin ins Unendliche geht. Jeder einzelne aus dieser Reihe trage einen Hut auf dem Kopfe. Nun kann sicher zu der gleichen Zeit jeder von den unendlich vielen Menschen seinen Arm bewegen. Es kann also auch jeder von ihnen zu genau derselben Zeit dem andern seinen Hut geben: der zweite dem ersten, der in A. steht, der dritte dem zweiten usf.; gleichzeitig kann jeder aus der ganzen unendlichen Menge dem vorhergehenden seinen Hut reichen. Dasselbe lässt sich beliebig oft wiederholen, sagen wir tausendmal. Der erste, der in A steht, lege jedesmal den erhaltenen Hut beiseite. Dann hat sicher die Menge der Hüte eine Grenze. Gewiss liegt diese Grenze in der Unendlichkeit, wie wir einstweilen noch sagen dürfen; aber die Menge der Hüte hat eine Grenze, nennen wir sie B.

Hier bereits macht man einen guten Einwand, über den wir nicht hinweggehen dürfen. So schreibt Gutberlet: „Es gibt weder einen noch mehrere Punkte, die eine aktual unendliche Entfernung von A hätten; daraus folgt aber nicht, dass die Linie endlich ist; sondern gerade wegen ihrer Unendlichkeit kann man keinen letzten Punkt angeben, und der letzte wäre doch erst derjenige, welcher eine unendliche Entfernung von A hätte“ [1]).

Auf diesen Einwand ist folgendes zu erwidern. Zunächst scheint es in sich klar zu sein, dass es in der Reihe, wenn sie einmal als unendlich angenommen wird, auch einen oder mehrere Punkte geben muss, die von A unendlich weit entfernt sind. Man kann doch wohl sagen: wer annimmt, dass eine aktual unendlich grosse Reihe von A ausgeht, der muss doch auch zugeben, dass ein Glied dieser unendlichen Reihe, die tatsächlich nach der Annahme vorhanden ist, von A unendlich weit absteht. Doch wir selbst legen auf diesen Gedanken keinen so hohen Wert. Denn der Gegner, dem das nicht evident ist, wird den Beweis verlangen. Daher wollen wir es beweisen, dass die unendliche Menge der Hüte eine Grenze hat, nachdem tausendmal jeder dem vorhergehenden seinen Hut gegeben hat.

[1]) Gutberlet, Das Unendliche metaphysisch und mathematisch betrachtet, S. 17. Aehnliche Stellen siehe ebenda S. 18 und 19.

Nach der Voraussetzung sind im Anfang unendlich viele Menschen und genau so viele Hüte da. Wäre nun, nachdem tausendmal jeder dem vorhergehenden seinen Hut gegeben hat, die Menge der Hüte, die in der unendlichen Reihe sind, noch ebenso gross wie vorher, so wären jetzt genau so viele Hüte da wie vorher und dazu noch 1000. Also 1000 wären neu hinzugekommen, und zwar einfach dadurch, dass jeder dem vorhergehenden seinen Hut gegeben hat. Das aber ist absurd. Also kann die Menge der Hüte in der Unendlichkeit nicht mehr genau so gross sein wie vorher. Also hat wenigstens nach dem Hinüberreichen die unendliche Menge der Hüte eine Grenze. Denn einige Menschen haben keinen Hut. Es gibt also einen bestimmten Punkt, von dem aus die folgenden keinen Hut mehr haben; d. i. die unendliche Menge der Hüte hat nach dem Verfahren eine Grenze. Denn die Grenze eines Dinges ist eben da, von wo aus dieses nicht mehr weiter geht. Diese Grenze heisse B. Anderseits hat die Menge der Hüte auch in A eine Grenze. Es ist also eine unendliche Reihe von beiden Seiten begrenzt. Damit ist die erste Stufe des Beweises, die uns — es sei wieder darauf hingewiesen — nur zum jetzt folgenden eigentlichen Beweis*ziele* führen soll, erreicht.

Jetzt soll gezeigt werden, dass eine unendliche Menge, die in einer geraden Linie aufgestellt und an den beiden Seiten begrenzt ist, unmöglich ist [1]). Die Unmöglichkeit aber soll dadurch nachgewiesen werden, dass gezeigt wird: entweder diese ganze Menge selbst oder einer ihrer Teile ist unter der gleichen Rücksicht zugleich endlich und unendlich. Wir versuchen diesen Widerspruch auf einem doppelten Wege nachzuweisen.

