

### A. Einsteins allgemeine Relativitätstheorie.

Von Dr. Eduard Hartmann in Fulda.

Bekanntlich sind alle Bemühungen der Physiker gescheitert, einen Einfluss der Bewegung der Erde um die Sonne auf die naturgesetzliche Form nachzuweisen, in der die elektromagnetischen Erscheinungen auf der Erde ablaufen. Diese Tatsache führte Einstein zu der Annahme, dass nicht nur für die mechanischen, sondern auch für alle übrigen physikalischen Gesetze alle Inertialsysteme, d. h. Bezugssysteme, in denen sich ein sich selbst überlassener Körper geradlinig und gleichförmig bewegt, gleichwertig seien. Dies ist der Sinn des Relativitätsprinzips vom Jahre 1905<sup>1)</sup>. Mit grossem Eifer ging man daran, die Konsequenzen des Prinzips zu entwickeln, und es entstand so bald eine umfangreiche Theorie, die sich auf alle Gebiete der Physik erstreckte und fast überall zu einer mehr oder weniger grossen Korrektur der bisher als richtig angesehenen Formeln führte. Da die Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung nichts zu wünschen übrig liess, so schien die neue Lehre nach verhältnismässig kurzer Zeit zum Abschluss gekommen zu sein. Doch dieser Abschluss war nur vorläufig. Der Anstoss zur Weiterentwicklung ging von der Newtonschen Gravitationstheorie aus. Das Attraktionsgesetz steht mit dem Relativitätsprinzip nicht im Einklang. Man musste es darum umformen, natürlich ohne seine astronomische Brauchbarkeit dadurch zu beeinträchtigen<sup>2)</sup>. Aber hiermit waren noch nicht alle Schwierigkeiten beseitigt. Es führt nämlich die spezielle Relativitätstheorie zu dem Ergebnis, dass der Energie Trägheit zukommt<sup>3)</sup>. Andererseits ist durch die sorgfältigsten Versuche nachgewiesen, dass bei der gewöhnlichen Materie Trägheit und Schwere einander genau proportional gehen<sup>4)</sup>. Es liegt darum

<sup>1)</sup> Vgl. unsere Abhandlung: Raum und Zeit im Lichte der neuesten physikalischen Theorien. Philos. Jahrbuch XXX (1917) 1 ff.

<sup>2)</sup> Diese Aufgabe wurde von verschiedenen Forschern in verschiedener Weise gelöst. Vgl. Poincaré, Rendiconti del circolo matematico di Palermo 21 (1906) 129, Minkowski, Raum und Zeit. Physik. Zeitschrift X (1904) 104, und Sommerfeld, Zur Relativitätstheorie I und II. Annalen der Physik XXXII (1910) 149 und XXXIII (1910) 649.

<sup>3)</sup> Vgl. M. Laue, Das Relativitätsprinzip (Braunschweig 1911) 147 ff.

<sup>4)</sup> B. Eötvös zeigte, dass die Lotrichtung für jeden Punkt der Erdoberfläche von der Natur des Lotkörpers unabhängig ist. Daraus folgt, dass das

der Gedanke sehr nahe, dass der Energie auch Schwere zukommt und dass also Gravitationswirkungen von ihr ausgehen. Wie sollen nun aber diese Wirkungen in Rechnung gezogen werden? Für die Beantwortung dieser Frage zeigte sich zunächst keine Möglichkeit <sup>1)</sup>.

Es ist nun als besonderes Verdienst Einsteins anzusehen, dass er durch sein rastloses Bemühen im Laufe weniger Jahre die genannten Schwierigkeiten überwand und zwar gerade dadurch, dass er dem Relativitätsprinzip, der eigentlichen Wurzel der Schwierigkeiten, die denkbar grösste Verallgemeinerung gab.

## I.

### Der Inhalt des allgemeinen Relativitätsprinzips <sup>2)</sup>.

Bisher erstreckte sich das Relativitätsprinzip nur auf Inertialsysteme, also auf Systeme, die zu einander in gleichförmiger Translationsbewegung begriffen sind. Nur von diesen war die Behauptung aufgestellt, dass sie für die Formulierung der Naturgesetze gleichwertig seien. Nunmehr aber wird die Gleichwertigkeit aller nur denkbaren Bezugssysteme ausgesprochen, also auch derjenigen, die sich zu einem Inertialsystem in rotierender oder sonst irgendwie beschleunigter Bewegung befinden. Eine solche

Verhältnis von Schwerkraft und der durch die Erdumdrehung bedingten Zentrifugalkraft von der Natur der Körper unabhängig sind. Daraus aber ergibt sich, dass auch das Verhältnis von schwerer Masse und träger Masse von der stofflichen Beschaffenheit der Körper unabhängig ist. Man kann darum bei passender Wahl der Einheiten dieses Verhältnis gleich Eins d. h. die schwere Masse gleich der trägen Masse setzen. Die mit Hilfe der Drehwage angestellten Versuche waren von einer solchen Genauigkeit, dass die relativen Unterschiede, die das Verhältnis von Trägheit und Schwere von Stoff zu Stoff noch besitzen könnte, höchstens ein Zwanzigmilliontel betragen können.

<sup>1)</sup> „Jeder Lichtstrahl besitzt Impuls. Beeinflusst er das Gravitationsfeld? Gehen etwa gar von dem Gravitationsimpuls selbst wieder Gravitationswirkungen aus? Das alles kann zur Zeit niemand beantworten, und gerade der sonst so segensreiche Umstand, dass das Newtonsche Gesetz den Astronomen völlig ausreicht, setzt die Hoffnung auf eine Beantwortung in absehbarer Zeit auf ein Minimum herab“. So M. Laue im Jahre 1911, a. a. O. 187.

<sup>2)</sup> A. Einstein, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie (Leipzig 1910). Zu dieser grundlegenden Schrift kommen noch als Ergänzung: A. Einstein, Näherungsweise Integration der Feldgleichung der Gravitation. Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akad. der Wissenschaften XXXII (1916) 688—696. Derselbe, Hamiltonsches Prinzip und allgemeine Relativitätstheorie. Ebd. XLII (1916) 1111—1116. Derselbe, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Ebd. VI (1917) 142—152. — Zur Einführung geeignet: M. Born, Einsteins Theorie der Gravitation und allgemeinen Relativität. Physikal. Zeitschr. XVII (1916) 51—59. E. Freundlich, Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie (Berlin 1916). M. Schlick, Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Zur Einführung in das Verständnis der allgemeinen Relativitätstheorie (Berlin 1917).

Erweiterung des Relativitätsprinzips erscheint auf den ersten Blick sehr paradox.

Betrachten wir beispielsweise zwei gegen einander rotierende Systeme. In einem Inertialsystem  $K$  rotiere ein flüssiger Körper  $S$ . Es sind dann Zentrifugalkräfte an ihm wirksam, in Folge deren seine Oberfläche die Form eines Rotationsellipsoides besitzt. Denken wir uns nun ein zweites Bezugssystem  $K_1$ , das im Körper  $S$  festliegt, also von  $K$  aus betrachtet mit  $S$  rotiert, so sind die beiden Systeme  $K$  und  $K_1$  nach Einstein vollkommen gleichberechtigt. Wir sind also nicht gezwungen, das System  $K$  zur Grundlage unserer Betrachtungen zu machen, wir können gerade so gut von  $K_1$  ausgehen und den Körper  $S$  als ruhend ansehen. Wir müssen dann die Abweichung von der Kugelgestalt auf die Gravitationskräfte des um  $S$  rotierenden Universums zurückführen. Es gibt nach Einstein kein Mittel, die eine dieser beiden Auffassungen als wahr, die andere als falsch nachzuweisen. Das Beispiel zeigt deutlich, wie die Frage nach der Gleichwertigkeit der Bezugssysteme auf das engste mit der Theorie der Gravitation zusammenhängt.

Ebenso deutlich zeigt sich dieser Zusammenhang, wenn wir ein System  $K_1$  betrachten, das sich zu einem System  $K$  in geradliniger, gleichmässig beschleunigter Bewegung befindet. Der Beobachter in  $K_1$  möge in irgend einem Bereiche des Universums materielle Punkte in Ruhe oder in geradliniger gleichförmiger Bewegung vorfinden. Diese Punkte werden von  $K$  aus betrachtet, gleichförmig beschleunigte Bewegung zeigen, wie sie sich in einem homogenen Gravitationsfelde findet. Nach Einstein sind beide Systeme ganz gleichberechtigt. Die in ihnen befindlichen Beobachter kommen bei der Erklärung der Bewegungserscheinungen zu genau denselben Naturgesetzen. Dass für  $K_1$  andere Gravitationsfelder bestehen als für  $K$ , ist nicht zu verwundern. Für  $K_1$  besitzen ja alle Massen des Universums eine Beschleunigungskomponente (gleich und entgegengesetzt gerichtet der Beschleunigung von  $K_1$  gegen  $K$ ), die ihnen für  $K$  abgeht. Auf diese Verschiedenheit der Beschleunigung der Massen ist die Verschiedenheit der Gravitationswirkung zurückzuführen, und so ist es zu erklären, dass sich dieselben Massenpunkte für  $K$  in einem von Gravitationskräften freien Raume, für  $K_1$  aber in einem homogenen Kraftfelde befinden.

Natürlich kann das Gravitationsgesetz der Relativitätstheorie nicht das Newtonsche sein, da in diesem die Gravitationswirkung von der Geschwindigkeit und Beschleunigung der gravitierenden Massen unabhängig ist. Dieser Umstand hat zu manchen Missverständnissen Anlass gegeben. So erhebt E. Gehrke die Frage<sup>1)</sup>: „Kann man überhaupt, wie Einstein sagt, ein Gravitationsfeld durch blosse Aenderung des Koordinatensystems erzeugen? . . . Wenn Ein-

<sup>1)</sup> E. Gehrke, Zur Kritik und Geschichte der neueren Gravitationstheorien Annal. der Physik. L1 (1916) 121.

stein annimmt, eines der Systeme, sagen wir  $K$ , befinde sich in einem Gravitationsfelde, so ist diese Annahme nicht immer zulässig; sie ist es nur dann, wenn gewisse Massen  $X$  vorhanden sind, die dieses Gravitationsfeld erzeugen. Diesen Massen  $X$  fällt es aber erfahrungsgemäss durchaus nicht ein, aus einem Weltende in das andere zu springen, wenn wir zu der Vorstellung übergehen, statt des Systems  $K$  sei das andere  $K_1$  in einem Beschleunigungsfelde. Anders ausgedrückt: Aus Einsteins Auffassung würde folgen, dass beim Springen eines Beobachters vom System  $K_1$  auf das System  $K$  eine gewaltige Veränderung der Massen  $X$  vor sich geht, indem diese unter anderem von einem Weltende zum anderen springen. Man kann nicht gut, um diese Schwierigkeit zu vermeiden, dem Beobachter das Springen von einem System zum andern verbieten; wie wir die Sache auch wenden mögen, wir kommen zu einer der Erfahrung widerstreitenden, absurden Folgerung“. Gehrke übersieht dabei, dass nach der Einsteinschen Gravitationstheorie nicht nur die örtliche Lage der Massen, sondern auch ihre Bewegung für die Gravitationswirkungen massgebend ist. Darum brauchen die Massen beim Wechsel des Systems nicht von einem Weltende zum andern zu springen; es genügt, dass sie eine veränderte Beschleunigung erhalten, damit der Unterschied der Gravitationswirkung seine Erklärung finde. Dass die astronomischen Tatsachen durch das Einsteinsche Gravitationsgesetz gerade so gut, ja noch besser erklärt werden, als durch das Newtonsche, werden wir später sehen.

