Des hl. Thomas Lehre vom Unendlichen und die neuere Mathematik.

Von Prof. Gerhard Langenberg in Wattenscheid.

Zweiter Teil.

(Schluss.)

Die Frage „Gibt es ein Unendliches?“, die den Menschengeist beim Anblick des gestirnten Himmels unwillkürlich bewegt und die seit der Zeit der jonischen Naturphilosophen nicht mehr aus der Literatur verschwunden ist, dürfte die wichtigste der Unendlichkeitslehre sein. Je nach der Phantasieanlage und der Gefühlswelt, je nach dem erkenntnistheoretischen System — oder auch ohne ein solches — und je nach der methodischen Schulung wird sie verschieden beantwortet, selbst wenn über den mathematischen Begriff Einigkeit herrschen sollte. Nachdem wir in einem früheren Aufsatze [1]) die Lehre des hl. Thomas über das Unendliche nach der begrifflichen Seite hin dargelegt haben, treten wir nunmehr der Frage näher, wie er dessen Existenz in den Dingen aufgefasst hat, wobei von vornherein betont sei, dass „Existenz“ hier nicht im mathematischen Sinne zu nehmen ist.

Bei Thomas ist das Unendliche mathematisch und philosophisch widerspruchslos, aber er schliesst nicht vom Begrifflichen auf die Existenz in der Aussenwelt. Seine Methode ist die, zu untersuchen, ob die Empirie oder die daran anknüpfende philosophische Betrachtung bei einem Objekte Grenzen feststellen muss oder nicht. Im ersten Falle ist die Unendlichkeit selbstverständlich ausgeschlossen. — Dieser Prüfung werden der Reihe nach die Ausdehnung, die Menge (Zahl) und das Bewegungs- und Zeitkontinuum unterzogen.

I.

Das Unendliche in der räumlichen Ausdehnung.

Unter Hinweis auf die bereits angeführten Sätze (insbesondere auf die Beispiele in 7 ad 3.) und auf die Bemerkung, dass die magnitudo in communi, die räumliche Ausdehnung im allgemeinen, die nicht Akzi-

[1]) Vgl. Philos. Jahrb. 1917 Heft 1 S. 79—97. Die Artikel aus der Summa Theol. 1, q. 7, a. 1 bis 4; 1, q. 14, a. 12; 1, q. 53, a. 3; 3, q. 10, a. 3 werden wie früher einfach mit den Ziffern 1—7 zitiert.

dens eines substanziellen Individuums ist, mit dem Begriff der Unendlichkeit nicht in Widerspruch stehe (3 ad 2.), können wir die Anschauungen des hl. Thomas in folgender Weise zusammenfassen:

a) eine unendliche Ausdehnung ist im Gebiete der reinen Geometrie nach einer oder nach zwei Dimensionen möglich; die betreffenden Gebilde sind in wenigstens einer Beziehung unendlich: dazu gehören Strahlen, Halbstrahlen, Winkelflächen oder andere Flächen, die nach einer Seite hin offen sind, die Ebene ohne nähere Bestimmung, körperliche Ecken und dergl., während der eigentliche mathematische Körper als allseitig geschlossenes Objekt begrenzt ist; der unkörperliche dreidimensionale Raum wird nicht eigens behandelt.

b) die Ausschliessung des Prädikates „unendlich" hängt einzig und allein von der Feststellung einer Grenze nach allen in Frage kommenden Dimensionen ab. Allseitige Grenzen sind aber gegeben durch die geschlossene Gestalt (figura) oder dadurch, dass ein Ding Individualexistenz besitzt.

Ein kurzer Beweis, welcher für physikalische wie für mathematische Körper gilt, findet sich im „contra" des 3. Artikels: Omne corpus superficiem habet. Sed omne corpus superficiem habens est finitum, quia superficies est terminus corporis finiti. Ergo omne corpus est finitum. Et similiter potest dici de superficie et linea. Nihil est ergo infinitum secundum magnitudinem. Jeder Körper muss seinem Begriffe nach eine Oberfläche haben. Das Vorhandensein einer Oberfläche, die ja etwas Geschlossenes ist, ist aber gleichbedeutend mit allseitiger Begrenzung. Ebenso ist jede Fläche, jede Linie am Körper endlich. Die räumliche Ausdehnung als Akzidens hat also den Charakter der „Grösse".

Die folgenden Beweise in 3. betonen vor allem die Folgen der Individualexistenz. Angenommen, es gäbe einen der Grösse nach unendlichen Körper, so wäre er doch der Wesenheit nach endlich, dadurch dass diese durch die forma substantialis in eine Art eingeordnet und durch die Materie zu einem Individuum gemacht wird, terminata ad aliquam speciem per formam et ad aliquod individuum per materiam. — Jeder physikalische Körper hat eine bestimmte (determinierte) forma substantialis. Da die Akzidenzien sich nach der Form richten, so müssen der determinierten Form auch determinierte Akzidenzien entsprechen, unter welche auch die Ausdehnung des Körpers fällt. Folglich muss jeder physikalische Körper der Ausdehnung nach bestimmt oder begrenzt sein. — De corpore etiam mathematico eadem ratio est. Quia si imaginemur corpus mathematicum existens actu, oportet quod imaginemur ipsum sub aliqua forma, quia nihil est actu nisi per suam formam; unde, cum forma quanti, inquantum huiusmodi, sit figura, oportebit quod habeat aliquam figuram. Est sic erit finitum. *Est enim figura, quae termino vel terminis comprehenditur*[1]).

Die scholastischen Gedankengänge liegen uns heutzutage nicht besonders, weshalb wir es vorgezogen haben, die Beweise nur zu skizzieren und als Hauptgedanken der Argumente die Individualexistenz herauszuheben. Die Beweiskraft der thomistischen Gedanken hängt nämlich nicht davon ab, ob die Lehre von der forma substantialis begründet ist oder nicht, auch nicht von der Deutung des Individuationsprinzips, es genügt die Tatsache, dass alles, was in der Welt existiert, in Individuen existieren muss, und dass mit der Individualexistenz eine individuelle, abgeschlossene Ausdehnung gegeben ist. Eine abgeleitete Form ist das Argument, dass ein Körper vom geometrischen Standpunkt aus schon begrenzt sein muss. Thomas entscheidet die Frage der Existenz des Unendlichen also, wie man sieht, nicht von einer Definition des Unendlichen aus, sondern untersucht die Objekte der konkreten Wirklichkeit und des Denkens darauf hin, ob in ihnen Grenzen nachweisbar sind, und ob auf Grund des Befundes die Aussage „unendlich" zu verweigern ist oder nicht. Ferner operiert er in diesem Abschnitte, wenigstens in keinem grundlegenden Satze, nicht mit den Wendungen in actu — in potentia, wir sehen ja auch, dass er Gebilden aus dem Gebiete der Potenzialität, nämlich den mathematischen Körpern, die Unendlichkeit abspricht.

