Die mathematischen Schriften des Nik. Cusanus.

Von Dr. Joh. Uebinger, Prof. der Philosophie in Posen.

(Fortsetzung.)

Wie bekannt[1]), wird uns 1440 ein weiterer Ausbau der Euklid'schen Geometrie in Aussicht gestellt. Indessen nicht einen solchen brachte die Folgezeit, sondern, streng genommen, etwas ganz Anderes. Dies zeigen allsogleich

II.

Die Verwandlungen 1450.

Unter diesem Titel möchte ich die drei Schriften zusammenstellen, welche höchstwahrscheinlich sammt und sonders dem genannten Jahre angehören. Das Letztere freilich soll nach bisheriger Annahme nicht für die kleine Abhandlung gelten, welche zunächst zu nennen ist, für

1. *De quadratura circuli.*

Dieselbe findet sich nicht in dem so hochwichtigen einstigen Handexemplare des Autors, den heutigen Handschriften E_2 und E_3 zu Cues, infolgedessen auch nicht in der jene Handschriften einfach abdruckenden Incunabel, auch noch nicht in der weit umfassenderen Ausgabe der Werke Paris 1514, sondern erst in dem Drucke Basel 1565.[2]) Der letzte Druck ist in der Hauptsache nur ein Nachdruck des vorhergehenden; für unsere Abhandlung allerdings musste eine andere Vorlage zur Verfügung stehen; und als solche diente der erste Abdruck derselben, welchen gleichzeitig mit anderen Schriften Johannes Schoner aus Karlstadt 1533 zu Nürnberg besorgte.[3]) Irgend welchen

[1]) Vgl. oben S. 317. — [2]) Pag. 1091—1094. — [3]) „Ioannis de Regio monte de triangulis omnimodis libri quinque. . . . Accesserunt huc in calce pleraque D. Nicolai Cusani de quadratura circuli deque recti ac curvi commensuratione itemque Io. de monte Regio eadem de re ἐλεγκτικά hactenus a nemine publicata.“ Die erwähnte „calx“, der Anhang, druckt unsere Abhandlung auf pag. 5—8 ab.

Fingerzeig hinsichtlich der Frage, die uns hier beschäftigt, bietet ebenso wenig dieser erste Druck, wie jener Nachdruck.[1])

Glücklicherweise lässt sich indessen doch wenigstens noch eine Handschrift namhaft machen, welche die mehrfach genannte Abhandlung enthält und zugleich einen ziemlich deutlichen Fingerzeig hinsichtlich deren Abfassungszeit gibt. Es ist dies cod. lat. Monac. 18711 (Teg. 711). Diese einst dem Kloster Tegernsee gehörige Handschrift ist, nach mancherlei Anzeichen zu schliessen, nicht vor 1451 und nicht nach 1453 geschrieben, lässt fol. 242 „de circuli quadratura“ auf den „liber de geometricis transmutationibus“ fol. 234 folgen. Eine solche Zusammenstellung berechtigt nach den Wahrnehmungen, welche sich in anderen Handschriften aus Tegernsee, beispielsweise in dem cod. Teg. 570 (Monac. 18570) und Teg. 621 (Monac. 18621) machen lassen, einigermaassen zu dem Schlusse, dass jene Schriften auch zeitlich zusammengehören.

Durch den angegebenen Handschriftenbefund wird einem demnach die Annahme nahe gelegt, dass jene Abhandlung spätestens bis zum Jahre 1453, vielleicht schon in dem Jahre 1450, in dem nämlichen, wie „de geometricis transmutationibus“, geschrieben ward. Eine weitere Gewähr für die gleiche Annahme dürfte sodann der Eingang der Abhandlung selbst darbieten. Darnach ging deren Abfassung bereits eine Beschäftigung mit der Geometrie voran, aber schon geraume Zeit ist dies her.[2]) Ganz gewiss nun ist „geraume Zeit“ im allgemeinen eine sehr relative Vorstellung, deren Bemessung je nach dem dabei zu Grunde gelegten Maasstabe sehr verschieden, und darum mit dieser blosen Angabe an und für sich wenig anzufangen. Wenn aber, wie es im vorliegenden Falle geschieht, die Behinderungsgründe angegeben werden, und dies tiefsinnigere Forschung und öffentliche Wohlfahrt[3]) sind, dann ist jene „geraume Zeit“ sicherlich nicht nach Tagen, auch nicht nach Monaten, sondern