Nach dem Gesagten ist der Sinn des sogenannten Äquivalenzprinzips leicht zu verstehen<sup>1)</sup>. Wenn ein irgendwo in der Welt in einem nach allen Seiten geschlossenen Kasten befindlicher Beobachter feststellte, dass alle sich selbst überlassene Gegenstände innerhalb des Kastens eine bestimmte Beschleunigung zeigten, etwa mit konstanter Beschleunigung auf den Boden des Kastens fielen, so könnte er von dieser Erscheinung in zweifacher Weise Rechenschaft ablegen; erstens durch die Annahme, dass der Kasten in einem Gravitationsfelde etwa über einem Himmelskörper ruhe, zweitens durch die Annahme, dass sich der Kasten in einem von Gravitationskräften freien Raume mit konstanter Beschleunigung nach oben bewege. Der Beobachter kann, weil er eben nur die Erscheinungen, die sich innerhalb des Kastens abspielen, wahrnimmt, zwischen den beiden Möglichkeiten keine Entscheidung treffen. Das alles entspricht der bisherigen Auffassung. Einstein behauptet nun, und stellt damit eine ganz neue Lehre auf, dass es auch bei Fortfall der Kastenwände für den Beobachter kein Mittel gibt, zwischen den beiden Möglichkeiten zu entscheiden: an jedem Orte des Universums kann die beobachtete Beschleunigung eines sich selbst überlassene Punktes entweder auf die beschleunigte Bewegung des Bezugssystems in einem gravitationsfreien Felde oder auf Gravi-

<sup>1)</sup> A. Einstein, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie 10.

tationswirkung in einem nichtbeschleunigten System zurückgeführt werden. Dies ist der Inhalt des Äquivalenzprinzips.

Wie gelangt man nun zu dem neuen Gravitationsgesetz? Wir können den Weg dahin hier nur andeuten. Jedes physikalische Ereignis spielt sich zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Orte ab, ist also durch drei Raum- und eine Zeitkoordinate bestimmt. Fasst man also Raum und Zeit nach dem Vorgange Minkowskis zu einem vierdimensionalen Kontinuum zusammen — ein Verfahren, das nur mathematische Bedeutung hat —, so entspricht jedes Ereignis einem Punkte des Raum-Zeit-Kontinuums. Dem Uebergang von einem Bezugssystem zu einem anderen entspricht mathematisch die Einführung neuer Koordinaten. Gelingt es also, die Naturgesetze in eine Form zu bringen, die durch die Substitution neuer Koordinaten nicht verändert wird, so ist damit die Gleichwertigkeit aller möglichen, beliebig gegen einander bewegten Bezugssysteme garantiert.

Wir gehen nun von einem sogenannten lokalen Bezugssystem aus, d. h. einem System, in dem die zu betrachtenden, sich selbst überlassenen Massenpunkte keine Beschleunigung besitzen. Ein solches System ist, wenn wir uns auf ein hinreichend kleines Gebiet des Raumes beschränken, immer möglich. Betrachten wir zwei unendlich benachbarte Punkte unseres Kontinuums, so ist ihr Abstand  $dS$  nach den Regeln der euklidischen Geometrie zu bestimmen. Führt man nun aber ganz beliebige neue Koordinaten ein, so ist es zunächst zweifelhaft, welches der Wert ist, der dem Abstand  $ds$  der beiden Punkte im neuen System zukommt. Einstein entscheidet die Frage, indem er  $ds$  gleich  $dS$  setzt, wo nun der Wert von  $dS$  nicht mehr in den alten, sondern den neuen Koordinaten auszudrücken ist<sup>1)</sup>.

Daraus ergibt sich die Konsequenz, dass das Kontinuum der neuen Koordinaten im allgemeinen keine euklidische Struktur besitzt. Es ist seine metrische Beschaffenheit in jedem Punkte durch zehn Grössen bestimmt, die von der Wahl des lokalen Systemes unabhängig, ausschliesslich Funktionen der neuen Koordinaten sind.

Während nun die Bewegung eines sich selbst überlassenen Punktes im lokalen System geradlinig und gleichförmig verläuft,

<sup>1)</sup> Bezeichnen wir die vier Koordinaten des lokalen Systems mit  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , so gilt für das Linienelement  $dS$  im lokalen Systeme die Gleichung  $dS^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 + dX_4^2$ . Drückt man nun diese viergliedrige Summe durch die Koordinaten des neuen Systems  $x_1, x_2, x_3, x_4$  aus, so erhält man die zehngliedrige Summe  $g_{11}dx_1^2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2 + g_{44}dx_4^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + 2g_{13}dx_1dx_3 + 2g_{14}dx_1dx_4 + 2g_{23}dx_2dx_3 + 2g_{24}dx_2dx_4 + 2g_{34}dx_3dx_4$ , worin die  $g$ -Grössen Funktionen der neuen Koordinaten sind. Bezeichnen wir die zehngliedrige Summe kurz mit  $\Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$ , so haben wir die Gleichung  $dS^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$ . Indem nun Einstein das Linienelement  $ds$  des neuen Kontinuums dem Linienelemente  $dS$  des alten gleichsetzt, erhält er die für die Struktur des neuen Kontinuums charakteristische Gleichung:  $ds^2 = \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu dx_\nu$ .

stellt sich dieselbe Bewegung im neuen System als krummlinig und ungleichförmig heraus; es entspricht ihr eine geodätische Linie im nichteuklidischen Kontinuum.

Da nach dem Äquivalenzprinzip die Aussage: „ein Punkt bewegt sich mit einer gewissen Beschleunigung“ physikalisch gleichwertig ist mit der Aussage: „der Punkt bewegt sich in einem Gravitationsfelde“, so haben wir das Recht, die beschleunigte Bewegung im neuen System als Gravitationsbewegung aufzufassen. So kommen wir zu dem Einsteinschen Gravitationsprinzip, das Trägheits- und Gravitationswirkungen in sich einschliesst: Die Weltlinie eines materiellen Punktes in einem Gravitationsfelde ist eine geodätische Linie im Raum-Zeit-Kontinuum. Es ist somit die Bewegung unseres Punktes durch die Struktur des vierdimensionalen Kontinuums bestimmt, die ihrerseits durch die oben genannten zehn Grössen bestimmt ist. Daraus ergibt sich, dass dieselben Grössen, die für die Gravitationsbewegung massgebend sind — man nennt sie deshalb die Komponenten des Gravitationsfeldes —, auch die metrische Struktur des Raum-Zeit-Kontinuums bedingen.

Die grösste Schwierigkeit, die Einstein erst nach jahrelangem Bemühen überwand, bietet nun die Aufstellung der Differenzialgleichungen, mittels deren die Komponenten des Gravitationsfeldes durch die als gegeben vorausgesetzte Verteilung der Materie oder der Energien bestimmt werden. Die spezielle Relativitätstheorie hat gezeigt, dass nicht die Massen als solche, sondern die Energien — genauer die Komponenten des Impuls-Energietensors — das Gravitationsfeld bestimmen. Es werden also nicht die Massen, sondern die Energien in den gesuchten Gleichungen auftreten. Es müssen die Gleichungen ferner so beschaffen sein, dass sie für jede Koordinatentransformation ihre Form bewahren. Macht man nun noch die durch die Poissonsche Differenzialgleichung nahe gelegte Annahme, dass die gesuchten Gleichungen von der zweiten Ordnung sind, so lassen sich auf einem sehr interessanten, aber ohne weitgehende Heranziehung mathematischer Hilfsmittel nicht näher angebbaren Wege die zehn Gleichungen für die Bestimmung der zehn Gravitationskomponenten aufstellen. Hiermit ist die dem allgemeinen Relativitätsprinzip sowie den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie entsprechende Gravitationstheorie vollendet<sup>1)</sup>.

Wir wenden uns nun der Frage zu, ob sich die Richtigkeit der allgemeinen Relativitätstheorie beweisen lässt. Man hat Beweise a priori und a posteriori vorgebracht. Die Stringenz dieser Beweise wollen wir kurz untersuchen.

<sup>1)</sup> Die für die allgemeine Relativitätstheorie erforderlichen mathematischen Hilfsmittel lagen schon in dem „absoluten Differenzialkalkül“ vor, der seinen Ursprung in den Arbeiten von Gauss, Riemann und Christoffel über nicht-euklidische Mannigfaltigkeiten hat und von Ricci und Levi-Civita in ein System gebracht wurde,

## II.

**Auf welche Beweise stützt sich die allgemeine Relativitätstheorie?****A. Lässt sie sich aus evidenten Sätzen oder sicheren Tatsachen ableiten?**

1. Man hat vielfach geglaubt aus der angeblichen „Relativität“ aller Bewegung die Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme folgern zu können. Wenn es absolute Bewegung und Ruhe gäbe, so wäre es begreiflich, dass ein System, nämlich das absolut ruhende, vor allen andern bevorzugt wäre. Da aber Bewegung und Ruhe nur relative Begriffe sind und dementsprechend ein „ruhendes“ System nur relativ zu bestimmten Körpern ruht, relativ zu anderen Körpern aber in Bewegung ist, so ist nicht einzusehen, weshalb ein System vor dem andern bevorzugt sein sollte.