Eine besondere Stellung nimmt ein Beweis ex motu ein, der aristotelische Gedanken aus der Physik und De Caelo verarbeitet: Hoc etiam ex motu patet, quia omne corpus naturale habet aliquem motum naturalem; corpus autem infinitum non posset habere aliquem motum naturalem; nec motum rectum, quia nihil movetur naturaliter motu recto, nisi cum est extra suum locum, quod corpori infinito accidere non posset; occuparet enim omnia loca, et sic indifferentur quilibet locus esset locus eius, et similiter etiam neque secundum motum circularem, quia in motu circulari oportet quod una pars transferatur ad locum in quo fuit alia pars; quod in corpore circulari, si ponatur infinitum, esse non potest, quia duae lineae protractae a centro, quando longius protrahuntur a centro, tanto longius distant ab invicem. Si ergo corpus esset infinitum, in infinitum distarent lineae ab invicem, et sic una numquam posset pervenire ad locum alterius. Aller Besonderheiten der peripatetischen Mechanik entkleidet, nimmt der Beweis etwa folgende Gestalt an: Jeder physikalische Körper

[1]) Vergl. 1 c und 1 ad 2.; Terminus quantitatis est sicut forma ipsius; cuius signum est, quod figura quae consistit in terminatione quantitatis, est quaedam forma circa quantitatem. — Die Behandlung der unbestimmten unendlichen und der individualisierten Ausdehnung (= Grösse) unter dem Gesichtspunkte von Materie und Form lehnt sich an Aristoteles an, der (Phys. III, 6) das Unendliche τῆς τοῦ μεγέθους τελειότητος ὕλη nennt.

ist seiner Natur nach einer Bewegung fähig[1]), und zwar entweder einer fortschreitenden oder einer drehenden. Bei einem unendlichen Körper aber ist eine fortschreitende Bewegung unmöglich, weil er ja von vornherein den unendlichen Raum nach allen Dimensionen ausfüllt und deshalb keinen neuen Ort einnehmen kann — Eine Rotationsbewegung wäre ebensowenig möglich. Bei dieser gelangt nämlich ein Durchmesser stets in die Lage eines anderen, der mit ihm die Drehungsebene gemeinsam hat. Wenn man den Winkel zwischen zwei Durchmessern auch recht klein wählt, schliesslich müssen diese, da ja der Körper unendlich sein soll, einen unendlichen Abstand von einander haben, und ein solcher kann nicht durchlaufen werden, oder man müsste schon zu dem physikalischen Unding einer unendlichen Geschwindigkeit[2]) seine Zuflucht nehmen wollen.

Nun erhebt sich die Frage, ob die thomistischen Grundsätze sich auch auf unser Weltbild, auf den Kosmos, mit dem es die Astronomie, bzw. die kosmische Physik, und die Naturphilosophie zu tun haben, übertragen lassen. Allerdings gibt es nach aristotelischer und mittelalterlicher Anschauung ausserhalb der letzten Himmelssphäre nur das vacuum und keinen „Ort", weil dort kein einen Ort einnehmender Gegenstand existiert. Statt Coelum setze man Universum oder Kosmos ein, in der Frage der Unendlichkeit sind wir dann gerade so weit wie das Altertum, denn dieselben philosophischen Wahrheiten, welche jene bewogen, ihre Welt für endlich zu halten, gelten auch heute noch. In der Tat gehört die Annahme, dass jedes in der Natur vorkommende Individuum oder eine Sammlung solcher nach Zahl und Grösse in allen Beziehungen objektiv bestimmt sei, zu den allerersten Feststellungen der menschlichen Naturauffassuug, sie ist eine Grundvoraussetzung der Naturphilosophie sowohl wie der exakten Wissenschaften, die bei keinem ihrer Objekte ein der Grösse, Zahl, Masse, Zeit, Geschwindigkeit nach Unbestimmtes voraussetzen können. Die Individualexistenz mit ihren Folgen müssen wir auch beim Kosmos annehmen. Zwei existierende Massenpunkte können nicht an einem unbestimmten Orte sein; damit hat ihr Abstand einen bestimmten Wert und ist begrenzt. Und was für zwei beliebige Massenpunkte gilt, ist entsprechend auch vom Weltall auszusagen. Das E x i s t i e r e n d e ist eben der b e g r i f f l i c h e n Grenzenlosigkeit des Unendlichen nicht fähig, oder anders ausgedrückt, diese kann auch durch Existieren nicht erschöpft werden, selbst dann nicht, wenn man beliebige Selbstzeugung kosmischer Systeme annehmen wollte. Nicht die exakten Wissenschaften, sondern nur einige ihrer Jünger weichen von dem Axiom der individuellen Begrenztheit aller Naturwirklichkeit und alles

---

[1]) Dass diese Uebersetzung berechtigt ist, geht aus S. c. G. I, 20 hervor, wo es in demselben Sinne heisst: Omne corpus naturale est m o b i l e.

[2]) Diese heisst in der Scholastik bezeichnender Weise moveri in non-tempore.

Naturgeschehens ab, indem sie auf einmal in ihrer Weise Metaphysik treiben, vor allem seitdem es aus bestimmten Gründen zweckdienlich erscheint, das souveräne Universum gegen die verhängnisvolle Energieentwertung zu schützen.

Fassen wir die Aussagen des hl. Thomas über das Unendliche in der Ausdehnung nochmals zusammen. Im Bereich der konkreten Weltdinge gibt es nach ihm kein Unendliches, weder als Substanz noch als Akzidens. Auf der anderen Seite, im Gebiete der Gedankendinge, insbesondere in der Geometrie, sind ein- und zweidimensionale Gebilde widerspruchslos. Aber das unbegrenzte Dreidimensionale ...? Sollte dieses einem Systematiker wie Thomas entgangen sein? Schwerlich; namentlich in den Beispielen in 7 ad 3. lag dieses letzte Glied der logischen Möglichkeiten auf der Hand. Indessen, da der absolute Raum weder als Träger noch als Eigenheit eines Trägers subsistiert, so konnte er ihn nicht mit aufzählen. In der magnitudo in communi war die letzte logische Möglichkeit zur Genüge wenigstens angedeutet. Jedenfalls passt auf diese wie auf den absoluten Raum der bereits erläuterte Satz: Id quod est infinitum omnibus modis (nach allen Dimensionen), non potest esse nisi unum.

II.

Das Unendliche in der Menge.

Nach unserer bisherigen Darstellung bedarf es wohl kaum der Erinnerung, dass Thomas für das Gebiet der Arithmetik unendliche Mengen angenommen hat. Der Zusatz in potentia kann dabei fehlen, weil es sich ja um abstrakte Dinge handelt (vergl. 7 ad 3.). Die Frage der Existenz des Unendlichen in der Menge wird im 4. Aufsatz erörtert und verhältnismässig kurz abgetan, weil sie grundsätzlich bereits in dem Abschnitt über die räumliche Ausdehnung gelöst worden ist.

Die Menge (Zahl) kommt dadurch zustande, dass wir ein Ding (im allgemeinsten Sinne des Wortes) von einem anderen und wieder anderen Dingen unterscheiden und den Vielheits- oder Mannigfaltigkeitsbegriff oder das Vielheitsverhältnis von den Dingen abstrahieren. Nach scholastischer Auffassung existieren die Vielheitsverhältnisse (Zahlen) zunächst in der Vielheit der Objekte und dann in unserer Abstraktion, worauf die Unterscheidung zwischen numerus numeratus (z. B. 10 Menschen) und n. numerans (10), auch n. separatus genannt, beruht, eine Unterscheidung, die gelegentlich auch bei unserem Wort „Menge" recht angebracht ist. Da beim Zählen (Messen) ein Ding von dem anderen unterschieden wird, so gibt es nur diskrete, ganze Zahlen; nach der geläufigen Definition, die sich auch Thomas zu eigen macht, ist der numerus die multitudo mensurata per unum.

Das Unterschieden-werden-können kann auf einem Geschiedensein der Dinge beruhen, wie dies bei den existierenden Substanzen und vielen naturgemäss getrennten Tätigkeiten der Fall ist, also bei Dingen, die zweifellos in actu sind. Anders ist es bei stetigen Dingen, die zwar Teile „besitzen“, in denen die Teile aber noch nicht individuell bestimmt und geschieden sind. In einer stetigen Ausdehnung z. B. hat man die Auswahl zwischen beliebigen Teilen, die zwischen dem Ganzen und der Null liegen, zwischen gleichartigen und ungleichartigen; man kann sogar begriffliche Teile wählen, die kleiner als jede angebbare Grösse, nur nicht gleich null sind. Selbstverständlich sind diese Teile als Material, welches unterschieden und geschieden werden kann, in irgend einer Weise bereits in dem Teilbaren vorhanden, aber noch nicht als geschiedene und dadurch zählbare Dinge, und in diesem Falle sagt die Scholastik, die Teile seien in potentia.