Man denke sich von den Punkten A und B unter einem Winkel etwa von je 60^0 zwei Geraden gezogen, die in derselben Ebene liegen. Diese müssen sich in einem Punkte C schneiden. Wir erhalten so ein unendlich grosses Dreieck. Die zwei Seiten des Dreiecks seien ebenso wie die Grundlinie AB Reihen von Menschen. — Zu dem gleichen Ergebnis führt uns auch eine andere Ueberlegung: wenn *eine* an beiden Seiten begrenzte unendliche Reihe möglich ist, dann auch *drei* begrenzte unendliche Reihen, die jede beliebige Ubikatio haben können. Drei begrenzte unendliche Reihen aber, die in derselben Ebene stehen und von denen keine mit einer der beiden andern parallel läuft, lassen sich in dieser angenommenen unendlichen Ebene so aufgestellt denken, dass sie ein unendlich grosses Dreieck bilden, dessen sämtliche Ecken im Unendlichen liegen. Jetzt denke man sich, es seien in diesem ganzen unendlichen Dreieck Reihen von Menschen parallel zur Grundlinie AB aufgestellt; jede von ihnen sei etwa

[1]) Wenn jemand sagen sollte: eine unendliche Reihe, die an den beiden Seiten begrenzt ist, ist von vornherein ein Absurdum, das braucht überhaupt nicht bewiesen zu werden, dann ist unsere These bereits bewiesen. Doch die Gegner verlangen deu Beweis dafür, und deshalb muss gezeigt werden, warum eine unendlich grosse begrenzte Reihe ein Absurdum ist.

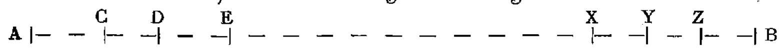
10 m von der vorhergehenden entfernt und zähle etwa 10 Menschen weniger als diese. Es seien also in der Reihe AB unendlich viele Menschen; 10 m von AB entfernt und mit ihr parallel laufend sei eine zweite Reihe von Menschen, die 10 Personen weniger zähle als AB; 10 m von der zweiten entfernt stehe eine dritte Reihe, die wieder 10 Menschen weniger habe als die zweite usf. Nun sind die Parallelreihen, die zunächst der Spitze des unendlichen Dreiecks sind, sicher endlich. Die Grundlinie AB ist nach der Annahme unendlich, ebenso die 10 m von ihr entfernte Reihe und viele andere. Eine aber von den im Abstand von je 10 m aufgestellten Parallelreihen muss zugleich endlich und unendlich sein. Warum das? Folgende Ueberlegung wird uns den Beweis für diese letzte Behauptung geben. Die Parallelen [1]) sind zum Teil endlich, zum Teil unendlich nach der Voraussetzung. Es seien jetzt alle Parallelen in 2 Klassen geteilt; zu der einen Gruppe gehören die endlichen Parallelen, zu der andern die unendlichen; ein Drittes gibt es nicht. Dann muss es eine letzte und grösste endliche Parallele geben. Warum? Zu der einen Klasse gehören nur die endlichen Linien. Es können aber nicht unendlich viele endliche Linien da sein. Denn wären unendlich viele da, dann würden, da die Linien nach der Voraussetzung immer grösser werden, auch unendlich grosse Linien zu dieser Gruppe gehören. Nun aber sind nur endlich grosse Linien in dieser Klasse. Also können nur endlich viele endliche Linien da sein. Von diesen endlich vielen aber ist eine die letzte und grösste. Also muss es eine letzte und grösste endliche Linie geben. Die auf die letzte endliche Parallele folgende unendliche Parallele muss aber gleichzeitig endlich sein. Denn sie entsteht durch Addition einer endlichen Grösse zur letzten endlichen Linie. Durch eine solche Addition aber entsteht nur etwas Endliches. Also muss diese unendliche Parallele zugleich endlich sein, oder, was auf dasselbe hinauskommt, die letzte endliche Parallele muss zugleich unendlich sein. Also muss eine von den Parallelen zugleich endlich und unendlich sein, wenn AB als unendlich angenommen wird. Das aber ist ein Widerspruch. Also ist eine unendliche, an beiden Seite begrenzte Reihe ein Widerspruch. Also ist die Voraussetzung, die zu diesem Absurdum führt, selbst unmöglich, d. i. eine aktual unendlich grosse Menge gleichzeitig existierender Dinge ist nicht möglich. Das ist die erste Art, die uns zeigt, dass eine unendliche, an beiden Seiten begrenzte Reihe unmöglich ist.

Zu genau demselben Ziele führt uns auch ein zweiter Weg und zwar ohne Zuhülfenahme der Dreiecksform. Da aber der Beweis mit Benutzung

---

[1]) Wenn im folgenden von Parallelen, Linien usw. die Rede ist, so ist es jedesmal so verstanden, dass diese Linien immer Reihen von Menschen oder andern diskreten Dingen bezeichnen. Des leichteren Ausdrucks halber ist die abgekürzte Bezeichnung gewählt.

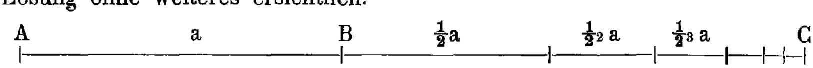
der Dreiecksform sich gewissermassen anschaulicher entwickeln lässt, deshalb brachten wir ihn in dieser Fassung zuerst, geben jetzt aber auch eine einfachere Form, die uns zum gleichen Ergebnis führt.