Diese Ueberlegung ist u. E. nicht zwingend. Es ist nämlich erstens nicht evident, dass es nur relative Bewegung gibt<sup>1)</sup>, und zweitens nicht evident, dass aus der Relativität der Bewegung die Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme folgt.

a. Es ist nicht evident, dass es nur relative Bewegung gibt. Ein Körper bewegt sich, indem er seinen Ort ändert. Der Ort des Körpers wird bestimmt durch seine Distanzen von irgend welchen anderen Körpern. Daraus scheint zu folgen, dass Bewegung nichts anderes ist als Veränderung von Distanzen. Es wären dann die Sätze „A bewegt sich gegen B hin“ und „B bewegt sich gegen A hin“ nur zwei verschiedene Formulierungen einunddesselben Sachverhaltes. Sie besagten beide nur, dass die Distanz zwischen A und B sich ändert. Dieser Schluss erscheint vielen Philosophen und Natur-

<sup>1)</sup> Wir nennen einige der wichtigsten Schriften, die sich mit unserem Probleme beschäftigen: J. Newton, Die mathematischen Prinzipien der Naturlehre (1686), C. Neumann, Ueber die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie (Leipzig 1870), H. Streintz, Die physikalischen Grundlagen der Mechanik (Leipzig 1883), E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung<sup>9</sup> (Leipzig 1904), L. Lange, Ueber das Beharrungsgesetz, Bericht der Gesellschaft d. Wissensch. (Leipzig 1885), Die Geschichte und Entwicklung des Bewegungsbegriffes (Leipzig 1886), Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung Wundts Philos. Studien XX, 1902, B. und J. Friedländer, Absolute oder relative Bewegung? (Berlin 1896), P. Volkmann, Ueber Newtons Philosophiae naturalis principia mathematica und ihre Bedeutung für die Gegenwart (Vorträge, gehalten zu Königsberg 1898), H. Seeliger, Ueber die sogenannte absolute Bewegung (München 1906). — Vergl. auch B. Russel, The Principles of Mathematics I. Cambridge 1903, Chapt. VIII: Absolute and relative motion p. 499 ff, Heymans, Die Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens (Leipzig 1905) 367 ff., A. Höfler, Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft von J. Kant mit einem Nachwort: Studien zur gegenwärtigen Philosophie der Mechanik (Leipzig 1900) 120 ff., A. Müller, Das Problem des absoluten Raumes und seine Beziehung zum allgemeinen Raumproblem (Braunschweig 1911).

forschern so einleuchtend, dass sie die entgegengesetzte Auffassung als ganz unbegründet, ja sogar als sinnlos ablehnen. Bewegung, die mehr sein sollte als Distanzänderung, ist für E. Mach<sup>1)</sup> ein müssiger metaphysischer Begriff, für L. Lange<sup>2)</sup> ein Gespenst, für M. Born<sup>3)</sup> ein Unding. B. Friedländer<sup>4)</sup> meint: „Denken lässt sich eine absolute Bewegung eben nicht“ und auch J. Balmes<sup>5)</sup> ist der Ansicht: „Absolute Bewegung bezeichnet für uns nichts, ist ohne Sinn.“

Es hat aber auch stets Vertreter der entgegengesetzten Auffassung gegeben. Darunter Träger hochberühmter Namen, wie Newton, Laplace und Lagrange. Sie halten es für undurchführbar, alle Bewegung in Distanzänderung aufgehen zu lassen. Wenn alle Bewegungen, so argumentieren sie, relativ sind, dann auch alle Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Wie kommt es dann aber, dass ganz bestimmte Beschleunigungen d. h. die Beschleunigungen, die sich relativ zu ganz bestimmten Bezugssystemen ergeben, als Wirkungen von Kräften anzusehen sind, andere aber nicht? Wenn alle Bewegungen relativ sind, dann auch alle Rotationsbewegungen. Wie kommt es dann aber, dass an dem Kreisel, der relativ zur Oberfläche der Erde rotiert, Zentrifugalerseheinungen auftreten, während an der Erde, die relativ zum Kreisel rotiert, derartige Erscheinungen fehlen? Muss man daraus nicht schliessen, dass die Rotation des Kreisels relativ zur Erde einen wesentlich anderen Charakter hat, als die Rotation der Erde relativ zum Kreisel?

Doch mit diesen Gründen konnten sie ihre Gegner nicht überzeugen. Diese glaubten Mittel und Wege gefunden zu haben, den Newtonschen Bewegungsgesetzen Rechnung zu tragen ohne den Begriff der Bewegung als einer blossen Distanzänderung aufgeben zu müssen. So erklärte C. Neumann, die Bewegungsgesetze gälten für Distanzänderungen relativ zu einem absolut starren Körper, H. Streintz berief sich zu demselben Zwecke auf seinen „Fundamentalkörper“ mit den Fundamentalachsen. L. Lange suchte mit Hilfe der Bewegungserscheinungen selbst das System zu bestimmen, worauf man die Bewegungen beziehen müsse. Er legte sein Inertialsystem so fest, dass sich in ihm drei sich selbst überlassene materielle Punkte geradlinig und gleichförmig bewegen. E. Mach endlich machte den Vorschlag, alle Bewegungen auf das Weltall zu beziehen. Die Distanzänderungen relativ zum Weltall seien vor allen anderen ausgezeichnet. Von ihnen gälten die Grundsätze der Mechanik.

<sup>1)</sup> E. Mach, Die Mechanik in ihrer Entwicklung<sup>5</sup> (Leipzig 1904) 258.

<sup>2)</sup> Vgl. Seeliger, Ueber die sogen. absolute Bewegung 87.

<sup>3)</sup> M. Born, Einsteins Theorie der Gravitation. Physik. Zeitschrift XVIII (1910) 51.

<sup>4)</sup> B. Friedländer, Absolute oder relative Bewegung? (Berlin 1896) 19.

<sup>5)</sup> J. Balmes, Fundamente der Philosophie. Aus dem Spanischen übersetzt von F. Lorinser II (Regensburg 1855) 174.



Was ist von diesem Streite zu halten? Er scheint, soweit er sich auf die Newtonschen Bewegungsgesetze bezieht, durch die neueste Entwicklung der Mechanik gegenstandslos geworden zu sein. Die Anhänger Newtons sowohl wie ihre relativistischen Gegner gehen von der Voraussetzung aus, dass sich nur die Newtonschen Gleichungen zur Grundlage der Mechanik eignen. Diese Voraussetzung ist aber zweifelhaft geworden. Es erscheint jetzt möglich, neue Fundamentalgesetze aufzustellen, die nicht nur die Newtonschen an Leistungsfähigkeit übertreffen, sondern auch die Eigenschaft haben, für alle Bezugssysteme zu gelten. Es ist dann ganz gleichgültig, ob man die Bewegungen auf das Weltall, oder auf die Oberfläche der Erde, oder auf ein sich darauf drehendes Karussell bezieht.

Aber hiermit ist die absolute Bewegung doch noch nicht überflüssig geworden. Es ist nämlich — das ist u. E. der entscheidende Grund für ihre Notwendigkeit — der Begriff der Bewegung als einer blossen Distanzänderung in sich unhaltbar.

Schon oft hat man den Gedanken ausgesprochen, den Meinong zum Mittelpunkt seiner Relationstheorie gemacht hat: Keine Relation ohne Fundamente und zwar in letzter Linie absolute Fundamente. Es kann sich darum keine Beziehung ändern, ohne dass sich etwas Absolutes ändert. Das gilt auch von der Distanzbeziehung. In diesem Sinne erklärte A. Marty<sup>1)</sup>: „Die Relation des Nebeneinander ist eine besondere Weise der Verschiedenheit, also ebenso gut wie die Farbenverschiedenheit eine begründete Relation, welche gewisse absolute Bestimmungen als Fundament voraussetzt. Wie diese Fundamente der Farbenverschiedenheit absolute Qualitäten sind, so sind es bei dem Nebeneinander und der Entfernung absolute Orte. . . . Wie bestechend auch der Schein sein möge und wie viele sich auch dadurch zur Leugnung jedes absoluten Charakters im Gebiete des Räumlichen oder Oertlichen bestimmen lassen mögen, es liegt hier sicher der Fall vor, wo, um ein in anderem Zusammenhang von Lotze gesprochenes Wort zu gebrauchen, die Philosophie ihres Amtes zu walten hat, indem sie hartnäckig und immer wieder auf das Bedenkliche, ja Unmögliche und Absurde gewisser Voraussetzungen hinweist. Sie darf in diesem Falle um so eher die Schüchternheit in der Opposition gegen ein Anschauung vieler und angesehener Naturforscher ablegen . . . , als es sich hier ja nicht um die Tatsachen selbst, sondern um deren Deutung handelt.“ Es müssen also die Körper gewisse absolute Bestimmtheiten besitzen, aus denen die Relation ihrer gegenseitigen Lage entspringt und auf deren Wechsel die Veränderung der relativen Lage beruht. Wenn also A seine Entfernung von B geändert hat, so ist nicht nur eine Beziehung anders geworden, sondern es hat sich etwas

---

<sup>1)</sup> A. Marty, Raum und Zeit. Aus dem Nachlasse des Verfassers herausgegeben von J. Eisenmeier, A. Kastil, C. Kraus (Halle 1916) 72.

Absolutes an A oder an B oder an beiden zugleich geändert, und aus dieser „absoluten Bewegung“ resultiert erst die Abstandsänderung, die „relative Bewegung.“

Von geringer Bedeutung ist der Einwand, den De la Vaissière gegen diese Beweisführung erhebt<sup>1)</sup>. Er behauptet, das Fundament der Distanz von A und B werde von A und B selbst und der dazwischen liegenden Ausdehnung gebildet. Darum bedürfe es zur Lokalisierung keiner besonderen von den realen Körpern verschiedenen Bestimmtheiten.

Gewiss wird zwischen A und B eine „Ausdehnung“ liegen, wir wollen sie C nennen. Dann haben wir die Reihe A C B. Ist es nun wahr, dass A, C und B die Fundamente für die Aufeinanderfolge A, C, B bilden? Dann müsste offenbar, so lange A, B und C in ihrer konkreten Individualität existieren, auch die Ordnung A, C, B bestehen, denn so lange die Fundamente der Beziehung unverändert bleiben, bleibt es auch die Beziehung. Nun ist es aber sehr wohl möglich, dass die drei Glieder in einer anderen Ordnung auftreten, so dass etwa A zwischen B und C liegt. Also fallen die in Rede stehenden Fundamente nicht mit der Realität der Körper A, B und C zusammen<sup>2)</sup>.

Es ist also der Satz: es gibt nur relative Bewegung unhaltbar.

b. Aber wenn es auch feststände, dass es nur relative Bewegung gebe, so könnte man daraus noch nicht die Gleichwertigkeit aller denkbaren Bezugssysteme ableiten. Es wäre dann immerhin noch möglich, dass die Relativbewegungen zu einem ganz bestimmten Körper, etwa einem das Universum erfüllenden „Aether“, durch besonders einfache Gesetzmässigkeit, wie sie etwa in den Newtonschen Bewegungsgesetzen ausgesprochen ist, vor allen anderen ausgezeichnet wären. Dann würde uns nur das im Aether ruhende Bezugssystem die „wahren Gesetze“ zeigen. Es würde beispielsweise nur der relativ zum Aether rotierende Körper Zentrifugalspannungen aufweisen. Von einer Kovarianz der Naturgesetze für alle Bezugssysteme wäre keine Rede.