Dieses Existieren in potentia (= der mathematischen Existenz) wird von manchen Schriftstellern dahin erläutert, dass die Teilpunkte erst von uns „eingeführt“ wurden. Freilich können wir das, und dann haben die von uns actu bezeichneten Mengen selbstredend den Charakter der Endlichkeit, ohne dass inbetreff dessen, was in potentia, was an sich möglich ist, das geringste Ergebnis gewonnen würde. Indessen ist die Zuständlichkeit unseres Denkens niemals allein massgebend für den Begriff und den Inhalt der potentia; wer die Teilung vornimmt oder sie vornehmen kann, ist an sich ganz gleichgültig. Nimmt man den Ausdruck „Einführen“ im objektiven Sinne, indem wir von uns als dem Angelpunkt der Welt absehen, so ist er einwandfrei, erleidet aber in gewissen Fällen eine scheinbare Ausnahme. Während man nämlich bei begrifflich einfachen Objekten, z. B. der Ausdehnung oder der Bewegung — unter der angedeuteten Einschränkung — von „Einführen“ reden kann, ist dies bei zusammengesetzten nicht durchweg möglich. Im Begriffe eines Dreiecks sind z. B. alle irgendwie gesetzmässig fassbaren Transversalen und ihre Schnittpunkte mit einander und mit den Seiten enthalten oder können mitgedacht werden; diese Schnittpunkte brauchen also nicht erst eingeführt zu werden. Sie gehören vonvornherein zum Denkobjekte und existieren mit diesem selbst in potentia. Nun kann ein Dreieck, sei es als Fläche, sei es als Umriss betrachtet, auch in actu existieren, z. B. an einer gut behauenen Steinpyramide. Wie steht es dann? Sobald irgend eine quantitative Betrachtung, z. B. die geometrische, einsetzt, haben wir von dem konkreten Gegenstand die geometrische Ausdehnung bereits abstrahiert, und diese ist jetzt der eigentliche Denkgegenstand, es liegt also genau dasselbe potenziale Objekt vor uns, wie vorhin.

Hinsichtlich der objektiven Vielheitsverhältnisse nun vertritt Thomas den Satz: Impossibile est esse multitudinem infinitam actu (im folgenden Satz: in rerum natura[1]); sed esse multitudinem infinitam in potentia possibile est. Der Beweis ist im wesentlichen nur einer und geht wieder von

[1]) Warum er diesen Zusatz macht, geht aus einer späteren theologischen Sonderfrage hervor.

dem Gedanken aus, dass alle Dinge im Weltall Individualdasein besitzen und somit in der Menge wie in der Ausdehnung objektiv bestimmt und begrenzt sind. „Jede Menge muss, wenn sie existiert, als individuelle Menge (in aliqua specie multitudinis) existieren. Eine individuelle Menge wird aber ausgedrückt durch eine einzelne, individuelle Zahl, und da die einzelnen Zahlen ausnahmslos endlich sind, so ist keine Menge in actu existierender Dinge unendlich“. — Das zweite Argument setzt die Erschaffung der Welt voraus und verwertet den Gedanken, dass dem Willen des Schöpfers kein unbestimmtes Objekt zugrunde liegen könne. Was erschaffen sei, müsse nach Mass und Zahl bestimmt sein. Der Beweis ist eigentlich nur eine Anwendung des allgemeiner gehaltenen ersten. — Sed esse multitudinem infinitam in potentia possibile est. Quia augmentum multitudinis consequitur divisionem magnitudinis. Quanto enim aliquid plus dividitur, tanto plura secundum numerum resultant. Unde sicut infinitum invenitur in potentia in divisione continui, . . . eadem ratione etiam infinitum invenitur in potentia in additione multitudinis. Also im Reiche der begrifflichen Dinge, wozu die Mathematik gehört, ist das Unendliche widerspruchslos, und zwar auf Grund von zwei Erzeugungsprinzipien (nicht etwa einer Menge von sukzessiven Akten), der additio multitudinis (z. B. in der Folge der ganzen Zahlen gibt es hinter jedem n ein $n + 1$) und der divisio continui. — Das Ganze können wir kurz zusammenfassen: In abstracto, und dazu gehört auch alles, was sich aus existierenden oder gegebenen Dingen logisch entwickeln lässt, gibt es eine über allen Gattungsbegriffen stehende unendliche Menge, in concreto aber nur individuelle, also begrenzte Mengen. Dasein (actus) und Individualexistenz sind nun einmal unzertrennlich mit einander verbunden.

In den Einwendungen, die Thomas beantwortet, kommen noch einige beachtenswerte Gedanken vor. Ad 1. wird erwidert: Infinitum multitudinis non reducitur in actum, ut sit totum simul, sed successive; quia post quamlibet multitudinem potest sumi alia multitudo in infinitum. Es tritt hier wieder der Grundsatz auf, dass das Unendliche sich nicht erschöpfen lässt — auch nicht durch das Uebergehen in die Existenz.

An zweiter Stelle wird folgender Einwand erhoben: Von den Dingen, die ein Artbegriff, z. B. Dreieck, einschliesst, kann wenigstens ein Individuum in actu existieren. Nun gibt es aber unendlich viele Arten der Vielecke. Folglich kann eine unendliche Menge von Vielecken in actu bestehen. Darauf hätte Thomas etwa entgegnen können, dass der Genusbegriff Vieleck zwar unendlich viele Arten umfasse und jeder Artbegriff unendlich viele Individuen, so dass aus jeder Art allerdings ein Exemplar in actu vorkommen könne, aber aus den bekannten Gründen doch nicht alle zusammen und ebensowenig so nach einander, dass die unendliche Menge erschöpft wäre. Aber es kommt etwas anders: Ad secundum dicendum, quod species figurarum habent infinitatem ex infinitate numeri. Sunt enim species figurarum, ut trilaterum, quadrilaterum et sic inde. Unde sicut multitudo infinita numerabilis[1]) non sic reducitur in actum, quod sit tota simul, ita nec multitudo figurarum. „Die Vielecke haben ihre Unendlichkeit von der Unendlichkeit der Zahlenreihe, sie werden ja durch die Zahlen 3, 4 . . . indiziert. Wenn nun die multitudo infinita numerabilis nicht in der Weise in die Wirklichkeit übergehen kann, dass sie mit allen ihren Elementen zusammen auf einmal existiert, dann ist dies auch bei der unendlichen Menge der Vielecke unmöglich".

Wer die Welt etwa durch eine abstrakt-mathematische Verallgemeinerung von der Individualexistenz befreien will, verstösst gegen eine Grundvoraussetzung aller historischen Wissenschaften und der exakten Naturwissenschaften. Aus den Grundlegungen des hl. Thomas folgt, dass die Menge aller menschlichen Akte seit Bestehen des Menschengeschlechtes, z. B. die Menge der gesprochenen Worte, der Gedanken, endlich sein muss, eine Wahrheit, zu deren Erkenntnis auch der Naturmensch in seiner unbewussten Philosophie nicht erst mühsam emporzusteigen braucht. Es folgt aber auch daraus, dass das ganze Weltall und die Menge seiner Elemente, der kosmischen Systeme sowohl wie der Uratome, seine Ausdehnung, sein Energiequantum, die Summe aller realen Vorgänge, z. B. der Energieverschiebungen und der Ursachenfolgen, begrenzt und objektiv zählbar ist. Hier scheiden sich indessen die Geister, weil einige aprioristische Theoreme als Axiome oder gar als Dogmen voraussetzen, nach denen sich das Weltall zu richten hat, ferner weil man Welt und Weltraum gleichsetzt oder den Raum hypostasiert, teils auch aus erkenntnistheoretischen Gründen, vor allem infolge der Verkennung des wesenhaften Unterschiedes zwischen dem Aktualen und Potenzialen.