Es stelle AB die in einer geraden Richtung gesetzte unendliche Menge z. B. von Steinen dar, die in der Unendlichkeit eine Grenze hat. Dass eine unendliche Menge von beiden Seiten begrenzt sein kann, ist gezeigt worden. Jetzt sei diese unendliche Menge in gleiche endliche Teile zerlegt, jeder Teil sei etwa 1000 m gross. Dann ist AB nach der Annahme unendlich, ebenso AZ, AY und viele andere. AC, AD, AE und viele andere sind endlich. Einer aber von den Teilen muss zugleich endlich und unendlich sein. Den Beweis für diese Behauptung bietet uns dieselbe Erwägung, die auf Seite 467 angestellt wurde. Man denke sich nämlich alle Linien in 2 Klassen geteilt; zu der einen Gruppe gehören die endlichen Teillinien, zu der andern die unendlichen; ein Drittes gibt es nicht. Dann muss es eine letzte und grösste endliche Teillinie geben aus dem gleichen Grunde, wie er auf S. 467 vorgelegt ist. — Wir kommen so auf einem einfacheren Wege zu dem gleichen Widerspruche, wie er auf S. 467 konstatiert wurde. Damit ist der erste Teil der These bewiesen.

Ein Einwand, der vielleicht entstehen könnte, möge gleich hier seine Stelle finden. Wir sagten auf Seite 467: „Wären unendlich viele endliche Linien da, dann würden, da die Linien nach der Voraussetzung immer grösser werden, auch unendliche Linien zu dieser Gruppe gehören". Dagegen liesse sich einwenden: es folgt nicht, dass dann auch unendliche Linien zu dieser Gruppe gehörten. Denn $a + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2^2}a + \frac{1}{2^3}a + \frac{1}{2^4}a + \frac{1}{2^5}a + \dots$ (in infinitum) wird immer grösser und doch nur $= 2a$ (annähernd), aber nicht unendlich.

Antwort: Stellt man die Schwierigkeit geometrisch dar, so ist die Lösung ohne weiteres ersichtlich.



Wie die Figur zeigt, ist das ganze Beispiel nur ein mathematischer Ausdruck der philosophischen Lehre vom Kontinuum. Das Kontinuum — die Strecke $AB = BC = a$ stelle ein solches vor — ist seiner Natur nach ohne Ende teilbar, weil durch keine Teilung der Grund der Teilbarkeit des Kontinuums, nämlich seine Ausdehnung, wegfällt. Bei der Teilbarkeit des Kontinuums aber und ebenso in der vorliegenden Schwierigkeit handelt es sich um proportionale Teile, in unserm Beweise dagegen um aliquote[1]) Teile. Wir sagen nicht: eine Linie, die in der Weise grösser

[1]) Proportionale Teile erhält man, wenn ein Ausgedehntes, z. B. eine Linie von 10 m, zuerst in 2 Hälften geteilt wird, dann jede Hälfte wieder in 2 gleiche Teile, jeder so entstehende Teil wieder in 2 gleiche Stücke usf. in

wird, dass die folgende immer die Hälfte der vorhergehenden ist — wie die Figur (auf Seite 468) es darstellt — wird aktual unendlich; nein, unser Gedanke ist dieser: wenn es unendlich viele Parallelreihen gibt, und von diesen die zweite etwa 10 Personen mehr zählt als die erste, die dritte wieder 10 mehr als die zweite und überhaupt jede folgende 10 Menschen mehr als die vorhergehende, dann müssen von diesen aktual unendlich vielen Reihen auch einige unendlich gross sein. Es fehlt daher die Gleichheit im terminus medius des Einwandes und unseres Beweises, und damit fällt die Schwierigkeit fort.

Es liegt auf der Hand, dass sich die gleiche Ueberlegung bei einem unendlich grossen stereometrischen Gebilde anstellen lässt. Wenn also jemand das Unendliche in Form eines unendlichen Würfels, einer Kugel usf. sich denken will, so macht das keine Schwierigkeit. Denn auch in diesen Figuren lassen sich durch Diagonalebenen (beim Würfel) oder senkrecht auf einander stehende grösste Durchschnittskreise (bei der Kugel) die unendlichen Dreiecksformen (Würfelhälften und Kugelachtel) bilden, und dafür gilt der Beweis. Statt der Parallellinien erhalten wir dann die entsprechenden Parallelflächen, bei der Kugel natürlich parallele Kugelflächen. Selbst wenn unendlich viele unendliche Dreiecksformen entstehen sollten, so tut das dem Beweise nichts. Wir erhalten eben unendlich viele Absurda, die niemals einen reellen Wert geben.

2. Eine aktual unendliche Grösse ist nicht möglich. Das folgt unmittelbar aus dem eben geführten Beweise. Denn ob das aktual unendlich grosse Dreieck aus einzelnen diskreten Teilen zusammengesetzt ist oder eine einzige Grösse bildet, das ändert an dem Beweisgange nichts. Es können daher auch hier genau dieselben Erwägungen angestellt werden. — Obendrein kann ein bestimmtes Mass, etwa 10 Quadratmeter, als Einheit genommen und durch diese die supponierte unendliche Grösse geteilt werden[1]. Auf diese Weise wird die aktual unendliche Grösse in eine aktual unendlich grosse Menge einzelner Teile zerlegt, von denen dann der eben erbrachte Beweis wieder gilt.