2. Damit hängt eine Betrachtung Einsteins zusammen, die einen „erkenntnistheoretischen Mangel“ der klassischen Mechanik aufweisen will. Wir nehmen an, dass zwei flüssige Körper  $S_1$  und  $S_2$  von

<sup>1)</sup> De la Vaissière, *Philosophia naturalis* I (Paris 1912) 29: *Fundamentum relationis inter A et B consistit in extensionibus A et B et extensione intermedia; relatio enim distantiae non est simpliciter inter A et B, sed inter A et B in eadem extensione existente.*

<sup>2)</sup> Vgl. D. Nys, *La notion d'espace* (Louvain 1901). Nys führt aus, dass Bewegung reale Veränderung sei, dass sich aber dabei die Distanzen nicht allein ändern könnten, da sie bloss Beziehungen seien (p. 21: *Il serait en effet par trop puéril, de s'imaginer la distance sous forme d'une petite réalité intercalée entre deux termes donnés*), also ändere sich eine absolute Bestimmtheit, die „ubication intrinsèque“.

gleicher Grösse und Art mit konstanter Winkelgeschwindigkeit relativ zu einander rotieren. Wir denken uns die Oberflächen beider Körper mit Hilfe (relativ ruhender) Masstäbe ausgemessen; es ergebe sich, dass die Oberfläche von  $S_1$  eine Kugel, die von  $S_2$  ein Rotationsellipsoid sei.

Einstein wirft nun die Frage auf: Aus welchem Grunde verhalten sich  $S_1$  und  $S_2$  verschieden? Die Antwort der klassischen Mechanik, die Bewegungsgesetze gälten wohl für einen Raum  $R_1$ , gegen welchen der Körper  $S_1$  in Ruhe sei, nicht aber für einen Raum  $R_2$ , gegen welchen  $S_2$  in Ruhe sei, will er nicht gelten lassen. Der berechnete Galileische Raum  $R_1$ , sagt er, bzw. die Relativbewegung zu ihm, sei eine bloss fingierte Ursache, keine beobachtbare Sache. Es werde also eine bloss fingierte Ursache  $R_1$  für das beobachtbare verschiedene Verhalten der Körper  $S_1$  und  $S_2$  verantwortlich gemacht.

Einen zwingenden Grund von der alten Mechanik abzugehen dürften wohl diese Ueberlegungen nicht darstellen. Man könnte sich einfach auf die Unterscheidung von absoluter und relativer Bewegung berufen, die nach unseren obigen Ausführungen unumgänglich notwendig ist.  $S_2$  rotiert absolut,  $S_1$  nicht, darum weist nur  $S_2$  die der Rotation entsprechende Ablattung auf. Allerdings ist einzuräumen, dass es für die Physik etwas Missliches an sich hat, beobachtbare Verschiedenheiten der Wirkung auf unbeobachtbare Verschiedenheiten der Ursache zurückzuführen. Man wird es als berechtigtes Ziel dieser Wissenschaft ansehen müssen, ihre Fundamentalgesetze so zu gestalten, dass nur beobachtbare Grössen in dieselben eingehen. Auf dem Boden der Newtonschen Mechanik ist die Verwirklichung dieses Zieles prinzipiell unmöglich, da es niemals gelingen kann, absolute Bewegung, absolute Geschwindigkeit usw. durch Beobachtung festzustellen.

Es beruht ja, wie A. Einstein kurz darlegt<sup>1)</sup> und M. Schlick eingehender auseinandersetzt<sup>2)</sup>, die Möglichkeit des exakten Beobachtens darauf, identisch dieselben physischen Punkte zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Orten ins Auge zu fassen. Alles „Messen“ läuft darauf hinaus, das Zusammentreffen zweier solcher festgehaltenen Punkte am selben Orte zur selben Zeit zu konstatieren. Es lässt sich nämlich die Messung aller physikalischen Grössen, wie sie mit Hilfe der verschiedensten Apparate vorgenommen wird, auf Längenmessung zurückführen. Die Längenmessung aber kommt dadurch zustande, dass man an den zu messenden Körper einen Einheitsmasstab anlegt und die Koinzidenz seiner Enden mit bestimmten Punkten des Körpers feststellt. Daraus ergibt sich, dass man die ganze Physik als Inbegriff der Gesetze auffassen kann,

<sup>1)</sup> A. Einstein, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie 14.

<sup>2)</sup> M. Schlick, Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik. Naturwissenschaften XII (1917) 180 ff.

wonach das Auftreten dieser Koinzidenzen stattfindet. Es lässt sich nun leicht nachweisen, dass beim Uebergang von einem Bezugssystem zu einem beliebigen anderen alle Koinzidenzen erhalten bleiben, so dass also alles, was im strengen Sinne beobachtet werden kann, für alle Bezugssysteme identisch ist. So ist das Bestreben verständlich, aus den physikalischen Gesetzen alles auszuschneiden, was sich auf ein spezielles Bezugssystem bezieht, und ihnen eine Form zu geben, die für alle beliebigen Systeme in gleicher Weise Geltung hat.

3. Diese Erwägungen werden in interessanter Weise durch eine zwar längst bekannte, aber erst von Einstein in ihrer ganzen Tragweite gewürdigte Tatsache bestätigt. Es ist eine und dieselbe Konstante, die für die Trägheits- und für die Gravitationswirkung massgebend ist, man nennt sie die Masse. Befindet sich z. B. eine Holzkugel in einem Kraftfelde, so ist ihre Beschleunigung direkt proportional der wirkenden Kraft, umgekehrt proportional der trägen Masse  $m_1$ . Ist nun das Kraftfeld ein Schwerfeld, so ist die wirkende Kraft direkt proportional der schweren Masse  $m_2$  der Kugel. Nun ist merkwürdiger Weise die träge Masse  $m_1$  genau proportional der schweren Masse  $m_2$ . Folglich heben sich in dem Ausdrucke für die Beschleunigung der Kugel die Massen fort, d. h. die Beschleunigung ist von der Masse unabhängig. Es erhält also die Holzkugel dieselbe Beschleunigung wie eine Bleikugel: alle Körper fallen im luftleeren Raume mit derselben Beschleunigung. Diese Tatsache zeigt, dass Schwere und Trägheit in einem engen Zusammenhange stehen. „Man muss sich wundern, sagt M. Schlick<sup>1)</sup> mit Recht, dass vor Einstein noch niemand daran gedacht hat, Schwere und Trägheit in engere Beziehung mit einander zu bringen. Hätte man auf einem anderen Gebiete Analoges beobachtet, hätte man z. B. eine Wirkung gefunden, die der auf einem Körper vorhandenen Elektrizitätsmenge proportional ist, so würde man sie von vornherein in Zusammenhang mit den übrigen elektrischen Erscheinungen gebracht haben, man würde die elektrischen Kräfte und die gedachte neue Wirkung als verschiedene Aeusserungen ein und derselben Gesetzmässigkeit aufgefasst haben. In der klassischen Mechanik stehen aber Trägheits- und Gravitationserscheinungen ganz unverbunden neben einander, und dass bei beiden ein und derselbe Faktor, die Masse, eine Rolle spielt, ist für Newton rein zufällig. Sollte es wirklich Zufall sein? Das wäre unwahrscheinlich im höchsten Grade“. Der Zusammenhang von Trägheit und Schwere ist es, der das Äquivalenzprinzip Einsteins möglich macht, ja zu demselben hindrängt<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> M. Schlick l. c. 179.

<sup>2)</sup> Das ist leicht einzusehen. Wenn man von einem System  $K_1$ , in dem eine Holzkugel und eine Eisenkugel ruhen, zu einem System  $K_2$  übergeht, das relativ zu  $K_1$  beschleunigt ist, so werden in  $K_2$  die Holz- und die Eisenkugel dieselbe Beschleunigung haben. Man kann also das so erzeugte Beschleunigungsfeld nur dann als Schwerfeld ansehen, wenn es auch für das Schwerfeld gilt, dass darin eine Holz- und eine Eisenkugel dieselbe Beschleunigung erhalten.

Aus dem Gesagten ergibt sich, dass die für die allgemeine Relativitätstheorie vorgebrachten Argumente wohl geeignet sind, ihr eine gewisse, nicht gering zu bewertende Wahrscheinlichkeit zu verleihen, volle Gewissheit bieten sie nicht. Es ist nicht über allen Zweifel erhaben, dass es möglich sein muss, die Naturgesetze in eine solche Form zu bringen, dass sie nur beobachtbare Grössen enthalten, und es ist auch nicht gewiss, dass es keine andere Theorie geben kann, die von dem Zusammenhang von Trägheit und Schwere Rechenschaft ablegt. Da so die Voraussetzungen, aus denen man die Relativitätstheorie abgeleitet hat, nicht durchaus feststehen, müssen wir uns den Konsequenzen zuwenden, die man daraus gezogen hat, und sie, soweit es möglich ist, mit der Erfahrung vergleichen.

### B. Ergibt sich die Richtigkeit der allgemeinen Relativitätstheorie aus ihren Konsequenzen?

1. Die erste Konsequenz der allgemeinen Relativitätstheorie bezieht sich auf die Struktur des Raumes.

Nachdem die Untersuchungen der Mathematiker über die geometrischen Axiome zu Beginn des neunzehnten Jahrhunderts zu dem Ergebnis geführt hatten, dass der euklidischen Geometrie die nicht-euklidische als mathematisch gleichberechtigt zur Seite zu setzen ist, hat man vielfach die Frage erörtert, welche Geometrie denn für den wirklichen Raum gelte. Vielfach glaubte man durch Messung der Winkel in einem sehr grossen Dreieck die Frage entscheiden zu können. So mass Gauss die Winkel, die drei Lichtstrahlen an drei festen Punkten (Hoher Hagen, Inselsberg und Brocken) mit einander bilden. Lobatschefskij zog durch Benutzung der halbjährigen Fixsternparallaxen kosmische Entfernungen heran. Beide kamen zu dem Resultate, dass kein hinreichender Grund besteht, dem Raume eine positive oder negative Krümmung beizulegen. H. Poincaré hat gegen diese Versuche mit Recht geltend gemacht<sup>1)</sup>, dass sie prinzipiell ausserstande sind, die Frage nach der Struktur des Raumes zu entscheiden. Wenn sich beispielsweise bei den Gauss'schen Messungen der drei Winkel des Dreiecks eine grössere Abweichung der Winkelsumme von zwei Rechten ergeben hätte, so konnte man dieser Tatsache in zweifacher Weise Rechnung tragen: erstens durch die Annahme, dass die Lichtstrahlen im Vakuum gerade Linien sind und der Raum nichteuklidisch ist, zweitens durch die Annahme, dass der Raum euklidisch ist, die Lichtstrahlen aber krumme Linien sind. Die Erfahrung zwingt uns also keine bestimmte Geometrie auf, sie kann uns nur zeigen, welche Geometrie wir voraussetzen müssen, wenn wir zu den einfachsten physikalischen Gesetzen ge-

Das ist aber nur dann der Fall, wenn für beide Substanzen das Verhältnis zwischen träger und schwerer Masse genau dasselbe ist.