Bezüglich der Ursachenfolge lehrt Thomas an vielen Stellen, dass ein Rückwärtsschreiten in infinitum unstatthaft sei. Man mag sich nun zum Kausalitätsprinzip stellen, wie man will, in unserer Frage können wir auf die erkenntnistheoretische Erörterung sogar verzichten, auf jeden Fall handelt es sich bei dem, was Kausalfolge genannt wird, zum mindesten um eine Folge zeitlicher Vorgänge im Weltgeschehen, bei denen ein Ding durch Krafteinwirkung mit dem andern in Verbindung steht (ob wir „Ding" oder „Ursache" als etwas einzelnes oder als Komplex betrachten, ist prinzipiell belanglos), und zwar handelt es sich um einen geschichtlichen Konnex von individuellen Dingen. Wir können sogar von der Zeitlichkeit rein methodisch absehen und die Kausalreihe lediglich als eine Menge objektiv existierender, aktualer Dinge auffassen, welche geordnet sind und in einem lückenlosen Konnex stehen. Nehmen wir nun eine unendliche Kausalreihe an, so haben wir bei uns oder bei den Dingen unserer Nachbarschaft zweifellos eine Grenze; auf der anderen Seite müssen

[1]) Vergl. Teil I (Phil. Jahrb. 1917 Heft 1) S. 89.

irgendwelche Glieder um eine unendliche Menge konkreter, mit Existenz behafteter Substanzen oder Vorgänge von uns abstehen, und diese ganze Reihe muss gebildet sein aus lauter einzelnen Substanzen oder Vorgängen der genannten Beschaffenheit, mit anderen Worten, das Unendliche würde durch eine Reihenfolge konkreter Dinge gebildet werden, bzw. es wäre durch Sukzession solcher durchschritten, erschöpft, was gegen den Begriff des Unendlichen ist. Eine Kausalreihe oder, ohne Betonung des Kausalverhältnisses, das Weltgeschehen, das aus Gliedern mit irgend einem physischen Zusammenhange besteht, muss also ein Erstes haben. Nehmen wir den Begriff der Zeit hinzu, so empfängt das „transiri non potest" noch eine besondere Veranschaulichung.

Der Vollständigkeit halber bringen wir aus Thomas noch eine theologische Schlussfolgerung bezüglich der Menge der futura contingentia, die nicht ohne Grund unmittelbar vor einem berühmt gewordenen Kapitel behandelt wird. Die betreffenden Abschnitte, man beachte die hervorgehobenen Zwischensätze, beweisen, dass wir in der Summa Theologica die abschliessende Ansicht des Verfassers vor uns haben. In der Summa contra Gentiles I c. 60 heisst es gegen den Schluss: Sciendum est tamen, quod Deus infinita non cognoscit scientia visionis, ut verbis aliorum utamur, quia infinita non sunt actu nec fuerunt nec erunt, quum generatio ex neutra parte sit infinita secundum fidem catholicam. Scit tamen infinita scientia simplicis intelligentiae, prout scit etiam quae non sunt. In der Summa Theologica dagegen vertritt er (5 c.) folgende Ansicht: Et licet scientia visionis, quae est tantum eorum quae sunt vel erunt vel fuerunt, non sit infinitorum, ut quidam dicunt, cum non ponamus mundum ab aeterno fuisse, nec generationem et motum in aeternum mansura, ut individua in infinitum multiplicentur; tamen si diligentius considerentur, necesse est dicere, quod Deus etiam scientia visionis sciat infinita. Quia Deus scit etiam cogitationes et affectiones cordium, quae in infinitum multiplicabuntur, creaturis rationabilibus permanentibus absque fine. Die Tätigkeiten geistiger Wesen, die von dem jeweiligen „Jetzt" der Geschöpfe aus betrachtet erst möglich sind und dereinst in die Wirklichkeit übertreten werden, sind also vom Standpunkte des göttlichen Erkennens, welches die mensura rerum non quantitativa ist und mensurat essentiam et veritatem rei, auf welches sich demnach nicht die Modalität eines Erkennens mit Zeitstufen anwenden lässt, in actu. Denn Deus . . . cognoscit omnia contingentia, non solum prout sunt in suis causis, sed etiam prout unumquodque eorum est actu in seipso[1]). Et licet contingentia fiant in

[1]) Vergl. 1, q. 14, a. 12c: Essentia autem divina, per quam intellectus divinus intelligit, est similitudo sufficiens omnium quae sunt, vel esse possunt, non solum quantum ad principia communia, sed etiam quantum ad principia propria uniuscuiusque . . .; unde sequitur quod scientia Dei se extendat ad infinita etiam secundum quod sunt ab invicem distincta.

actu successive, non tamen Deus successive cognoscit contingentia, prout sunt in suo esse, sicut nos, sed simul (1, q. 14, a. 13 c). Da nun diese unendliche Menge aus aktualen (wenn auch nicht in rerum natura bestehenden) Dingen zusammengesetzt ist, so unterliegt sie der scientia visionis auf Grund der Definition dieser [1]. Nach Thomas müssen diejenigen geistigen Tätigkeiten, die an sich zwar möglich sind, aber nie in die Wirklichkeit übertreten werden, der scientia simplicis intelligentiae zugewiesen werden. Auf das Problem, das im Hintergrunde der zitierten Sätze auftaucht, gehen wir begreiflicherweise nicht ein, aber es sei auf die philosophische und historische Verbindung der Unendlichkeitslehre mit einer berühmten Streitfrage hingewiesen.

III.

Das Unendliche im Kontinuum, namentlich im Bewegungs- und Zeitkontinuum.

Die Stetigkeit wird ausgesagt von der räumlichen Ausdehnung, der Bewegung und der Zeit. Das Zahlenkontinuum in der Auffassung Cantors und Dedekinds fehlt der Scholastik, wie wohl kaum hervorgehoben zu werden braucht. Wenn man die lückenlose Stetigkeit als solche betont, d. h. wenn man nur den Gesichtspunkt der Stetigkeit ins Auge fasst, und alle anderen Rücksichten ausschaltet, dann hat das Kontinuum keine Teile, und so ist es verständlich, wenn dieser oder jener Schriftsteller dem Stetigen Teile überhaupt abspricht, und zwar als formelle Teile; die Teilbarkeit selber bestreitet er natürlich nicht und lässt sie als materielle Teile zu. Jeder Mensch ist ein einheitliches Wesen, und doch hat er Teile, weshalb man aber noch nicht sagen darf, dass er ein Komplex von gesonderten Einzeldingen sei. Die Teile sind in dem Objekt des Denkens nicht ohne weiteres mitgedacht oder mitzudenken, sondern können, wenn man nebenher andere Gesichtspunkte für angemessen erachtet, auch berücksichtigt werden. Logisch stehen die Teile gegenüber dem primären Objekt im Verhältnis der Ableitung, der Gliederung, der Deutung und dergl. Will man es der Scholastik verübeln, wenn sie diesen Sachverhalt durch die Wendung ausdrückt, die Teile seien in potentia, sie seien „möglich"?

Dann ist für die Methodik etwaiger Auseinandersetzungen von neuem zu betonen, dass das Mengenwort „unendlich" keinen Zusatz „aktual" oder „potenzial" zu seinem Begriff duldet; es darf nur gesprochen werden von einer unendlichen Menge von Dingen, die in actu oder in potentia sind. Die Frage, ob es potential(iter) oder actual(iter) unendlich viele Teile im Stetigen gibt, scheiden wir im Anschluss an Thomas vollständig aus, weil sie eine verkehrte Definition des Unendlichen enthält. Das actualiter infinitum wäre dem voraristotelischen ἄπειρον = τέλειον, dem nachscholastischen

[1] Quaedam enim licet non sint nunc in actu, tamen vel fuerunt vel erunt; et omnia ista dicitur Deus scire scientia visionis (1, q. 14, a. 9 c).