3. Die Menge aller nach einander existierenden Dinge kann nicht unendlich sein.

a) dass sie in aller Zukunft nicht unendlich sein kann, scheint selbstverständlich. Denn sie ist ja nur potentia unendlich, d. i. sie kann stets vermehrt werden, ohne jemals unendlich zu werden[2].

---

infinitum. Aliquote Teile erhält man, wenn z. B. eine Strecke von 10 m nach einem bestimmten, beliebig als Einheit genommenen Masse geteilt wird. Ist z. B. das als Einheit gewählte Mass 10 m, so lässt sich die gegebene Strecke in 10 aliquote Teile zerlegen, und damit ist die Teilung beendigt. Die Teilung in proportionale Teile dagegen lässt sich niemals zu Ende führen. Vgl. Lehmen, Lehrbuch der Philosophie II³ 15 ff.

[1]) Vgl. Bödder, *Theol. nat.*.³ n. 223.

[2]) Hontheim, *Inst. Theod.*. n. 193.

b) dass seit aller Vergangenheit bis jetzt die Menge aller Dinge nicht unendlich sein kann, das lässt sich mit Hontheim also beweisen: „Quid enim est, quod absoluta necessitate prohibeat, quominus seriei successivae membra priora in perpetuum conserventur accedentibus novis et sic infinitas successiva, si possibilis supponitur, evadat simultanea? Ergo si infinitas successiva est possibilis, etiam simultanea; et si haec repugnat, et illa" [1]).

4. Man könnte nun sagen: viele Autoren sehen in der Möglichkeit einer **ewigen Bewegung** keinen Widerspruch [2]). Wenn aber eine ewige Bewegung möglich ist, dann kann auch die Menge der nach einander existierenden Dinge aktual unendlich sein.

Auf diese Schwierigkeit ist folgendes zu sagen: Es ist sehr wohl möglich, dass die Autoren, denen die Unmöglichkeit der ewigen Bewegung nicht bewiesen schien, gerade deshalb diese Ansicht hatten, weil sie für die Unmöglichkeit der unendlichen Menge keinen durchschlagenden Beweis sahen. Ist aber diese einmal bewiesen, dann lässt sich daraus auch die Unmöglichkeit der ewigen Bewegung beweisen, wie es z. B. Urráburu tut [3]).

Obendrein lässt sich auch unabhängig von dieser Frage die Unmöglichkeit der ewigen Bewegung beweisen. Da diese Untersuchung der hier behandelten nahe verwandt ist, so ist es angebracht, den Beweis hier folgen zu lassen [4]). Nehmen wir an, die Sonne z. B. sei seit Ewigkeit in Bewegung. Jede Bewegung verlangt, um überhaupt möglich zu sein, verschiedene Ubikationen. Es sei A die Ubikatio, in der die Sonne in Ewigkeit geschaffen wurde, B die Ubikatio, die unmittelbar durch die vorausgesetzte Bewegung der Sonne auf A folgt. Wenn nun die Sonne in B ist, dann ist notwendig schon die ganze Ewigkeit vorbei. Also musste die Sonne die ganze Ewigkeit in A sein, d. i. eine ewige Bewegung ist nicht möglich. In diesem Syllogismus ist der Untersatz zu beweisen. Diesen Beweis bietet uns folgende Erwägung. Die Ubikatio A ist von Ewigkeit nach der Annahme. Die Ubikatio B ist nicht von Ewigkeit. Denn die Ubikatio B war noch nicht da, als die Ubikatio A da war. Nun aber ist das, was einmal nicht da war, nicht von Ewigkeit. Denn ewig ist das, was immer ist, was niemals nicht ist. Also ist die Ubikatio B nicht von Ewigkeit. Die Ubikatio A ist aber von Ewigkeit nach der Annahme. Nun aber liegt zwischen dem, was von Ewigkeit ist, und dem, was nicht von Ewigkeit ist, die ganze Ewigkeit dazwischen. Das folgt aus den Begriffen, wiewohl es sich mit der Phantasie nicht vorstellen lässt. Also war bereits

---

[1]) Hontheim, *Ibid.* n. 194b.

[2]) Wie sich die scholastischen Autoren zu dieser Frage stellen, darüber vgl. Urráburu, *Cosmol,* p. 276 f.

[3]) Urráburu, *Cosmol,* p. 288–291.

[4]) Vgl. Suarez, *De Opere sex dierum,* lib. 1 cap. 2 n. 11 seqq., wo der Grundgedanke des Argumentes steht.

die ganze Ewigkeit vorbei, als die Sonne in B war; mit andern Worten: die Sonne musste die ganze Ewigkeit in A sein, d. i. eine ewige Bewegung ist nicht möglich.