<sup>1)</sup> H. Poincaré, Wissenschaft und Hypothese. Uebersetzt von Lindemann (Leipzig 1904) 74.

langen wollen. Diese Geometrie werden wir, weil die einfachste Hypothese *ceteris paribus* vor allen anderen den Vorzug verdient, als den Ausdruck der wahren Struktur des Raumes anzusehen haben. Welche Geometrie aber zu den einfachsten Naturgesetzen führt, ist nicht so leicht zu entscheiden. E. Study bemerkt<sup>1)</sup> in seinem Werke „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raum“, man könne zur Zeit kaum eine Vermutung darüber aussprechen, in welcher geometrischen Struktur wir das Abbild der unbekanntenen Wirklichkeit zu erblicken hätten. Gewiss empfehle sich die euklidische Hypothese durch ihre Einfachheit, aber gross erscheine der Unterschied im Komplikationsgrade dem erfahrenen Mathematiker nicht, in physikalischer Hinsicht biete auch die euklidische Hypothese grosse Schwierigkeiten.

Selbst wenn es prinzipiell möglich wäre, durch Messungen die Frage zu entscheiden, so kann doch auf diesem Wege die euklidische Struktur des Raumes niemals festgestellt werden. Es könnten die Messungen, die stets mit Beobachtungsfehlern behaftet sind, das Resultat ergeben, dass die Winkelsumme im Dreieck sicher grösser, oder sicher kleiner als zwei Rechte ist, niemals aber, dass sie sicher genau gleich zwei Rechten ist. Es könnte also unter Umständen die Geltung der sphärischen oder pseudosphärischen Geometrie festgestellt werden, niemals aber die Geltung der euklidischen.

Auf die philosophischen Erörterungen, die sich an die mathematischen Spekulationen angeschlossen haben, wollen wir nicht eingehen. Nur auf einen Punkt müssen wir hinweisen, der zu manchen Missverständnissen Anlass gegeben hat. Die Mathematiker sprechen von „gekrümmten“ Räumen. Sie legen dem sphärischen Raume ein positives, dem pseudosphärischen ein negatives Krümmungsmass bei. Man darf den Ausdruck „Krümmung“ hier nicht im eigentlichen Sinne verstehen. Was der Mathematiker Krümmung nennt, lässt sich nicht anschaulich machen, sondern nur analytisch bestimmen. Die Gerade des sphärischen Raumes hat nichts Krümmes an sich. Sie ist nicht weniger gerade, als die Gerade des euklidischen Raumes. Es gelten von ihr alle Definitionen, die man von der Geraden gegeben hat: sie liegt gleichförmig gegen die in ihr enthaltenen Punkte (Euklid), sie ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte (Legendre) und sie ist durch zwei ihrer Punkte vollständig bestimmt. Nichts wäre verkehrter, als wenn man den geschlossenen Riemannschen (sphärischen) Raum als eine Kugel im dreidimensionalen euklidischen Raume auffassen wollte. Aber, wird man vielleicht mit A. Kirschmann fragen, warum sprechen denn die Mathematiker von Krümmung, wenn es sich nicht um wirklich gekrümmte Gebilde, so wie wir sie aus der Anschauung kennen, handelt<sup>2)</sup>? Der Grund

<sup>1)</sup> E. Study, Die realistische Weltanschauung und die Lehre vom Raum (Braunschweig 19:4) 119.

<sup>2)</sup> A. Kirschmann, Die Dimensionen des Raumes. Philos. Studien XIX (1902) 368: „Ein Mathematiker hat mir gesagt: Das Krümmungsmass, die

liegt in einer Analogie. Es gibt nämlich gekrümmte Flächen im euklidischen Raume, die dieselben Rechnungsformeln aufweisen, wie die Ebenen der „gekrümmten“ Räume. So gelten von der Ebene des sphärischen Raumes dieselben Formeln, wie von den Kugelflächen des euklidischen Raumes. Darum sind aber die beiden Gebilde durchaus nicht kongruent. Trotz der Identität der Formeln sind die sphärische Ebene und die euklidische Sphäre mit einander ganz unvergleichbar.

Dass nun die Relativitätstheorie mit dem euklidischen Raume nicht auskommen kann, ist leicht zu beweisen. Es folgt nämlich aus der früher erwähnten nichteuklidischen Struktur des vierdimensionalen Raum-Zeit-Kontinuums ohne weiteres, dass auch das dreidimensionale Raumkontinuum im allgemeinen nichteuklidische Massverhältnisse aufweist<sup>1)</sup>. Es tritt aber nicht einfachhin, wie man zunächst erwarten möchte, eine durch ein bestimmtes Krümmungsmass charakterisierte nichteuklidische Geometrie an die Stelle der euklidischen, sondern jede Stelle des Raumes hat ihr eigenes Krümmungsmass und darum auch ihre eigene Geometrie. Das Krümmungsmass wird durch das Gravitationsfeld bestimmt und ändert sich darum von Ort zu Ort. Es gibt keine absolut starren Körper, keine Masstäbe, deren Länge an jedem beliebigen Orte in jeder Lage und Geschwindigkeit als ein und dieselbe Grösse angesehen werden dürfte. Der Raum ist also nach der Relativitätstheorie nicht mehr als homogen zu betrachten. Seine Struktur ist vielmehr wegen der ungleichmässigen Verteilung der Materie ausserordentlich kompliziert.

Verhältnismässig einfach liegen die Massverhältnisse innerhalb einer homogenen Kugel von endlichem Radius, die aus einer inkompressiblen Flüssigkeit besteht. Wie sich aus K. Schwarzschild's Berechnungen ergibt<sup>2)</sup>, herrscht im Inneren einer solchen Kugel sphärische Geometrie. Der Krümmungsradius  $R$  ist durch die Dichte der Flüssigkeit bestimmt und hat darum innerhalb der Kugel überall denselben Wert. Denken wir uns einen ebenen Schnitt durch den Mittelpunkt der Kugel gelegt, so finden wir, dass für diesen Schnitt dieselben Massverhältnisse bestehen, wie auf einer Kugeloberfläche vom Radius  $R$ . Weniger einfach ist die Struktur des Raumes ausserhalb

---

Krümmung eines Raumes haben mit *k r u m m* nichts mehr zu tun. Dann muss man aber fragen: Warum nennt ihr diese Dinge denn so? Und warum verfallt ihr, sobald ihr eure nicht euklidischen Ideen oder Begriffe veranschaulichen wollt, immer wieder in die euklidische Geometrie zurück?

<sup>1)</sup> Das Raum-Zeit-Kontinuum hat nur dann euklidische Struktur, wenn  $g_{11} = g_{22} = g_{33} = g_{44} = 1$  und alle übrigen Komponenten des Gravitationsfeldes gleich Null sind. Soll das Raumkontinuum euklidisch sein, so müssen  $g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$  sein und alle übrigen Komponenten, die die Indizes 1, 2 und 3 aufweisen, gleich Null sein.

<sup>2)</sup> K. Schwarzschild, Ueber das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie. Sitzungsberichte der Königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften XVIII (1916) 424.

der Kugel. Hier gilt die pseudosphärische Geometrie. Betrachten wir auch hier einen zentralen ebenen Schnitt, so finden wir, dass die hier herrschenden Massverhältnisse identisch sind mit denen eines Rotationsparaboloides von negativem Krümmungsmass. Da sich der (absolute) Wert des Krümmungsmasses mit wachsender Entfernung vom Mittelpunkte mehr und mehr der Null nähert, so geht der pseudosphärische Raum ausserhalb der Kugel mehr und mehr in den euklidischen über. Uebrigens sind die Abweichungen von der euklidischen Geometrie im allgemeinen überaus gering. Geben wir unserer Kugel eine Dichte gleich der mittleren Dichte der Sonne, so erhalten wir für den sphärischen Raum im Innern einen Krümmungsradius gleich dem Fünfhundertfachen des Sonnenradius. Bei einem gleichseitigen Dreieck im Inneren einer solchen Kugel, dessen drei Seiten je 1000 km lang wären, würde der Ueberschuss der Winkelsumme über zwei Rechte noch nicht den millionsten Teil einer Winkelsekunde betragen.

Es liegt auf der Hand, dass diese Konsequenzen mit der Newtonschen Raumtheorie unvereinbar sind, wonach der Raum ein für sich bestehendes Etwas ist, das die Körper wie ein Gefäss in sich schliesst. Aber diese Auffassung hat unter den Philosophen nur wenig Anklang gefunden, auch die meisten Scholastiker weisen sie zurück. De la Vaissière erklärt: „Mit dem hl. Thomas und fast allen Scholastikern behaupten wir, dass der Raum nichts objektiv Reales ist ausser den ausgedehnten Körpern“<sup>1)</sup>. D. Nys beschreibt in seinem Werke über den „Begriff des Raumes“<sup>2)</sup> den Prozess, wie durch die Tätigkeit der Phantasie die Illusion eines realen Seins entsteht, das von den Körpern unabhängig, ihrer Erschaffung vorauszugehen und ihre Vernichtung zu überdauern scheint. Dieser Raum — er nennt ihn *fruit bâtarde de l'activité mentale et imaginative* — hat sicher keine objektive Existenz. Ganz in demselben Sinne schreibt A. Lehmen<sup>3)</sup>: „Wenn wir vom Raume reden, wie von einem wirklichen Dinge, so ist das nur ein Behelf, eine subjektive Anschauungsweise. In ähnlicher Weise reden wir auch von einem Loch, von der Blindheit, von der Identität, von der abstrakten Möglichkeit, wie wenn es wirkliche Realitäten wären. Das sind alles Gedankendinge. . . . Der Raum ist aber ein wohlbegründetes Gedankending, und zwar in der Weise, dass dem Geiste bei der Auffassung des Raumes etwas Positives vorschwebt, nämlich die Ausdehnung.“ Sickenberger<sup>4)</sup> betrachtet die Meinung von der Selbständigkeit des Raumes als eine naive Projektion mathematischer Vorstellungsgewohnheit in die

<sup>1)</sup> De la Vaissière, *Cursus Philosophiae naturalis* I (Paris 1912) 28: Cum S. Thoma et fere omnibus scholasticis dicemus spatium nihil esse reale objective praeter ipsa extensa. Ctr. S. Th. in 4 ph., l. 3, t. 18, 328 col. 1.