„unendlich“ und der Grundlage der Paradoxien der Mengenlehre gleichwertig. — Dass es ein physikalisches Kontinuum in der Form eines stofflichen Gegenstandes ohne Zwischenräume geben könne, wird man bei der neuzeitlichen Auffassung der Materie nicht leicht annehmen. Strenggenommen ist nicht der Körper, sondern seine Ausdehnung, bei welchem wir über die Lücken in der Materie wegsehen, das Kontinuierliche. Die wichtigsten Kontinua sind die Bewegungen, wenn auch nicht die grundlegenden, da sie ja das räumliche Kontinuum voraussetzen, und die dabei zurückgelegten Wege, welche an sich unkörperlich sind, aber auch durch eine materielle Spur gekennzeichnet sein können. Wenn gefragt wird, wieviele Teile, Punkte ein gegebenes Kontinuum habe, so kommt es nicht darauf an, ein stoffliches Ding zu untersuchen; wir sondern nämlich die Ausdehnung als Denkobjekt von dem Substrat ab, und so stellt sich in allen Fällen eine Tätigkeit rein mathematischer Art heraus, und auch das Objekt gestaltet sich zu einem mathematischen. Die Teile oder Punkte eines Kontinuums, z. B. des Weges, den ein Punkt eines Pendels zurücklegt, sind ja keine Dinge, die der Empirie unterliegen. Ob man aktuale Körper oder Wege oder gedachte, ob man reale oder vorgestellte oder mathematische Ausdehnung, wirkliche oder gedachte Bewegungen in den Kreis der Untersuchung zieht, macht grundsätzlich für die Frage nach der Menge der Teile und dergl. keinen Unterschied, in allen Fällen wird ein Objekt untersucht, welches von vornherein ein mathematisches ist oder durch die Tätigkeit der Abstraktion als solches gewonnen wird. Die Elemente des in Frage stehenden Kontinuums haben in dem einen wie in dem anderen Falle dieselbe mathematische Existenz, sie sind in potentia. Dies würde schon daraus folgen, dass jedes mathematische Objekt ein potenziales ist; dass alles was sich aus einem solchen ableiten lässt oder durch logische Gliederung an ihm feststellen lässt, erst recht potenzialen Charakter hat, ist klar, braucht aber als Sonderstufe der Potenzialität nicht hervorgehoben zu werden. Aus den angeführten Gründen ist es auch überflüssig, von der „Einführung“ von Punkten und dergl. zu reden; sie s i n d in dem angegebenen Sinne bereits d a. Freilich kann man die Reflexion auf das subjektive Voranschreiten, Bestimmen, Finden, Teilen und dergl. lenken, aber der potenziale Charakter der Betrachtungsobjekte wird dadurch nicht erst geschaffen, die Elemente sind bereits darin und werden durch das Denken wohl e r f a s s t, aber nicht e r z e u g t. Das Gebiet des Potenzialen oder Möglichen hängt nicht von unserem j e w e i l i g e n Denken ab. — Wieviele Punkte auf einem Kurvenabschnitt berührt ein sich bewegender Massenpunkt? Wieviele Punkte hat die Spitze eines Uhrzeigers nach Zurücklegung eines vollen Kreisumfangs durchlaufen? Wieviele Winkel haben die beiden Uhrzeiger (unter Annahme einer kontinuierlichen Bewegung!) in 12 Stunden mit einander gebildet? — Entfernen wir die „aktuale“ Einkleidung (dies ist ü b e r h a u p t bei s ä m t l i c h e n, oft raffiniert konstruierten Beispielen in der Literatur zu empfehlen), so stellt sich die Frage heraus: Wieviele Punkte oder Teile hat ein gegebenes Kontinuum vom mathematischen bezw. philosophischen Standpunkte aus? Die Antwort wird sich je nach dem logischen Gesichtspunkte verschieden gestalten. Zunächst lautet sie: Das Kontinuum hat keine Teile; die Bejahung der Aussage enthält einen Widerspruch gegen die vorausgesetzte Stetigkeit. Nimmt die Frage den Sinn an: Wieviele Teile [1]) sind logisch oder mathematisch darin enthalten oder bestimmbar? — so heisst die Antwort natürlich: Unendlich viele. Beide Gesichtspunkte aber, „stetig sein" und „Teile haben" im Sinne von „geteilt sein" mit einander verquicken, bedeutet eine contradictio in terminis. Die Teile stehen, wie schon gesagt, logisch auf der Stufe der Ableitung oder der Gliederung, sie sind in „potentia" in dem Kontinuum enthalten. Bedenklicher wird die Sache, wenn man ein aktuales Kontinuum, genauer die (ruhende oder fliessende) Stetigkeit, welche sich an einem aktualen Ding oder Vorgang findet, zum Gegenstande widersprechender Aussagen macht, indem man z. B. behauptet, das betr. aktuale Kontinuum habe unendlich viel aktuale, wirkliche Teile. Die Aussage, dass eine unendliche Menge aktualer Dinge wiederspruchsfrei ist, ergibt sich dann von selbst. Das Sophisma beruht darauf, dass von dem, was lückenlos und stetig ist, sensu composito Teile ausgesagt werden; über das Ganze wird dann noch der Schatten der Aktualität ausgebreitet. Wenn die betrachtete Ausdehnung oder die Bewegung in actu ein wirkliches Kontinuum ist, dann sind actualiter keine Teile als aktuale getrennte Dinge vorhanden. Sie in dem gleichen logischen Atemzuge behaupten wollen, heisst die Stetigkeit ausschalten. Die Scholastik dürfte somit ihre guten Gründe haben, wenn sie das, was aus einem Kontinuum durch logische Zerlegung abgeleitet werden kann, als in potentia seiend bezeichnet. Gegen das Missverständnis, dass hiermit reine Gedankendinge konstruiert würden, ohne dass sie in der Natur der Objekte ihre gute Grundlage hätten, kann sie sich allerdings nicht schützen.

Alle Versuche, aus der logischen Gliederung eines aktualen Kontinuums die Widerspruchlosigkeit einer unendlichen Menge aktualer Einzeldinge zu folgern, und diese Menge auf Raum, Zeit und Bewegung zu übertragen, sind aus den angegebenen Gründen als verfehlt anzusehen.

Nähere Aufschlüsse über die mathematische Auffassung des Kontinuums liefert uns Artikel 6 (1, q. 53, a. 2 c) über die Bewegung und die Zeit.

---

[1]) Es ist vielleicht nicht ganz unzweckmässig, darauf hinzuweisen, dass in unserem Zusammenhange, wie auch sonst vielfach, für den Begriff „Teil" nicht immer das tatsächliche „Getrennt-sein" erforderlich, sondern auch das „Getrennt-werden-können" auf Grund der Unterscheidbarkeit hinreichend ist. Der „Teil" in der zweiten Bedeutung steht dem primären Objekt als ein potenziales Ding gegenüber und ist als solches in ihm. Die Mathematik als solche hat allerdings keine Veranlassung, dergleichen Unterschiede zu betonen.

Vorausgeschickt sei die Bemerkung, dass die Scholastik als Ganzes genommen im Anschluss an Aristoteles die Anschauung vertrat, das Kontinuum bestehe (= sei zusammengesetzt) nicht ex indivisibilibus, d. h. aus Punkten oder etwaigen andersgearteten unteilbaren Elementen. Aus den mehrfachen Begründungen heben wir ein Schulbeispiel hervor, welches auf Duns Skotus zurückgehen soll, und zwar deshalb, weil es sich auf einen als selbstverständlich geltenden Satz über Punktmengen stützt, nämlich auf die mathematische Tatsache, dass zwei (beliebige) Linien gleichviele Punkte besitzen. Denkt man sich durch sämtliche Punkte einer Diagonale im Quadrate eine Parallele zu einer Seite gezogen, so wird jedem Punkte der Diagonale ein Punkt auf einer Seite des Quadrates zugeordnet; die Punktmengen sind also gleich. Wenn nun das Kontinuum aus Punkten bestände, so würde daraus folgen, dass gleichen Punktmengen auch gleiche Strecken entsprächen, oder dass die Seite gleich der Diagonale wäre. — Ein anderes Beispiel aus späterer Zeit: Gegeben sind zwei konzentrische Kreise, deren Radien in beliebigem Verhältnis zu einander stehen können. Denkt man sich die Radien zu jedem Peripheriepunkt des äusseren Kreises gezogen, so wird jedem seiner Punkte ein Punkt des inneren Kreises zugeordnet werden müssen; also haben beide gleiche Punktmengen. Gegen einen Einwand des „gesunden Menschenverstandes", der Umfang des äusseren Kreises müsse doch offenbar entsprechend seiner Grösse mehr Punkte enthalten, als der Umfang des inneren, wird das Argument geltend gemacht, dass bei dieser Annahme sich mehrere Radien des äusseren durch einen Punkt des inneren durchzwängen müssten, und so würden mehrere gerade Linien innerhalb des kleinen Kreises zu einer Geraden zusammenfallen, ausserhalb dieses Kreises aber divergent sein, so dass eine Gerade gleichzeitig eine gebrochene Linie wäre.[1]) — Seitdem die neuere Mathematik dargetan hat, dass die Punktmengen aller Continua auf derselben Stufe der Mächtigkeit stehen, wundert man sich über derartige mittelalterliche Ansichten nicht mehr.