Einwand gegen den Beweis: Zwischen der Ubikatio A und B ist ein kontinuierlicher Uebergang; das liegt im Begriffe der Bewegung. Also kann nicht zwischen A und B die ganze Ewigkeit dazwischen liegen.

Antwort: Der Vordersatz ist richtig. Aber daraus folgt höchstens, dass auch A nicht von Ewigkeit sein kann. Warum? B ist sicher nicht von Ewigkeit; denn es war ja einmal nicht. Wenn also B nicht von Ewigkeit ist, dann kann auch A nicht von Ewigkeit sein, weil es ja von A nach B unmittelbar kontinuierlich übergeht. Nur eine Möglichkeit, dass A von Ewigkeit ist, bleibt, nämlich die, dass A die ganze Ewigkeit in absoluter Ruhe ist. Das ist aber gegen die Voraussetzung. Denn diese sagt, die Sonne sei von Ewigkeit in Bewegung. Also dieser Einwand widerlegt den Beweis nicht, sondern zeigt vielmehr einen neuen Weg, die Unmöglichkeit der ewigen Bewegung zu beweisen.

III.

In diesem Teile sollen die hauptsächlichsten Schwierigkeiten, die von den Gegnern gemacht worden sind, besprochen werden. Man wendet ein:

1. Von dem Unendlichen kann überhaupt nichts ausgesagt werden. Denn unsere Begriffe sind alle nur endlich; wir wissen daher nicht, ob unsere Deduktion auch vom Unendlichen gilt. Wie kann man obendrein mit einer Ueberlegung an einem Dreieck oder an einer Linie die Frage entscheiden wollen, dass unendlich viele Dinge nicht existieren hönnen?

Darauf ist zu erwidern: Unsere Begriffe sind endlich ihrem Sein nach (entitativ), ja; repräsentativ, d. i. sie können nur Endliches darstellen, nein. Gewiss können wir das Unendliche nicht vollständig begreifen; falsch aber ist, dass wir deshalb gar nichts von dem Unendlichen aussagen können. Auch das ist zuzugeben, dass beim Unendlichen die Ueberlegung bedeutend vorsichtiger vorangehen muss als bei endlichen Grössen. Daraus folgt aber nicht, dass das Unendliche jeder philosophischen Untersuchung unzugänglich sei. Die Existenz des absolut unendlichen Wesens Gottes können wir mit metaphysischer Sicherheit philosophisch beweisen; ebenso sicher können wir dann aus der Unendlichkeit Gottes Schlüsse ziehen und so die einzelnen Vollkommenheiten Gottes beweisen. Wenn wir das aber bei dem absolut unendlichen Wesen vermögen, dann können wir a fortiori auch bei dem, was nur unter einer Rücksicht unendlich ist, oder richtiger als unendlich angenommen wird, unsere Ueberlegungen anstellen und zu vollkommen sicheren Resultaten gelangen, wofern nur in der Deduktion kein Fehler unterläuft. Es hat also die erwähnte Schwierigkeit in ihrer allgemeinen Fassung gar keine Kraft. Der zulässige Weg zu einem Einwand ist vielmehr der, den Beweisgang selbst zu prüfen und zuzusehen, ob die einzelnen Beweisglieder richtig entwickelt sind. — Wenn zudem jemand behaupten wollte, das Kontradiktionsprinzip und überhaupt die evidenten Denkprinzipien gelten nur bei endlichen Dingen, nicht aber bei unendlichen, so scheint uns das ein sehr gefährlicher Irrtum. Warum sollen dann unendlich viele entia ab alio ein ens a se verlangen, von dem sie abhängen? Welche Garantie ist dann noch vorhanden, dass dasjenige, was aus der Unendlichkeit Gottes deduziert wird, wirklich wahr ist? Wenn einmal die Schwierigkeit zugestanden ist, dann gibt es keine Norm mehr, nach der sich die Theodicee richten kann; dann ist bei einem unendlichen Wesen schliesslich alles möglich. Allein die Denkgesetze gelten überall, auch bei einem unendlichen Wesen.

Dagegen liesse sich einwenden: bei einem rein endlichen Wesen ist es z. B. ein Widerspruch, dass es unendlich sei, bei dem Unendlichen nicht; ein endliches Wesen ist nicht a se, das Unendliche wohl usf. Also kann doch etwas beim Endlichen ein Widerspruch sein, was es beim Unendlichen nicht ist und umgekehrt.