<sup>2)</sup> D. Nys, *La notion d'espace* (Louvain 1901) 93.

<sup>3)</sup> A. Lehmen, *Lehrbuch der Philosophie* II<sup>2</sup> (Freiburg 1905) 44.

<sup>4)</sup> Sickenberger, *Philos. Jahrbuch* XVI (1903) 220.



Wirklichkeit. „Der Raum“, sagt er, „ist objektiv nichts als die Ausdehnung der wirklichen Körper“.

Nun scheint mir allerdings diese Auffassung nicht ganz einwandfrei. Sie führt konsequent durchgeführt zu dem oben zurückgewiesenen Relativismus. Das zeigt sich besonders deutlich in der Raumlehre von J. Balmes, die kurz zusammengefasst, folgendermassen lautet<sup>1)</sup>: Der Raum ist nichts weiter als die Ausdehnung der Körper selbst. Wo also kein Körper ist, ist auch kein Raum. Was man Entfernung nennt, ist nichts anderes als das Dazwischenliegen eines Körpers. Wenn also jeder dazwischenliegende Körper verschwindet, so ist keine Entfernung vorhanden, sondern Berührung. Wenn zwei Körper allein im Universum existieren, so ist es metaphysisch notwendig, dass sie einander berühren. In der Lage der Körper gibt es nichts Absolutes. Alles ist hier relativ. Balmes empfindet selbst die Paradoxie dieser Sätze, lässt sich aber dadurch nicht bestimmen, die Identifizierung von Raum und Ausdehnung mit Entschiedenheit aufzugeben.

Man kann aber sehr wohl die Schwierigkeiten der Newtonschen Auffassung vermeiden, ohne dem Relativismus anheimzufallen. Wie oben nachgewiesen, müssen wir den materiellen Punkten gewisse absolute Bestimmtheiten beilegen, durch die ihre räumliche Ordnung bedingt ist. Wir nennen dieselben im Anschluss an B. Russel Positionen<sup>2)</sup>. Es ist nun der Raum nichts anderes als die dreidimensionale stetige Mannigfaltigkeit der möglichen Positionen. Er steht so zu den Körpern in demselben Verhältnis wie der „Tonraum“ zu den Tönen. Wie jeder Ton eine bestimmte Höhe und dadurch eine bestimmte Lage im Tonraum hat, der das abstrakte Schema aller möglichen Tonhöhen darstellt, so besitzt jeder materielle Punkt

<sup>1)</sup> Vgl. J. Balmes, Fundamente der Philosophie. 2. Teil. 171 ff.

<sup>2)</sup> B. Russel unterscheidet in seiner Abhandlung „Ueber den Begriff der Ordnung und die absolute Position im Raum und in der Zeit“ (Biblioth. du Congrès internat. de philosophie. Vol. III. Logique. Paris 1901) zwei Arten von Reihen: unabhängige Reihen und Reihen durch Korrelation. Eine Reihe wird unabhängig genannt, wenn durch die Natur der Glieder ihre Ordnung eindeutig bestimmt ist. Die Glieder selbst heissen dann Positionen. So sind die Zahlen Positionen. Wenn ich die drei Zahlen 2, 3 und 7 habe, so ist durch die Natur der Zahlen ihre Grössenordnung festgelegt. 3 ist kleiner als 7 und kann unter keinen Umständen grösser als 7 sein. Anders verhält es sich mit den „Reihen durch Korrelation“. Hier ist die Ordnung durch die Natur der Glieder nicht bestimmt. Soll also doch eine bestimmte Ordnung bestehen, so ist das nur in der Weise möglich, dass die Glieder zu gewissen anderen Gliedern in Beziehung stehen, die ihrer Natur nach eine Ordnung bestimmen. So verhält es sich mit den materiellen Punkten. Sie haben durch sich selbst noch keine Ordnung. Der Punkt  $a$  kann einmal rechts, einmal links von  $b$  stehen. Nur dadurch kann also eine Ordnung zustande kommen, dass  $a$  und  $b$  gewisse „Positionen“ besitzen, aus denen die Ordnung resultiert. Wenn wir oben von Positionen schlechthin sprechen, so meinen wir damit stets die für die räumliche Ordnung massgebenden Positionen.

eine Position und infolgedessen eine bestimmte Lage im Schema der möglichen Positionen. Dem Tonraum kommt keine eigene Realität zu, er hat keine Eigenschaften unabhängig von den Tönen, er geht ihnen nicht vorher und folgt ihnen nicht nach. Ebenso verhält sich der Raum gegenüber der ihn erfüllenden Materie. Der Vergleich wird noch treffender, wenn wir uns einen Menschen vorstellen, der für absolute Tonhöhe kein Gedächtnis hat. Ein solcher würde vielleicht der relativistischen Ansicht zuneigen, es gäbe nur relative Tonhöhen, weil er ja die Höhe eines Tones nur durch seine Intervalle mit anderen Tönen feststellen kann. Wenn er aber erfährt, dass ein Intervall sich ändert, etwa eine Quart in eine Quint übergeht, so wird er einsehen, dass wenigstens einer der beiden Töne seine absolute Tonhöhe geändert haben muss. Er wird sich so der Erkenntnis nicht verschliessen können, dass die relativen Tonhöhen, wie sie durch die Intervalle von einem beliebigen Grundton aus bestimmt sind, eine Mannigfaltigkeit absoluter Tonhöhen voraussetzen und als Beziehungen zwischen den absoluten Tonhöhen betrachtet werden müssen.

Natürlich trifft der Vergleich nicht in jeder Hinsicht zu<sup>1)</sup>. Er scheint aber geeignet, die Unhaltbarkeit zweier extremen Auffassungen zu beleuchten: der relativistischen, die, indem sie das Absolute leugnet, bloss Relationen wie ein Absolutes behandelt, und der ultra-realistischen, die im Raume eine von der Körperwelt unabhängige, für sich bestehende Realität sieht.

Wir nähern uns hiermit der Raumtheorie Fr. Brentanos<sup>2)</sup>. Nach Brentano bilden die Körper eine Einheit von zwei Kategorien, von Qualität und Ort. Der Ort ist etwas so Primäres wie die Qualität, und die Ortsabstände beruhen auf der absoluten Natur der in Frage kommenden Bestimmtheiten. So wenig in einer vor uns liegenden Farbenfolge von Rot, Orange, Gelb, Gelbgrün, Grün, Blau etwa Rot und Grün qualitativ aneinander rückten, wenn das Dazwischenliegende vernichtet würde, ebensowenig ist es denkbar, dass die Orte *a* und *b* einander näher oder in Berührung kämen, wenn das Dazwischenliegende vernichtet würde. Ebensowenig wie die Qualitäten irgendwie für sich existieren und harren, bis ein Körper sich in sie kleidet,

<sup>1)</sup> Es gibt z. B. im Tonraum keinen Vorgang, der der räumlichen Bewegung genau entspräche. Es kann sich ein Ton nicht durch den Tonraum bewegen, da wir bei einer Erhöhung des Tones den späteren nicht als den früheren mit einer grösseren Höhe, sondern als einen ganz neuen betrachten. Siehe bezüglich des Vergleiches noch A. Höfler, Studien zur gegenwärtigen Philosophie der Mechanik. Als Nachwort zu Kants Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft (Leipzig 1900) 143 ff.

<sup>2)</sup> Fr. Brentano, Zur Lehre von der Empfindung. Vortrag, gehalten auf dem dritten internat. Kongr. für Psychologie in München 1896. Wieder abgedruckt unter dem Titel „Ueber Individuation, multiple Qualität und Intensität sinnlicher Anschauung“ in den „Untersuchungen zur Sinnespsychologie“ (Leipzig 1907) 51 ff.

ebensowenig gibt es in Wirklichkeit einen leeren Raum d. h. für sich existierende Orte, die darauf warten, dass ein Körper (eine Qualität) sie erfülle. Der Satz: zwischen  $a$  und  $b$  ist leerer Raum besagt nur: zwischen  $a$  und  $b$  ist kein anderer Körper.

Wir pflichten Brentano bei, insofern er die „Orte“ als absolute Bestimmtheiten ansieht und den Raum als ein von den Körpern unabhängiges Etwas verwirft. Wir können ihm aber nicht zustimmen, wenn er die Orte als substanziale Bestimmtheiten der Körper erklärt. Gegen diese Auffassung wendet Brentanos Schüler A. Marty mit Recht ein<sup>1)</sup>: „Es wäre dann Bewegung beständige substanziale Umwandlung, der bewegte Körper würde durch seine Ortsveränderung beständig ein anderes Individuum, ja eine andere Spezies von Körpern. Ja, man könnte dann gar nicht mehr von ‚Bewegung‘ reden, weil dazu die Permanenz des bewegten Subjektes gehört“.

Marty geht aber noch weiter und bringt einen Einwand, der, wenn er gegen Brentanos Theorie Geltung hätte, auch unsere Auffassung umstossen würde. Er sagt (90): „Der Ort kann nicht etwas am Körper sein, weder eine substanziale Differenz noch ein ihm inhärierendes Akzidenz. In beiden Fällen würden, wenn ein Körper sich bewegt . . ., neue Orte entstehen, und es müsste, je nachdem die Bewegung rascher oder langsamer verläuft, ein Stück Raum, welches dadurch entsteht, einen verschiedenen Grad von Dehnung oder Dichtigkeit haben. Das widerspricht aber der Gattung, deren Differenzen nichts anderes sind als Positionen, und zwar Positionen nicht im Sinne eines Erfüllenden zu einem Erfüllten, sondern im Sinne des letzteren selbst“.

Dieser Einwand ist ohne Bedeutung. Betrachten wir einen Massenpunkt, der sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit geradlinig bewegt. Es entstehen dann beständig neue Positionen, und zwar so, dass jede Position einem Momente der der Bewegung entsprechenden Zeitstrecke zugeordnet ist. Je nach dem Grössenverhältnis, das zwischen der Reihe der Positionen und der Zeitstrecke besteht, kann man von einer grösseren oder geringeren Dichte der Positionsreihe sprechen. Daraus folgt aber nicht, dass die Positionsreihe in sich mehr oder weniger dicht sein könnte, d. h. dass zwischen zwei bestimmten Positionen je nach den Umständen bald mehr bald weniger Positionen liegen könnten.