Auf diesem Hintergrunde mögen nun folgende Ausführungen des hl. Thomas, die alle dem genannten Artikel angehören, für sich selbst wirken. Zunächst wird die Wesensverwandtschaft zwischen dem geometrischen und Bewegungskontinuum als aristotelischer Lehrsatz eingeführt. Ordo prioris et posterioris in motu continuo est secundum ordinem prioris et posterioris in magnitudine. Dann heisst es einige Zeilen weiter: Inter quaelibet enim duo extrema loca sunt infinita loca media; sive accipiantur loca divisibilia sive indivisibilia.

Et de indivisibilibus quidem manifestum est: quia inter quaelibet duo puncta sunt infinita puncta media, cum nulla duo puncta consequantur se invicem sine medio.

---

[1]) Aus dem Physikkommentar des Toletus (in libr. VI., quaest. I.).

De locis autem *divisibilibus* necesse est etiam hoc dicere. Et hoc demonstratur ex motu continuo alicuius corporis. Corpus enim non movetur de loco ad locum nisi in tempore. In toto autem tempore mensurante motum corporis non est accipere duo nunc, in quibus corpus quod movetur, non sit in alio et alio loco; quia si in uno et eodem loco esset in duobus nunc, sequeretur quod ibi quiesceret, cum nihil aliud sit quiescere, quam in eodem loco esse nunc et prius. Cum igitur *inter primum nunc et ultimum* temporis mensurantis motum sint *infinita nunc*, oportet quod inter primum locum a quo incipit moveri, et ultimum locum ad quem terminatur motus, sint infinita loca. —

Et hoc sic etiam sensibiliter apparet. Sit enim unum corpus unius palmi, et sit via per quam transit, duorum palmorum; manifestum est quod locus primus a quo incipit motus, est unius palmi, et locus ad quem terminatur motus, est alterius palmi. Manifestum est autem quod quando incipit moveri, paulatim deserit primum palmum et subintrat secundum. Secundum ergo quod dividitur magnitudo palmi, secundum hoc multiplicantur loca media, quia quodlibet punctum signatum in magnitudine primi palmi est principium unius loci; et punctum signatum in magnitudine alterius palmi est terminus eiusdem. Unde, cum *magnitudo sit divisibilis in infinitum* et *puncta sint etiam infinita in potentia*[1]) *in qualibet magnitudine*, sequitur quod *inter quaelibet duo loca sint infinita loca media.* **Mobile autem infinitatem** mediorum locorum **non consumit nisi per continuitatem** motus; quia sicut loca media sunt infinita in potentia, ita *et in motu continuo est accipere infinita quaedam in potentia.* Si ergo motus non sit continuus, omnes partes motus erunt numeratae in actu, ... quod est impossibile.

Aus diesen nicht ganz unmodernen Sätzen dürfte die Lehre des hl. Thomas mit aller Deutlichkeit hervorgehen. Das Kontinuum, als Gattung aufgefasst, die den genannten drei Arten der Stetigkeit gemeinsam ist, ist unbegrenzt teilbar und jeder der Teile wiederum, und von den neuen Teilen hat jeder dieselbe Eigenschaft in infinitum. Zu einem Punkte des (geometrischen, Bewegungs-Zeit-)Kontinuums lässt sich niemals ein *unmittelbar* folgender angeben; denn zwischen zwei beliebigen Punkten gibt es immer noch unendlich viele Zwischenpunkte.

Die arithmetische Auffassung des Kontinuums im Sinne *Cantors* und *Dedekinds*, wonach jeder beliebige Punkt des Kontinuums einer rationalen oder einer irrationalen Zahl zugeordnet erscheint, ist der Scholastik fremd.

Wie schon erwähnt, geht sie vom Dingbegriff aus: unum et ens convertuntur, sind vertauschbar. Dieses unum ist von der mathematischen

---

[1]) In den vorhergehenden Abschniten, wo es sich um die *Gattung* Kontinuum handelte, war dieser Zusatz unnötig; aber hier bei einer individuellen Ausdehnung (magnitudo) ist er wohl angebracht.

„eins“, dem principium numeri, verschieden.[1] Die Zahl entsteht im Denkprozess, wenn wir ein Ding (ens) vom andern scheiden oder unterscheiden und das Mehrheitsverhältnis erkennen und abstrahieren, und diese Denktätigkeit führt zum Begriff der Quantität im allgemeinen. Als Abstraktion und als Gegenstand unserer Reflexion ist sie der numerus numerans (oder separatus); in den Dingen existierend, eine Menge nicht bezeichnend, sondern die Vielheit begründend, so dass sie zählbar und messbar wird, ist sie der numerus numeratus. Daher ist die Zahl „eins“ nicht teilbar, denn wenn ich ein Ding teile, so habe ich zwei neue Dinge; die Zahl selber wird also nicht geteilt. Folgerichtig ist die „eins“ dann keine eigentliche Zahl, sondern nur principium numeri, die Zahlen beginnen streng genommen erst bei zwei, es gibt nur diskrete Zahlen, und die ungeraden sind nicht teilbar. Das erste Erzeugungsprinzip, das Hinzufügen, kennt nach obenhin keine Grenze, das andere, die Teilung eines Kontinuums = unum non divisum, erzeugt neue zählbare Dinge und damit neue Zahlen in infinitum; beide Prinzipien sind einander also koordiniert. Mithin kennt die Scholastik keine gebrochenen Zahlen, obschon ihr die Bruchrechnung natürlich nicht fremd war, sondern nur Verhältnisse von Teilen zur Einheit, sie kennt keine Irrationalzahlen, sondern nur Verhältnisse zwischen inkommensurablen oder inkomparabeln Grössen. Die Inkommensurabilität war aus der alten Geometrie bekannt, ausserdem aber musste sich, von allem anderen abgesehen, den Kommentatoren der aristotelischen Prinzipienlehre an der Hand der geometrischen Beispiele, in welchen eine Strecke oder ein Körper in der Linie des geometrischen Kontinuums oder der Bewegung oder der Zeit unter schärfster Vergleichung der Wege verschoben wird (man vergleiche das eben zitierte Beispiel bei Thomas), der Gedanke aufdrängen, dass die Wertverhältnisse zwischen zwei Grössen, also die verallgemeinerten Zahlen in unserem Sinne, sich kontinuierlich ändern, und dennoch bleiben sie bei ihren diskreten Zahlen. Scheu vor irgend einem Problem darf man bei dem sieghaften Konsequenzmachen der Schule nicht annehmen. Im Gegenteil, vielleicht sind wir uns infolge der vielseitigen Handhabung der formalen Rechenkunst der ursprünglichen Bedeutung der Zahlen nicht mehr so bewusst und vertauschen Grössen, Werte, dingliche Vielheiten, Zahlen. Es ist hochinteressant, zu beobachten, wie ein nichtscholastischer Denker der Neuzeit, nämlich Couturat, im wesentlichen zu den Ergebnissen der Alten kommt.[2] Zunächst erklärt er, „wieso man in dem Formular der Mathematik“ die Lehre von den Grössen unterdrücken konnte: Die Lehre von den reellen Zahlen ist es, die jene vertritt und ersetzt. Allgemeiner erklärt dies auch, warum die Mehrzahl der Mathematiker die beiden Be-

[1] Siehe Ph. Jahrb. 1917 Heft 1 S. 81, Anm.