---

[1]) Anderer Ansicht ist freilich Schanz; er macht S. 6 Anm. 3 nämlich für die Abfassung der Abhandlung im Jahre 1457 unter anderem auch den Umstand geltend, „dass ihr in allen Ausgaben, auch in der genannten Nürnberger, die Stelle unmittelbar vor dem Dialog (wovon später) angewiesen ist.“ Dies ist nicht ganz richtig; dem Dialog geht unmittelbar vielmehr „de sinibus et chordis“ vorher, und dann lässt sich von dem blosen Vorhergehen mit Sicherheit wohl schwerlich auf zeitliches Zusammengehören schliessen. — [2]) Vgl.: „Quamvis iam dudum a studio geometrico nos ... retraxerit utilitas, ...“ l. c. pag. 5. — [3]) Vgl.: „Quamvis ... nos altior speculatio ac publica retraxerit utilitas, ...“ l. c.

nach Jahren zu bemessen. Rückt man nun mit Schanz [1]) die Abhandlung aufwärts in das Jahr 1457, so bleibt, für den Augenblick einmal von deren Existenz in dem cod. lat. Monac. 18711 gänzlich abgesehen, denn doch noch der Umstand zu bedenken, dass in dem nämlichen Jahre ausserdem noch vier weitere Abhandlungen ähnlichen Inhaltes entstanden sein sollen. Gibt man freilich hinzu, was hiermit für einen Augenblick geschehen soll, dass alle vier später entstanden, so wird das hier zunächst geltend gemachte Bedenken hinfällig. Bestehen dagegen bleibt immerhin ein anderes, das sich nicht so leicht beseitigen lässt: dieses nämlich, dass man nicht „geraume Zeit“ in dem hier erforderlichen Sinne, sondern blos ein paar Jahre früher eine grössere mathematische Schrift, „de mathematicis complementis“ 1453 auf 54, ansetzt. Geht man angesichts dessen mit Scharpff [2]) auf die Zeit von 1451 auf 52 zurück, so widerstreitet dem die Thatsache, dass ein einziges, höchstens zwei Jahre vorher „de geometricis transmutationibus“ geschrieben ward. Aber ward denn dieses Buch nicht früher geschrieben? Etwas Derartiges wurde im Obigen weder bejaht noch verneint. Zu einem Bejahen könnte einen allerdings der cod. 18711 verleiten, diese Art zeitlicher Aufeinanderfolge zu verneinen aber gebietet uns ohne Zweifel die in obigem Eingange erwähnte „geraume Zeit“.

Demzufolge wäre die Abhandlung vor dem 12. Juli 1450, dem Tage, an welchem das Buch „de geometricis transmutationibus“ vollendet ward, allem Anscheine nach geschrieben.[3]) Unter dieser Voraussetzung nämlich gewinnen wir zunächst für die bereits „geraume Zeit“ den unbedingt erforderlichen Spielraum. Das ganze Jahrzehnt 1450—1440 rückwärts steht uns jetzt zu deren Ausfüllung ohne jegliches Bedenken zu freiester Verfügung. Jedoch würden wir nicht einmal gut thun, uns mit diesem Zeitraume zu begnügen; denn von einer Beschäftigung mit der Geometrie im Jahre 1440 kann, wie man nach früheren Ausführungen wohl allgemein zugeben wird, im eigentlichen Sinne nicht die Rede sein; die Geometrie nebst der Arithmetik wird vielmehr dortselbst in den Dienst einer „tiefsinnigeren Forschung“ gestellt. Noch zwölf Jahre weiter rückwärts, bis zu dem Jahre 1428, dürfen wir daher gehen. Angesichts dieses Zeitpunktes kann man wirklich von einer Beschäftigung mit der Geometrie im