Da die Positionen entstehen und vergehen, so setzen sie natürlich wie alles werdende das Zeitkontinuum voraus. In diesem Sinne kann man sagen: der Raum setzt die Zeit voraus. Wie sich aber daraus die Folgerung ergeben soll, die Marty als weiteren Einwand vorbringt (91), dass noch ein „Urraum“ angenommen werden müsste, in dem der Raum sich befände, ist nicht einzusehen. Auch die Töne entstehen in der Zeit. Setzt darum der Tonraum einen Urtonraum voraus?

<sup>1)</sup> A. Marty, Raum und Zeit (Halle 1916) 51 ff.

Ebensowenig beweist der letzte Einwand Martys, der Raum könne nur als Ganzes entstehen oder vergehen (95); es könnten unmöglich einzelne Teile oder Elemente neu entstehen, während andere schon da sind oder vergehen, darum könne die Bewegung nicht als ein Entstehen neuer Orte gefasst werden. Marty verwechselt hier die realen Positionen mit dem abstrakten Raumbegriff. Dieser enthält das allgemeine Schema der möglichen Positionen und trägt, weil er von allem Entstehen und Vergehen abstrahiert, den Charakter der Ganzheit und Unveränderlichkeit.

Marty selbst betrachtet den Raum als ein ungewordenes und unvergängliches in sich subsistierendes Etwas, dem er nur deshalb den Namen Substanz nicht beilegen will, weil Substanz etwas Wirkungsfähiges bezeichne, der Raum aber zu jeder Wirkung unfähig sei. Trotz dieser bedenklichen Hypothese kann er die „Positionen“ nicht vermeiden, wie sich aus folgender Erwägung ergibt. Nehmen wir an, dass sich ein Körper im Raume bewegt und folglich seine Beziehungen zum Raume ändert. Jede Beziehung verlangt nach Marty absolute Fundamente und jede Beziehungsänderung eine Aenderung der Fundamente. Da nun im Raume keine realen Veränderungen eintreten können, so müssen in dem Körper absolute Fundamente angenommen werden, wodurch er zu einem bestimmten Teile des Raumes in die Beziehung des Erfüllenden zum Erfüllten tritt, und deren Veränderung das Wesen der Bewegung ausmacht. Wir haben also hier dieselben akzidentellen Positionen, die Marty bekämpft, und dazu noch die unveränderliche Raumsubstanz.

Betrachtet man den Raum als das abstrakte Schema der Positionen, so gewinnt die Frage nach dem veränderlichen Krümmungsmass einen vernünftigen Sinn. Die Distanzen sind Beziehungen zwischen den Positionen. Die Art, wie sie zu messen sind, hängt von der Natur der Positionen ab. Diese können aber als reale Bestimmtheiten des Körpers mit anderen Eigenschaften desselben in einem gesetzmässigen Zusammenhang stehen. Somit ist es sehr wohl denkbar, dass die metrische Struktur des Kontinuums der Positionen durch die Komponenten des Gravitationsfeldes bestimmt sei.

Weit davon entfernt, die Relativitätstheorie wegen ihrer Konsequenzen für die Struktur des Raumes zu verwerfen, glauben wir vielmehr in dem ausserordentlichen Erfolge der Theorie auf astronomischem Gebiete, dem wir uns jetzt zuwenden wollen, einen bedeutungsvollen Hinweis auf die richtige Lösung des philosophischen Raumproblems erblicken zu dürfen.

2 Die zweite Konsequenz der allgemeinen Relativitätstheorie bezieht sich auf die Planetenbewegung. Es ist schon die Tatsache, dass die neue Theorie in erster Annäherung zu den bekannten Newtonschen Gravitationsgesetzen führt, als eine wichtige Bestätigung derselben anzusehen. Wenn man bedenkt, dass Einstein neben der Voraussetzung der Gleichwertigkeit aller möglichen Bezugssysteme eigentlich nur noch eine rein formale

Annahme über die mathematische Natur der Gravitationsgleichung macht, so ist es in hohem Masse bemerkenswert, dass er von so allgemeinen Voraussetzungen ausgehend zu den Newtonschen Gleichungen gelangt. Dazu kommt aber noch, dass die exakte Anwendung der Theorie auf die Planetenbewegung die einzige astronomische Tatsache, der die Newtonsche Gravitationslehre hilflos gegenübersteht, erklärt: die Perihelbewegung des Merkur.

Schon Leverrier fand einen Ueberschuss der beobachteten Perihelbewegung dieses Planeten über die berechnete von ungefähr 40 Sekunden für das Jahrhundert. Die zweite vollständige Bearbeitung der Theorie der grossen Planeten durch Newcomb ergab, dass der Ueberschuss 43 Sekunden im Jahrhundert beträgt<sup>1)</sup>

Zahlreiche Hypothesen hat man aufgestellt, um diesen Widerspruch der Newtonschen Attraktionstheorie mit der Erfahrung zu beseitigen. Aber sie sind alle unbefriedigend, weil sie unbekannte Massen im Sonnensystem heranziehen und noch besondere Annahmen über ihre Verteilung im Raume machen müssen, um ihre Unsichtbarkeit zu erklären<sup>2)</sup>.

Es ist darum ein Erfolg, der, wie Freundlich mit Recht bemerkt, kaum hoch genug angeschlagen werden kann, dass es Einstein gelingt, aus seiner allgemeinen Gravitationstheorie ohne alle weiteren Voraussetzungen die Perihelbewegung des Merkur restlos zu erklären. Allerdings kann man nicht behaupten, dass die Einsteinsche Theorie den einzigen Weg zur Erklärung dieser Erscheinung darstelle. Es stehen dazu, wie E. Wiechert in einer Abhandlung über „Perihelbewegung des Merkur und die allgemeine Mechanik“ bemerkt, noch viele Wege offen. Wiechert selbst bemüht sich, durch verschiedene Aenderungen, die er an der bisherigen Mechanik vornimmt, solche Wege aufzufinden. Er kommt dabei zu folgendem Ergebnis<sup>3)</sup>: Lässt man die schwere und die träge Masse des Planeten in gleicher Weise von seiner Geschwindigkeit abhängen, wie die träge Masse eines Elektrons von seiner Geschwindigkeit abhängt, so ergibt sich keine Perihelbewegung. Lässt man nur die träge Masse von der Geschwindigkeit abhängen, so folgt zwar eine Perihelbewegung, aber ihr Wert ist sechs- bis siebenmal zu klein. Lässt man aber zu der Newton-

<sup>1)</sup> Unter dem Einfluss der Sonne beschreibt der Planet nach der Newtonschen Gravitationstheorie eine Ellipse, deren grosse Achse, die das Perihel mit dem Aphel verbindet, relativ zum Fixsternsystem ruht. Durch den Einfluss der übrigen Planeten kommt eine langsame Drehung der grossen Achse (und damit der ganzen Ellipse) relativ zum Fixsternsystem zustande, die man als Perihelbewegung bezeichnet. Während nun bei den grösseren Planeten die beobachtete Perihelbewegung mit der berechneten übereinstimmt, liefert bei dem Planeten Merkur die Rechnung einen um 43 Sekunden (im Jahrhundert) zu kleinen Wert.

<sup>2)</sup> Eine kritische Besprechung dieser Hypothesen findet sich bei Newcomb, *The Elements of the four inner Planets*, (Washington 1895).

<sup>3)</sup> E. Wiechert, *Perihelbewegung des Merkur und die allgemeine Mechanik*. *Physik. Zeitschrift XVII* (1916) 442 ff.

sehen Attraktionskraft, die der zweiten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist, noch eine weitere hinzukommen, die der dritten Potenz umgekehrt proportional ist, so erhält man, wenn man noch über eine Konstante in passender Weise verfügt, die gewünschte Perihelbewegung. Um diese zunächst recht unwahrscheinlich klingende Hypothese annehmbar zu machen, führt Wiechert den Begriff der „negativen Feldenergie“ ein und nimmt an, dass diese negative Energie gerade so wirke, als ob schwere Masse an dem betreffenden Orte existierte.

Das sind Annahmen, die ad hoc gemacht sind. Sie erklären nur die eine Erscheinung, derentwegen sie aufgestellt sind. Darum kann ihnen nur geringe Wahrscheinlichkeit zugebilligt werden.

Auch die von P. Gerber<sup>1)</sup> gegebene Erklärung der Perihelbewegung des Merkur steht weit hinter der Einsteinschen zurück. Gerber setzt die genaue Geltung des Newtonschen Gesetzes für ruhende Körper hypothetisch voraus und fügt dazu die weitere Hypothese, dass sich die Gravitationsfelder mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum fortpflanzen. Einstein dagegen leitet nicht nur die angenäherte Geltung des Newtonschen Gesetzes, sondern auch den Satz von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitationsfelder aus seiner Relativitätstheorie ab<sup>2)</sup>. Gewiss hat E. Gehrke vollkommen Recht, wenn er sagt<sup>3)</sup>: „Mag man über die Gerbersche Theorie denken, wie man will, jedenfalls geht so viel aus ihr hervor, dass es nicht notwendig ist, relativitätstheoretische Betrachtungen anzustellen, um die Gerbersche Formel für die Perihelbewegung des Merkur abzuleiten“. Man kann mehr oder weniger wahrscheinliche Hypothesen ersinnen, aus denen sich das gewünschte Resultat ergibt. Aber hiermit wird die Tatsache nicht umgestossen, dass die relativitätstheoretischen Betrachtungen Einsteins dadurch, dass sie geradezu zu einer Gravitationstheorie führen, die ohne jede Zusatzhypothese die Perihelbewegung des Merkur erklärt, eine eklatante Bestätigung gefunden haben<sup>4)</sup>.

Die weitere Prüfung der Theorie ist der Zukunft vorbehalten. Es kommen vor allem noch zwei Konsequenzen in Betracht, bei denen

<sup>1)</sup> Die Gerbersche Abhandlung, die im Jahre 1898 in der Zeitschrift für Mathematik und Physik XLIII 93 ff. erschienen ist, hat E. Gehrke in den Annalen der Physik LII (1916) 415 ff. aufs neue abdrucken lassen.

<sup>2)</sup> Einstein, Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation. Sonderabd. der Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akad. d. Wissensch. (Physik.-math. Klasse) XXXII (1916) 692 ff.

<sup>3)</sup> E. Gehrke, Annalen der Physik LI (1916) 14.