[2] Couturat, Die philosophischen Prinzipien der Mathematik, Leipzig 1908, Kap. V, der Grössenbegriff.

griffe »Grösse« und »reelle Zahl« identifizieren und die Mathematik auf die Wissenschaft von der Zahl (der verallgemeinerten Zahl allerdings) beschränken" (S. 121). Nachdem er den Unterschied klargelegt hat, „der zwischen dem vollständig im Geiste hergestellten Zahlbegriff und dem Grössenbegriff besteht, welcher ein empirisches Element, ein konkretes Datum in sich enthält", formt er die erkenntnistheoretische Frage: „Man kann logischerweise die Zahl durch die Grösse oder aber die Grösse durch die Zahl definieren; welche von diesen beiden Methoden ist die vernunftgemässere, d. h. welcher von diesen beiden Begriffen ist der Seinsgrund des andern?" „Die Antwort auf diese Frage ist weniger einfach und weniger entschieden, als man nach ihrer Formulierung glauben könnte. Um es sogleich zu sagen, scheint sie folgendermassen zu lauten: Der Begriff der ganzen (kardinalen) Zahlen ist unabhängig von dem Begriff der Grösse. Aber die anderen Zahlen (die verallgemeinerten Zahlen) nehmen von dem Grössenbegriff ihren Ausgang".

„Der erste Punkt scheint uns durch alles vorausgehende bereits dargelegt zu sein. Wir konnten die ganze Zahl als Kardinalzahl allein mittels des Begriffes der Klasse oder der Gesamtheit definieren, ohne uns auf Eigenschaften der besonderen Klassen zu berufen, die man Grössengattungen nennt. Als Kardinalzahlen haben wir eben den Begriff der Zahl in die Lehre von den Grössen eingeführt (mittels der Definition des Vielfachen)" (S. 122). Bezüglich der gebrochenen Zahlen kommt Couturat zu dem Ergebnis: „Das Zeichen m/n ist also in Wirklichkeit das Zeichen einer über die Grösse y behufs Gewinnung der Grösse x zu erstreckenden Rechnungsart. So wird die Auffassung der rationalen Zahlen (seitens der HH. Méray und Burali-Forti) als Verhältnisse nicht nur zwischen den ganzen Zahlen, sondern zwischen den Grössen irgend welcher Gattung erhärtet". (In der Anmerkung dazu: „Das ist die von H. Frege in seinen Grundgesetzen der Arithmetik, Bd. II [1903] verteidigte Behauptung, dass nämlich die reellen Zahlen Grössenverhältnisse sind. Das war, wie schon gesagt, die Auffassung Newtons.") „„Dieselben Ueberlegungen finden auf die reellen Zahlen Anwendung, wenn dies auch nur aus dem sehr einfachen Grunde wäre, dass sie, wie immer man sie auch definiert, nur mittels der rationalen Zahlen definiert werden können. Wenn man also jene als Operationen mit Grössen oder als Beziehungen zwischen Grössen betrachten zu müssen glaubt, so müsste man notwendigerweise die gleiche Natur auch den reellen Zahlen zuschreiben. Dies wäre offensichtlich wahr, wenn man mit H. Russel die reellen Zahlen als einfache Mannigfaltigkeiten von rationalen Zahlen auffasst. Doch wird dies in noch höherem Grade wahr sein, wenn man sie mit den HH. Peano und Burali-Forti als obere Grenzen dieser selben Mannigfaltigkeiten auffasst. In der Tat geht das Vorhandensein von diesen oberen Grenzen einzig und allein aus dem Kontinuitätspostulat hervor, doch liegt hier ein Postulat der

Grössendefinition und nicht ein Postulat der Zahl vor. Es ist somit kein Grund vorhanden, in dem Zahlengebiete die irrationalen Zahlen einzuführen, während es einen Grund gibt, diese selben Zahlen in der Lehre der Grössen anzunehmen, als die Verhältnisse der inkommensurabeln Grössen darstellend, für welche das Kontinuitätspostulat die Existenz behauptet und in sich enthält. Es empfiehlt sich also, auch die irrationalen Zahlen und die reellen Zahlen überhaupt als Rechnungsarten mit Grössen oder als Beziehungen resp. Verhältnisse zwischen Grössen derselben Gattung auffassen." (S. 123 f.) [1])

Dass übrigens die Idee des Zahlenkontinuums mit Bewusstsein abgelehnt wurde, geht aus De natura generis (Opusc. XXXXII) c. 20 hervor: Potest enim numerus qui in se discretus est, formaliter a re numerata continuitatetem habere, sicut tempus a motu et ulna a panno, und aus S. Th. 1, q. 10, a. 6 c; Tempus non est numerus, ut abstractus extra numeratum, sed ut in numerato existens; alioquin non esset continuus. Und schliesslich hätte Toletus [2]), wenn die Idee gefehlt hätte, nicht eine besondere Abhandlung betiteln können: An unum sit indivisibile: An vero in infinitum etiam possit dividi. Er vertritt nur die thomistische Ansicht, wenn er zu dem Ergebnis kommt: Die „eins", welche principium numeri ist, ist unteilbar, aber nicht schlechthin, sondern ratione discreti; legt man ihr etwas unter, was unter die Gattung des Kontinuums fällt, so ist sie unbegrenzt teilbar.

Nachdem wir das Unendliche innerhalb des Kontinuums im Anschluss an Thomas untersucht haben, wenden wir uns der Frage zu, ob und inwieweit eine extensive Unendlichkeit sich mit der Bewegung und der Zeit verträgt. So weit, wie sich die reine Ausdehnung von irgend einem Weltwirklichen aus erstreckt, so weit ist an sich auch Bewegung möglich, also in infinitum. Indessen von der begrifflichen Möglichkeit zur wirklichen Existenz ist noch ein weiter Schritt. 3 ad 4. bemerkt Thomas dazu: Motus et tempus non sunt secundum totum in actu, sed successive; unde habent potentiam permixtam actui. Sed magnitudo est tota in actu. Et ideo infinitum qnod convenit quantitati et se tenet ex parte materiae, repugnat totalitati magnitudinis; non autem totalitati temporis vel motus. Zum Verständnis ist zu beachten, was Thomas über die Individualexistenz und ihre Folgen lehrt. Sobald die Ausdehnung als Eigenschaft eines wirklichen (aktualen) Dinges = magnitudo, individuelle Grösse, auftritt, ist sie ganz verwirklicht, und die Unendlichkeit ist überhaupt nicht mit ihr vereinbar. Dem Begriff der Zeit und der Bewegung überhaupt widerspricht

[1]) Von uns gesperrt.

[2]) In libr. III. Physic. Arist. c. VIII; quaestio V.

letztere allerdings nicht, aber bei diesen ist zu beachten, dass sie nur sukzessiv aktual werden; das was jeweilig von ihnen aktual ist, kann nicht unendlich sein.

Stellen wir uns in die Zukunft gehende Bewegung, z. B. an einem einzelnen kosmischen Körper, oder auch das Kollektivum der Bewegungen oder der Entwicklung im Weltall vor. So weit die Bewegung oder Entwicklung auch gedeihen mag, immer gibt es einen Punkt des „Jetzt", und bis zu diesem Punkte ist die Bewegung oder ihr Korrelat, die Zeit, in actu. Die abstrakte Unendlichkeit wird durch die Wirklichkeit nicht erschöpft, stets gibt es ein „weiter", und dieses ist in potentia; daher der Ausdruck „potentia permixta actui".