[1]) A. a. O., S. 6. — [2]) S. 307 Anm. 2. — [3]) Anders Scharpff S. 307 Anm. 2: „Vor das Jahr 1451“ soll nach ihm „die Abfassungszeit unserer Schrift keinenfalls“ zu setzen sein.

engeren Sinne sprechen [1]), und diesen Zeitpunkt höchstwahrscheinlich hatte der Verfasser selbst im Auge, als er jene Worte niederschrieb.

Und während der also festgelegten zweiundzwanzig Lebensjahre zog ihn von der Geometrie nachweislich „tiefsinnigere Forschung und die öffentliche Wohlfahrt“ ab. Bald nach 1428 nämlich sehen wir ihn 1430—32 in die Wirren um die Neubesetzung des Erzbischofsstuhles zu Trier verwickelt, 1432—36 auf dem Concil zu Basel die Wiedergewinnung der Husiten und die allgemeine Einigung in Kirche und Staat betreiben, 1437—38 auf der Gesandtschaftsreise nach Konstantinopel an der Wiedervereinigung des Morgen- und Abendlandes arbeiten, 1439—46 auf den deutschen Reichstagen den hartbedrängten Papst Eugen IV. vertheidigen, zwischendurch 1436 eine gelehrte Abhandlung über die Verbesserung des Kalenders schreiben, Sommer 1437 zu Füssen der Bologneser Juristen sitzen, 1440 zu Cues mit der „tiefsinnigeren Forschung“ beschäftigt und dieselbe in der „docta ignorantia“ nebst den „coniecturis“ darlegen. Dies alles zog ihn begreiflicherweise gar sehr von der Geometrie ab.

Nicht einmal im Augenblicke, spätestens also Juli 1450, ist er für diese völlig frei. Es lasten auf ihm die zahllosen ernsten Sorgen, welche eine apostolische Sendung verursacht.[2]) Es fragt sich, welche hierselbst gemeint sein kann. Wie schon Scharpff [3]), so scheint auch mir die Deutung auf „die apostolische Sendung nach Deutschland“ [4]) am nächsten zu liegen. Nur verbietet uns alsdann das früher Gesagte anzunehmen, als ob der Cardinal jene Sendung augenblicklich schon angetreten habe; dieses geschah nämlich erst am 31. December 1450. Aber kann denn unter diesen Umständen die fragliche Sendung hier überhaupt in Betracht kommen? Ich glaube, trotzdem ganz wohl. Der Anlass zu der Sendung nämlich lag schon um die Mitte des Jahres, zu der Zeit also schon vor, welche wir brauchen. Wir stehen nämlich mitten in einem Jubeljahre. Um des Jubelablasses theilhaftig zu werden, besuchen zahlreiche Pilgerschaaren die ewige Stadt. Damit desselben nun auch diejenigen theilhaft

[1]) Scharpff a. a. O. schreibt: „Es müsste . . unter »studium geometricum« das anhaltende, zusammenhängende Studium in früheren Jahren noch vor Abfassung der philosophischen Schriften zu verstehen sein.“ Das ist gewiss zutreffend und nach Obigem auch thatsächlich der Fall. — [2]) Vgl.: „ . . . inter innumeras seriosas curas, quas habet apostolica legatio, . . .“ l. c. — [3]) A. a. O. [4]) „Apostolica legatio in Germania“ nennt der Autor selbst die fragliche Sendung *De aequalitate,* geschrieben um 1462 und enthalten in den sog. Excitationes lib.1.

werden können, welchen es nicht möglich ist, in Rom zu erscheinen, beschliesst der Papst, in die wichtigsten Länder der Christenheit besondere Gesandte, nach Deutschland den Cardinal von S. Pietro in Vincoli, unseren Cusanus, zu senden. Zwar erfolgte die Ausfertigung der nothwendigen Vollmachten für die Sendung erst am 24. bezw. 29. December, aber nichts hindert uns anzunehmen, der Plan zu der Sendung sei schon um die Mitte des Jahres gefasst worden, und so habe dem Erkorenen um diese Zeit die freilich erst geplante Sendung doch schon „zahlreiche ernste Sorgen“ bereitet.