Antwort: Die Schwierigkeit besteht nur scheinbar. All diese Beispiele und so viele ihrer noch ausgedacht werden mögen, beweisen, so wahr sie sind, nichts gegen die Geltung der Denkprinzipien auch für das Unendliche. Denn kein Denkgssetz sagt, dass diejenigen Eigenschaften, die dem Endlichen gerade deshalb, weil es endlich ist, zukommen, auch beim Unendlichen gefunden werden müssen. Das ist gegen alle Denkgesetze. Wir sagen vielmehr in Uebereinstimmung mit allen Philosophen, die unsere Erkenntnis nicht in unbegründeter Weise auf das Endliche beschränken: was wir beim Unendlichen — sei es nun das absolut Unendliche d. i. Gott, oder ein anderes Wesen, das nur unter einer Hinsicht als unendlich angenommen wird — aus einem evidenten Grunde als richtig oder falsch einsehen, das ist auch richtig oder falsch, und zwar behaupten wir das mit demselben Rechte wie beim Endlichen. Denn auch beim Unendlichen ist die Evidenz der Gründe die Norm, die unser Denken bestimmt. Wenn daher in unserem Beweisverfahren kein Fehler nachgewiesen wird, dann ist es unphilosophisch, allein deshalb den Beweis abzulehnen, weil er zum Gegenstande das Unendliche hat. Nur dann fällt der Beweis, wenn in ihm ein Denkgesetz falsch angewandt und dadurch verletzt ist.

Endlich sei noch auf folgendes aufmerksam gemacht: es ist inkonsequent, wenn Gegner, die den Einwand erheben, vom Unendlichen könne nichts ausgesagt werden, selbst mit der Möglichkeit der aktual unendlichen Menge rechnen oder wenn sie gar behaupten, dass eine solche Menge wirklich existiert. Von ihrem Standpunkte aus müssten sie folgerichtig von jedem Urteil in dieser Frage abstehen.

2. Wenn der aufgestellte Beweis richtig ist, dann gilt er auch für den absoluten Raum. Der absolute Raum aber ist als aktual unendlich auf-

zufassen. Also widerlegt der Beweis zugleich eine wahre Sentenz. Also ist er falsch. So dem Sinne nach Arriaga [1]).

Antwort: Hätte der absolute Raum ein reales Sein, dann würde der Beweis auch für ihn gelten. Der absolute Raum ist aber nur ein Gedankending [2]).

3. Wenn der Beweis richtig ist, dann kann auch Gott nicht ewig sein [3]).

Antwort: Die Schwierigkeit bestände zu recht, wenn die Ewigkeit Gottes aus sukzessiv sich folgenden Zeitmomenten bestände. Die Ewigkeit Gottes aber ist ihrem Begriffe nach Dauer, die mit absoluter Notwendigkeit Anfang und Ende und jede Möglichkeit einer Veränderung ausschliesst.

Die besten Beweisversuche zu Gunsten der aktual unendlichen Menge sind von Kardinal Toletus aufgestellt [4]). Er führt 7 Beweise für seine Sentenz an. Die besten sind den Hauptgedanken nach diese.

4. Gott ist unermesslich. Also ist eine aktual unendliche Grösse möglich [5]).

Antwort: Das Ganze ist richtig; aber daraus folgt nicht, dass eine aktual unendlich grosse Menge von Dingen existieren kann, und nur diese wird durch unsern Beweis ausgeschlossen. Dadurch aber, dass wir die Unmöglichkeit der aktual unendlich grossen Menge zeigen, beweisen wir auch, dass eine aktual unendliche Grösse, die teilbar ist, unmöglich ist. Denn eine solche Grösse ist unendlich vielen Teilen äquivalent und könnte daher auch durch die Allmacht Gottes in aliquote Teile zerlegt werden. Es entstände dann eine aktual unendlich grosse Menge, die unmöglich ist. Unser Beweis gilt also nur für eine aktual unendlich grosse Menge und eine aktual unendliche Grösse, die aus Teilen besteht. Das trifft aber bei der Unendlichkeit Gottes nicht zu. Denn diese besteht

---

[1]) Arriaga, *Cursus philos.* disput. 13 physica, sect. 4 n. 43. Arriaga selbst deutet den von uns geführten Beweis kurz an (ebd. n. 43), entscheidet sich aber nicht, da diese und einige andere Schwierigkeiten, die sofort besprochen werden, ihm unlösbar scheinen. „Quid autem sit ei", i. e. Scoto neganti possibilitatem actu infiniti, „respondendum, nec mihi occurrit, nec vidi in aliis, quia hoc argumentum non vidi propositum. Malo autem fateri me non videre solutionem, quam dare aliquam, quam nec ego nec ullus alius intelligit" (Arriaga l. c. n. 46).

[2]) Die nähere Begründung dieser Auffassung des Raumes hier zu geben, würde zu weit führen. Wer weitere Auskunft über diesen Punkt wünscht, vgl. etwa Lehmen, Lehrbuch der Philosophie [3] II 42—50.

[3]) „Retorquetur argumentum manifeste contra aeternitatem Dei a parte ante et a parte post" (Arriaga l. c. n. 46).

[4]) „Mihi est probabilissimum et amplectendum posse per divinam absolutamque potentiam actu infinitum sive continuum, sive discretum produci. Hanc probo argumentis forsan irrefragabilibus" (Toletus, *In Summam s. Thomae* quaest. 7 a. 4).