Einige Schwierigkeiten ergeben sich gelegentlich, wenn der Blick in die Vergangenheit gerichtet und die Leistung der uferlosen Phantasie in die Begriffswelt übertragen wird. Hier wie auch in dem Falle der transfiniten Verlängerung der erlebten Zeit, gilt es einem Missverständnisse vorzubeugen. Wir erkennen ausgedehnte Dinge und die abstrakte Ausdehnung und gelangen im Anschluss daran zu dem Begriff der unendlichen Ausdehnung; ebenso erkennen wir reale Bewegungs- und Zeitstrecken und gewinnen auf demselben Wege den Begriff der unbegrenzten Bewegung und Zeit. Danach können wir eine unbegrenzte gerade Linie, eine entsprechende Bewegung und auch die unbegrenzte Zeit in das Weltall hineinprojizieren. Ob jedoch insbesondere der unbegrenzten begrifflichen oder idealen Zeit[1]) eine reale entspricht, lässt sich aus dem Begriff dieser Zeit nicht folgern,[2]) und daher darf diese ideale, rein logische oder ontologische Zeit — die aprioristische gehört mit dazu — nicht zur Grundlage eines Beweises gemacht werden, um etwas über die tatsächliche Dauer und Ausdehnung des Weltalls zu erhärten[3]), ebensowenig wie man mit der Un-

[1]) Dieser Begriff ist der älteren Philosophie nicht sehr geläufig; vergl. jedoch 1, q. 46, a. 1, ad 8: Dicendum, quod Deus est prior mundo duratione. Sed ly prius non designat prioritatem temporis, sed aeternitatis. Vel dicendum, quod designat aeternitatem temporis imaginati et non realiter existentis, sicut cum dicitur: Supra coelum nihil est, ly supra designat locum imaginarium tantum; secundum quod possibile est imaginari, dimensionibus coelestis corporis dimensiones alias superaddi.

[2]) Vergl. dagegen Isenkrahe, D. Unendliche, S. 178, 263—66.

[3]) Siehe Arrhenius, zur Frage nach der Unendlicheit der Welt (Arkiv för matematik, astronomi o. fysik. (Bd. 5 Nr. 12 [1908]). Dieser setzt (S. 12 f.) voraus 1) die Unendlichkeit der Zeit, 2) die Unzerstörbarkeit der Materie und der Energie, 3) dieses physikalische Gesetz ist auch ein metaphysisches. „Wir können nicht annehmen (sic!), dass die Materie plötzlich (oder allmählich) aus Nichts entstanden ist." — „Das auffallendste Argument gegen die Endlichkeit der Materie im Weltraum ist jedoch dasjenige, dass die Energie in der unendlichen (!) Zeit von den Himmelskörpern in den leeren Raum zerstreut gewesen wäre, sodass keine leuchtenden Sterne mehr existieren könnten."

endlichkeit des geometrischen Strahles in dieser Beziehung etwas beweisen kann. Hinsichtlich der Bewegung und der Zeit setzen nun die anderen thomistischen Feststellungen bezüglich der Ausdehnung und der Zeit ein. Keine von einem einzelnen Körper oder von einer Vielheit durchlaufene Linie, bezw. der entsprechende Raum, kann unendlich sein — auf Grund der Individualität alles Seins und alles Geschehens. Keine Vielheit von wirklich vollzogenen Bewegungen oder Veränderungen kann unendlich sein — aus demselben Grunde. Das Unendliche ist eben nur im Reiche der Begriffe widerspruchsfrei, nicht aber in der realen Existenz der Weltwirklichkeit. Dasselbe gilt für die reale Zeit. Oder man müsste annehmen, dass die Unendlichkeit durch die Menge der wirklich vollzogenen Veränderungen in der Geschichte des Weltalls additiv hergestellt wäre oder dass das Unendliche durch ein reales Agens sukzessiv durchlaufen oder erschöpft werden könne. Transiri non potest. — Man setze ein Wesen mit unbeschränkter Arbeitskraft voraus und denke sich diesem die Aufgabe gestellt, die unendliche Folge der ganzen Zahlen von der Unendlichkeit aus bis zu einer gewissen bestimmten Zahl herzusagen oder in Gedanken durchzugehen! Und wenn dieses mathematische Kunststück eine logische Unmöglichkeit ist, dann soll das Weltall mit realen in Bewegung und Zeit ausgedehnten Vorgängen Gleichwertiges geleistet haben?

Darf man nicht mit einem Hinweis auf die thomistische Theorie von der „Möglichkeit einer ewigen Schöpfung“ Berufung dagegen einlegen? Die „Frage“ dürfte im wesentlichen literargeschichtlichen Charakters sein und kommt als solche hier nicht in Betracht. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass Thomas ausgesprochenermassen aus Gründen der praktischen Apologetik einen Satz der Offenbarung nicht auch beweisen will und daher die Gründe für und wider rein dialektisch behandelt. (Auch das Werkchen De aeternitate mundi geht m. E. darüber nicht hinaus.) Vergl. S. c. Gent. II, 38: Conveniens videtur ponere, qualiter obvietur eis (nämlich den Argumenten für die zeitliche Begrenztheit) per eos qui aeternitatem mundi posuerunt. Die „solutio“ der fingierten Redner zu dem wichtigsten Argument (ebd. tertio; vergl. 1, q. 46, a. 2, ad 6.), welches wir im obigen auch verwertet haben, fliegt mit einem Salto mortale an dem Kernpunkt der Frage vorbei, ohne den thomistischen Lehrsatz oder eine Folgerung zu erschüttern. — Ferner schränkt er mit den Worten „universaliter, an aliqua creatura“ (1, q. 46, a. 2, ad 8.) das Problem so ein, dass bestenfalls ein zeitloses, unveränderliches Geschöpf herauskommen dürfte. — Und endlich, was hier das einzig Wichtige ist, er nimmt keinen der früher über das Unendliche ausgesprochenen Sätze zurück und ändert auch keinen ab.

Schlusswort.

So gelangten wir an der Hand der thomistischen Texte zu dem Ergebnisse, dass die scholastische Lehre vom Unendlichen zwar mit gewissen „Anwendungen“ der Mathematik auf dem Gebiete der Philosophie, vor allem der Naturphilosophie in Widerspruch steht, nicht aber mit der reinen Mathematik, auch nicht in der Lehre vom Kontinuum. Die göttliche Unendlichkeit haben wir ganz aus dem Spiele gelassen, namentlich weil bei dieser der Begriff „unendlich“ in den Begriff „vollkommen“ übergeht, keineswegs aber, weil etwa Disharmonien zwischen Aussagen der Lehre vom Wesen Gottes und Sätzen der Mathematik zu befürchten wären. Man müsste sich schon einen merkwürdigen Gottesbegriff zurechtmachen, wenn man Quantitätsverhältnisse auf Gott übertragen wollte. Insbesondere pflegen ja Theologie und Philosophie die göttliche Ewigkeit nicht als unendliche Zeit und die göttliche Allgegenwart nicht als die Existenzweise der Ausdehnung im unendlichen Raum aufzufassen. Leider kennt die Geschichte kein Kontinuum der Wissenschaft, — indessen wir wollen uns jeder polemischen Aeusserung dazu enthalten. Aristoteles hat die jonische, pythagoreische und platonische Spekulation über die Zahl und das Unendliche gesiebt und begründete, mit einem gewaltigen Sprung über seine Zeitgenossen hinwegeilend, seine Theorie. Der zweite Aristoteles hat mit seiner Schule die aristotelischen Sätze nicht ohne Fortschritt wieder gesiebt und die Ergebnisse als Baumaterial verwertet. Die neuere Mathematik hat im wesentlichen unabhängig die zunächst der Infinitesimalrechnung anhaftenden Unklarheiten beseitigt und in der Mengenlehre eine neue Teilwissenschaft begründet, in welcher das Unendliche naturgemäss eine besondere Pflege empfangen musste. Wenn sich nun herausstellt, dass die Grundgedanken der alten Philosophie mit der neueren Mathematik keineswegs in Widerspruch geraten, wenn zum Verständnis der thomistischen Lehre einige Kenntnis der Mengenlehre sogar recht wünschenswert ist, so verdient diese scholastische Lehre vielleicht doch mehr als das archäologische Interesse, welches man einer jeden Ausgrabung entgegenzubringen pflegt.