Unter diese Sorgen aber mischten sich zur Aufheiterung Gespräche mit eifrigen Forschern, darunter bezüglich der Quadratur des Kreises die Versicherung, dass man sie zwar kennen könne und doch nicht kenne.[1])

Soweit bekannt, sei dieser Kenntniss bislang niemand näher als Archimedes gekommen.[2]) Er in erster Linie habe gezeigt, dass einem Kreise das Viereck gleich komme, in welchem die eine Seite dem Halbmesser des Kreises, die andere dem halben Kreisumfange an Länge gleich ist.[3]) Dies allerdings müsse sich so verhalten, wenn man das für gleich zu erachten habe, was nachweislich weder grösser noch kleiner ist.[4]) Dass sich nun aber zwischen dem Halbmesser und der halben Peripherie die mittlere Proportionale leicht bestimmen lasse, zeige Euklid. Und da sie die Seite des gleichwerthigen Quadrates bilde, so brauche man nur zu wissen, welche gerade Linie der Peripherie eines Kreises gleich kommt, und kenne mit eins auch dessen Quadratur.[5]) Dies sei allerdings ein ziemlich zuverlässiges Beweisverfahren.[6]) Nichtsdestoweniger werde Archimedes, indem er glaube, diesen letzten Theil durch die Spirallinie gefunden zu haben, der Wahrheit untreu.[7]) Eine solche Linie nämlich lasse sich nur beschreiben, sofern sich ein Punkt von dem Centrum her auf dem

---

[1]) „Quamvis ... retraxerit utilitas, tamen inter innumeras seriosas curas ... se inter colloquia studiosorum delectabiliter immiscuit de quadratura circuli scibili et non scita assertio“, l. c. — [2]) Vgl.: „Non legimus quemquam propinquius accessisse ad huius notitiam quam Archimedem“, l. c. [3]) „Qui primo quadrangulum circulo aequari ostendit, in quo semidiameter circuli ducta est in mediam periferiam“, l. c. — [4]) „Hoc quidem sic esse necesse est, si hoc censendum est esse aequale, quod nec maius nec minus esse convincitur“, l. c. — [5]) „Quare tale, cum sit latus quadrati aequivalentis, conscito quae linea recta aequetur periferiae circuli, scitur et eius quadratura“, l. c. — [6]) „Et haec est certior ostensio“, l. c. — [7]) „Sed dum per elicam hanc ultimam partem se reperisse crederet Archimedes a vero defecit“, l. c.

Halbmesser (genau) so lange (gleichmässig) fortbewege, als sich der Halbmesser (ebenfalls gleichmässig) zur Beschreibung eines Kreises umdrehe.[1]) Die Beschreibung einer Spirale setze diese Bewegungen voraus, solche demnach, welche sich zu einander genau so verhalten, wie der Halbmesser zur Peripherie.[2]) Sie setze also das als bekannt voraus, was sie suche.[3]) Schneller nämlich lasse sich eine Gerade, welche einer Kreislinie gleich ist, angeben als eine wirkliche Spirale zeichnen.[4])

Wer eigentlich jene Behauptung über die mögliche, aber noch nicht gefundene Quadratur des Kreises aufstellte, und ferner wer diesen historischen Ausweis dazu lieferte, ob unser Autor oder aber sonst einer der bei den Gesprächen Betheiligten, erfahren wir nicht; ebensowenig weiterhin, wer denn ausser jenem die sonst noch daran theilnehmenden „eifrigen Forscher“ waren. Und doch wäre es wünschenswerth, dies zu wissen.