[5]) Toletus a. a. O.

zunächst nicht aus diskreten Teilen, sie ist ferner keine kontinuierlich ausgedehnte Grösse und lässt sich infolgedessen nicht in Teile zerlegen. Deshalb trifft diese Schwierigkeit den von uns erbrachten positiven Beweis nicht.

Man könnte jetzt weiter einwenden: Gott ist überall. Also kann er überall etwas schaffen, und so entsteht eine unendlich grosse Menge von geschaffenen Dingen.

Antwort: Der Vordersatz ist richtig. Der Nachsatz bedarf dieser Unterscheidung. Gott kann an allen Orten disjunktiv genommen, d. i. entweder in A oder in B usf., ein Ding schaffen, ja; er kann an allen Orten zugleich, d. i. sowohl in A als auch in B, und an allen möglichen Orten zugleich ein Geschöpf ins Dasein rufen; nein. Denn das gerade wird durch den von uns aufgestellten Beweis ausgeschlossen.

Gott kann also an jedem Orte, an dem er will, ein Ding schaffen; aber niemals können diese alle gleichzeitig da sein, sondern nur nach einander, und auch dabei nur so, dass die Menge der geschaffenen Dinge immer noch vermehrt werden kann, also niemals aktu unendlich wird.

5. Im Kontinuum sind aktu unendlich viele Teile[1]).

Antwort: Diese Behauptung ist nicht richtig. Das Kontinuum ist seiner Natur nach ohne Ende teilbar. Folglich ist die abgeschlossene, vollständige Zahl aller seiner Teile nicht möglich. Man kann nur sagen: Die Zahl der Teile des Kontinuums ist potential unendlich, d. i. sie kann ohne Ende vermehrt werden, sie ist aber nie aktual unendlich. Natürlich können hier nur die Resultate der Lehre über das Kontinuum gebracht werden. Es würde zu weit vom vorliegenden Thema abführen, die ganze schwierige Frage über das Kontinuum hier darzulegen und zu begründen[2]).

6. „S. Thomas et communis schola Theologorum tenet mundum posse a Deo fieri ab aeterno. Ex hoc igitur sequitur, quod homines infiniti praecessissent, quorum animae exsistentes immortales numerum animorum actu infinitum construerent. Qui igitur aeternitatem mundi Deo possibilem fatetur, necesse est fateatur infinitum actu fieri posse“ [3]).

Antwort: Ob der hl. Thomas wirklich die Möglichkeit der ewigen Weltschöpfung gelehrt hat, scheint nicht sicher zu sein. Doch sehen wir von dieser historischen Frage ab. Was ist zu der ersten Folgerung zu sagen: „ex hoc sequitur“ . . . ?

a. Zunächst fragt es sich, ob dieser Schluss wirklich aus dem Vordersatze folgt. Nehmen wir an, wie Toletus will, Gott habe einen Menschen

[1]) „In continuo sunt infinitae partes proportionales, quarum una non est altera, sunt infinita puncta mediata. Ergo multitudo infinita non repugnat“ (Toletus l. c.).

[2]) Näheres darüber siehe etwa bei Lehmen, Lehrbuch der Philosophie [3] II 14 ff.

[3]) Toletus, *In Summam s. Thomae,* quaest. 7 art. 4.

in der Ewigkeit erschaffen; dieser habe einen Sohn erzeugt, der Sohn wieder einen andern usw. Dann war der zweite Mensch (der Sohn) nicht von Ewigkeit. Warum nicht? Der zweite Mensch war einmal nicht; denn er hat einen Anfang. Nun aber ist ewig nur das, was immer ist und niemals nicht ist. Also ist der zweite Mensch nicht ewig. Wenn also der erste Mensch in Ewigkeit geschaffen wurde, so blieb er die ganze Ewigkeit ohne den Sohn. Sobald der Sohn gezeugt wurde, begann die Zeit. Man vergleiche dazu den Beweis, dass eine Bewegung von Ewigkeit her nicht möglich ist, der auf Seite 470 f. geführt ist. Es scheint also aus unserm Beweise gegen die Möglichkeit der aktual unendlich grossen Menge unmittelbar nichts gegen die Möglichkeit der ewigen Weltschöpfung zu folgen. Es konnte ja die Materie z. B. die ganze Ewigkeit hindurch absolut unverändert bleiben und erst in der Zeit Bewegung und Veränderung erhalten. Gewiss ist das kein konvenienter Zustand; doch liegt darin kein offenbarer Widerspruch. Tatsächlich rechnen die Autoren mit dieser Möglichkeit [1]. Die Bewegung der Materie allerdings kann nicht von Ewigkeit sein.