<sup>4)</sup> Auf der Tagung der British Association in Newcastle 1916 nahm die Diskussion über die Einsteinsche Theorie einen breiten Raum ein. Cunningham und Eddington sahen in der Erklärung der Merkurbewegung einen durchschlagenden Erfolg der neuen Gravitationstheorie: The result has been to yield a very striking confirmation of the theory. The new theory removes what is probably the most celebrated of the few cases of failure of gravitational astronomy. Naturwissenschaften V (1916) 720.

eine experimentelle Prüfung als möglich erscheint. Aus dem Umstand, dass der zeitliche Ablauf aller Geschehnisse vom Gravitationsfelde abhängt, ergibt sich, dass die schwingenden Gebilde, von denen die Lichtbewegung ausgeht, im Gravitationsfelde der Sonne langsamer schwingen, als in dem der Erde. Es muss darum eine bestimmte Spektrallinie des von der Sonne kommenden Lichtes, z. B. eine Eisenlinie gegen die entsprechende Linie einer irdischen Lichtquelle, verschoben erscheinen. Es folgt weiter aus der Einsteinschen Theorie, dass auch die Lichtgeschwindigkeit vom Gravitationsfelde abhängt. Infolgedessen müssen die Lichtstrahlen bei der Durchquerung eines solchen Feldes eine Krümmung erleiden. Darum müssen die Fixsterne, die bei einer totalen Sonnenfinsternis in der unmittelbaren Nähe des Sonnenrandes sichtbar sind, ein wenig von ihrem wahren Orte verschoben erscheinen. Es ist zu hoffen, dass die nächste totale Sonnenfinsternis hierüber Gewissheit bringen wird.

3. Eine weitere Konsequenz, auf deren Verifizierung allerdings vorläufig nicht zu rechnen ist, bezieht sich auf das Weltall als solches.

Einstein hat eine weitere Probe auf die Leistungsfähigkeit seiner Gravitationstheorie gemacht, indem er mit ihrer Hilfe die Frage nach der räumlichen Struktur des Universums zu lösen versucht<sup>1)</sup>. Rein geometrische Betrachtungen führen hier nicht zum Ziele. Sternreichungen, wie sie zuletzt von Seeliger angestellt<sup>2)</sup>, machen es wahrscheinlich, dass das Milchstrassensystem endlich ist<sup>3)</sup>. Hiermit ist aber die Frage nicht entschieden, ob alle Himmelskörper des Universums zum Milchstrassensystem gehören. Es ist vor allem mit der Möglichkeit zu rechnen, dass die spiralförmigen Nebelflecken, die weder das Spektrum leuchtender Gasmassen zeigen, noch sich durch das Fernrohr in Sternhaufen auflösen lassen, selbständige, dem Milchstrassensystem koordinierte Systeme sind. Es müssten dann diese „echten Sternnebel“ um Millionen von Lichtjahren von unserem Milchstrassensystem abstehen<sup>4)</sup>.

<sup>1)</sup> Ueber den Stand der Frage siehe E. Becher, *Weltgebäude, Weltgesetze, Weltentwicklung* (Berlin 1915).

<sup>2)</sup> Seeliger, *Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne* (München 1898).

<sup>3)</sup> Seine Ausdehnung beträgt nach Seeliger in der Ebene der Milchstrasse ungefähr 1100, in der dazu senkrechten Richtung 500 Siriusentfernungen (eine Siriusentfernung gleich 80 Billionen Kilometer).

<sup>4)</sup> Diese Möglichkeit hat dadurch an Wahrscheinlichkeit gewonnen, dass es dem Strassburger Astronomen C. Wirtz gelungen ist, eine „Trift“ der Sternnebel festzustellen. Indem er die anfangs Mai 1916 vom Königsstuhl-Observatorium von Heidelberg herausgegebenen Positionsbestimmungen von 356 Nebeln mit den vor 40 bis 50 Jahren von H. Schultz in Upsala gegebenen Positionsbestimmungen verglich, fand er eine scheinbare gemeinsame Bewegung dieser Nebel, die darauf schliessen lässt, dass sich das Milchstrassensystem relativ zu den Nebeln nach einem Punkte im Sternbild des Schlangenträgers nahe dem Himmelsäquator bewegt. Es ist dies dieselbe Methode, wonach man die Bewegung des Sonnensystems relativ zum Milchstrassensystem festgestellt

Man hat nun mehrfach versucht, mit Hilfe des Gravitationsgesetzes weiter zu kommen.

Nimmt man an, es lasse sich ein Ort im Universum finden, um den herum das Gravitationsfeld der Materie — im grossen betrachtet — Kugelsymmetrie besitzt, so führt die Newtonsche Theorie zu dem Schlusse, dass entweder die Dichte der Materie mit wachsender Entfernung von jenem Mittelpunkt zu Null herabsinkt, oder das Gravitationspotenzial ins Unendliche wächst. Jedes der beiden Glieder dieser Alternative hat seine eigentümlichen Schwierigkeiten. Das erste Glied führt zur Konsequenz, dass sich nicht nur das von den Himmelskörpern ausgesandte Licht zum Teil ins Unendliche verliert, sondern auch Himmelskörper selbst immer wieder den Weg ins Unendliche antreten, von dem sie niemals zurückkehren. Das zweite Glied erscheint unvereinbar mit der geringen Sterngeschwindigkeit, wie sie die Beobachtung uns zeigt. Einstein führt nun den Nachweis<sup>1)</sup>, dass seine Gravitationstheorie — mit einer geringen Modifikation versehen — die Möglichkeit bietet, diesen Schwierigkeiten zu entgehen. Man müsste dann den Weltraum als sphärischen, in sich geschlossenen Raum betrachten. Das Universum wäre unbegrenzt — man könnte durch geradliniges Fortschreiten niemals zu einem Punkte kommen, wo keine Materie wäre und hätte doch endliches Volumen und endliche Masse. Es ergibt sich noch eine merkwürdige Beziehung zwischen der Gesamtmasse des Universums und der mittleren Verteilungsdichte der Materie. Wäre letztere bekannt, so könnte man daraus die Masse des Universums und das Krümmungsmass des Raumes berechnen.

Von einer Bestätigung oder Widerlegung dieser Ideen seitens der Erfahrung kann wohl in absehbarer Zeit keine Rede sein. Es ist aber immerhin von Interesse, dass die Einsteinsche Gravitationstheorie neue Möglichkeiten zeigt, wie man die hier vorliegenden Schwierigkeiten überwinden kann.

\* \* \*

Aus dem Gesagten folgt, dass für die allgemeine Relativitätstheorie ein sicheres Argument a priori nicht geführt werden kann, dass sie aber durch die Erfahrung in der schlagendsten Weise bestätigt wird. Sie hat also gegenwärtig zum wenigsten den Rang einer sehr wahrscheinlichen Hypothese.

Dass die allgemeine Relativitätstheorie mit der speziellen vom Jahre 1905 nicht im Widerspruche steht, bedarf wohl keines Beweises. Die spezielle gilt nur für Räume, in denen keine Gravitationskräfte wirksam sind, die allgemeine gilt für Räume mit beliebigen

hat. Nur ist hier an die Stelle des Sonnensystems das Milchstrassensystem und an die Stelle des Milchstrassensystems die Gesamtheit der Sternnebel getreten.

<sup>1)</sup> A. Einstein, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften. VI (1917) 142 ff.



Gravitationsfeldern, so dass sich also die spezielle Theorie in der Tat als spezieller Fall der allgemeinen darstellt.

Man kann durch passende Wahl des Bezugssystems jeden beliebigen Teil des Raumes, wenn er nur hinreichend klein genommen wird, zu einem euklidischen machen. Dann gilt für diesen Teil die spezielle Relativitätstheorie, während für den übrigen Raum die allgemeine in Betracht kommt. Es hängt also vom Bezugssystem ab, ob der Raum an einer bestimmten Stelle euklidische oder nicht-euklidische Struktur hat, ob und welche Gravitationspotenziale in ihm bestehen, welches die Grösse und Gestalt der Körper ist, und wie ihre Bewegungen beschaffen sind.

Setzt man nun physikalische Konstanz mit Existenz schlechthin identisch, so ist der Schluss unvermeidlich, dass nicht nur die Gestalt und Grösse der Körper, sondern auch die Struktur des Raumes nur Standpunktsache ist. Dieser extrem empiristischen Auffassung gegenüber halten wir daran fest, dass es eine standpunktsfreie Wirklichkeit geben muss. Eines der Bezugssysteme wird also die wahre Struktur des Raumes, die wahre Gestalt der Körper, den wahren Ablauf der Naturprozesse zeigen, wenn wir auch kein Mittel haben, dieses allein „objektive“ System von den übrigen zu unterscheiden<sup>1)</sup>.

Wenn sich der Fortschritt der Physik vor allem darin zeigt, dass die Gesetze immer umfassender werden und demgemäss die Zahl der selbständigen Theorien mehr und mehr zusammenschumpft, so muss man in der Einsteinschen Lehre einen grossen Fortschritt erblicken<sup>2)</sup>. Durch die spezielle Relativitätstheorie wurde die Kluft zwischen Mechanik und Elektrodynamik überbrückt, durch die allgemeine Relativitätstheorie werden die Gravitationserscheinungen ihrer Ausnahmestellung beraubt; die Massenanziehung verliert den Charakter der Fernkraft, sie wird zu einer Feldkraft, die mit den übrigen Naturkräften im engsten Zusammenhange steht. So ist die Wissenschaft ihrem letzten Ziele, einer alle Erscheinungen umfassenden einheitlichen Theorie bedeutend näher gerückt. Als wichtigste Aufgabe der Zukunft ist die Verschmelzung der Wärmetheorie mit der Mechanik und Elektrodynamik anzusehen, eine Aufgabe, die deshalb so schwierig ist, weil die Gesetze der Wärmestrahlung nur verständlich werden, wenn man nicht nur der Materie selbst, sondern auch den von ihr ausgehenden Wirkungen diskontinuierliche Eigenschaften beilegt, die durch das „elementare Wirkungsquantum“ charakterisiert sind. Die grossen Erfolge, die die Physik in den letzten Jahren erzielt hat, lassen die Hoffnung nicht unberechtigt erscheinen, dass man auch diese Schwierigkeit bald überwinden wird.

<sup>1)</sup> Vgl. darüber unsere Ausführungen in der Abhandlung „Raum und Zeit im Lichte der neuesten physikalischen Theorien“ (Philos. Jahrb. XXX [1917] 16 ff.).

<sup>2)</sup> Vgl. M. Planck, Verhältnis der Theorien zu einander. Kultur der Gegenwart, Physik (Leipzig 1915) 732 f.