b. Selbst wenn diese Antwort nicht hinreichend sein, wenn der erste Schluss wirklich folgen sollte, was jedoch nicht so einfachhin der Fall zu sein scheint, so bleibt immerhin folgendes mit Recht bestehen: Wenn unser Beweis gegen die Möglichkeit einer aktual unendlichen Menge oder Grösse eine offenkundige Wahrheit stürzte, so wird er dadurch selbstverständlich als falsch erwiesen. Es scheint aber nicht zulässig, sich auf eine dunkele nnd bestrittene Frage zu berufen, um damit ein Argument zu widerlegen, in dem selbst man keinen Fehler entdeckt. Ja selbst wenn unser Beweis die Möglichkeit der ewigen Weltschöpfung widerlegen sollte, so folgt höchstens aus ihm, dass diese nicht anzunehmen ist. Hontheim stützt gerade seinen Beweis gegen die Möglichkeit der ewigen Weltschöpfung auf die Unmöglichkeit der aktual unendlichen Menge [2]. Wie also immer diese Frage entschieden werden mag, gegen den aufgestellten Beweis für die Unmöglichkeit der aktual unendlichen Menge hat diese Schwierigkeit keine Kraft.

7. Die Menge der von Gott erkannten möglichen Dinge ist in Gottes Erkenntnis aktu unendlich. Wenn aber in Gottes Erkenntnis die Menge der möglichen Dinge aktual unendlich ist, dann können auch a parte rei unendlich viele Dinge existieren. Also können unendlich viele Dinge existieren.

Das ist die grösste Schwierigkeit, die Toletus [3]) erhebt und die seitdem immer wieder gemacht wird. Sie verdient daher die meiste Beachtung.

---

[1]) Vgl. Gutberlet, Allgemeine Metaphysik[2] 249—255, wo die Frage eingehend behandelt wird und wo verschiedene Bedenken, die sich gegen diese Annahme machen lassen, geprüft sind.

[2]) Vgl. Hontheim, *Inst. Theod.* n. 935.

[3]) Toletus, *In Summam s. Thomae*, qu. 7 a. 4.

Antwort: Ob die Menge der möglichen Dinge in Gottes Erkenntnis aktual unendlich ist, darüber gehen die Ansichten der Autoren auseinander[1]; auch in der vorliegenden Arbeit soll diese Frage nicht entschieden werden. Wir lassen also den Obersatz dahingestellt und sagen: selbst wenn die Menge der möglichen Dinge in Gottes Erkenntnis aktu unendlich ist, so folgt daraus nicht, dass unendlich viele Dinge existieren können.

Es kann nämlich jedes einzelne der möglichen Dinge, die Gott erkennt, für sich ins Dasein gesetzt werden; aber es können nicht alle zusammen existieren. Einige Beispiele mögen diesen Gedanken beweisen. Gott erkennt gleichzeitig und mit einem Akte alle Tage des Jahres. Deshalb können diese aber nicht alle gleichzeitig aktu da sein. Gott erkennt gleichzeitig alle Menschen und alle ihre Akte; deshalb können diese aber nicht alle gleichzeitig da sein, z. B. der Vater gleichzeitig vom Anfang seines Lebens an mit seinem Sohne, der Akt der Liebe eines Menschen gleichzeitig mit dem Akte des Hasses auf dasselbe Formalobjekt bezogen. Ausserdem ist, wie alle zugeben, die idea exemplaris Gottes unerschöpflich. Gerade daraus aber folgt, dass nicht alles, was gleichzeitig im Geiste Gottes ist, auch gleichzeitig existieren kann. Denn wenn alle Dinge, die gleichzeitig im Geiste Gottes sind, auch gleichzeitig existieren könnten, dann wäre, wenn diese Dinge existierten, die idea exemplaris Gottes erschöpft, was unmöglich ist. Wenn daher auch jemand annehmen wollte, Gott könne den ganzen Raum mit Eisenkugeln ausfüllen — was aber nicht möglich ist, da eine aktual unendlich grosse Menge existierender Dinge, wie unser Beweis zeigt, repugniert — so stände es auch dann wieder in der Macht Gottes, ebenso viele Kugeln zu schaffen, welche die früheren kompenetrierten, dann wieder andere und so weiter ins Unbestimmte. Es gibt also keine Grenze, über die hinaus Gott keine weiteren Objekte mehr schaffen kann, gerade deshalb, weil die idea exemplaris Gottes unerschöpflich ist. Und doch sind alle diese Objekte, die von Gott in alle Ewigkeit ins Dasein gerufen werden können, gleichzeitig im Geiste Gottes. Daraus also, dass mehrere Dinge gleichzeitig im Geiste Gottes sind, folgt nicht, dass sie deshalb auch gleichzeitig existieren können. Mit demselben Rechte lässt sich dann aber auch schliessen: selbst wenn die Menge der Dinge in Gottes Erkenntnis aktu unendlich ist, so folgt daraus nicht, dass aktu unendlich viele Dinge existieren können.

[1]) Frick schreibt dazu: „Affirmant hoc: S. Thomas, s. Augustinus, Albertus M., Molina, Conimbricenses, Card. Toletus, Card. Franzelin, Vasquez, Ruitz, Kleutgen. Negant hoc: Durandus, Gregor de Valentia, de Lugo, Sylv. Maurus, Tongiorgi, Palmieri, alii“ (Frick, Ontologia[3] n. 337 B).