Scharpff denkt dabei an Peurbach, welcher sich um 1451—52 zu Wien, das der Legat März 1451 berührte, aufgehalten habe.[5]) Allerdings berührte der Legat in diesem Monate die österreichische Hauptstadt, aber sein Aufenthalt daselbst war nachweislich sehr kurz bemessen; Anfang März ist er noch in Wiener-Neustadt, Mitte März schon wieder in Salzburg, und der so kurz bemessene Aufenthalt um den 3. März ward, nach den in jenen Tagen erlassenen Rundschreiben zu schliessen, anderweitig höchstwahrscheinlich so vollständig ausgefüllt, dass zu einem rein wissenschaftlichen Gespräche bezeichneter Art wohl kaum ein Augenblick verblieb. Ueberdies darf das hier in Rede stehende aus inneren Gründen, wie wir soeben sahen, gar nicht in den März 1451, sondern muss vielmehr, nahezu ein Jahr früher, in das zweite Vierteljahr 1450 verlegt werden. Endlich ist es mindestens fraglich, ob um jene Zeit, wo der päpstliche Gesandte Wien berührte, Peurbach daselbst weilte. Zwar berichtet Gassendi, der Cardinal von Cues habe diesen auf seiner Gesandtschaftsreise durch Deutschland sehr ausgezeichnet[6]), und dies könnte, wenn es

---

[1]) „Elica enim describi nequit, nisi signum a centro per semidiametrum in tanto tempore moveatur, in quanto semidiameter pro circuli descriptione circumvolvitur“, l. c. — [2]) „Descriptio igitur elicae hos motus supponit, quorum habitudo est ut semidiametri ad circumferentiam“, l. c. — [3]) „Praesupponit igitur id, quod quaerit“, l. c. — [4]) „Citius enim recta dari potest circulari lineae aequalis quam elica vera figurari“, l. c. — [5]) A. a. O., S. 307 Anm. 2. — [6]) „Scilicet ipsum (d. i. Peurbachium) cardinalis (sc. Cusanus) non modo per Germaniam legatus versans plurimi fecit, verum Romae quoque . . .“ Peurbachii vita in der Ausgabe Hagae-Comitum 1655, pag. 338.

richtig sein sollte, nur in Wien geschehen sein; allein auf der anderen Seite lässt derselbe Gassendi zunächst es ganz unbestimmt, wann Peurbach in den fünfziger Jahren nach Wien zurückkam[1]), und lässt auch später die Frage offen, ob es 1451 oder 1452 war, wo ihn Regiomontan in Wien begrüsste[2]); ja, wir brauchen nach dem, was an zuverlässigen Nachrichten vorliegt, vorläufig nur anzunehmen, dass der erstere 1453 nach Wien zurückkehrte.[3]) Sein Zusammentreffen daselbst mit dem päpstlichen Gesandten im März 1451 bleibt darnach sehr zweifelhaft.

Dabei bleibt indessen die andere Nachricht Gassendi's sehr wohl bestehen, wonach Peurbach unter den Männern, welche er am meisten verehrt, und deren ganz besonderes Wohlwollen er erfahren habe, an erster Stelle den Nikolaus Cusanus erwähnte, den Cardinal von S. Pietro in Vincoli, durch allerhand Werke, insbesondere durch das „gelehrte Nichtwissen“ gar sehr berühmt.[4]) Dieser habe ihn zu Rom in sein Haus aufgenommen und mit nicht wenigen Versprechungen zu bewegen gesucht, dass er doch dauernd bei ihm verbleiben möge.[5]) Die letzte, so bestimmt lautende Nachricht bestätigt, wenigstens bis zu einem gewissen Grade, uns nämlich jemand, der in dieser Hinsicht sehr genau Bescheid wusste, nämlich der schon genannte Regiomontan, wenn er in seiner feierlichen Antrittsrede zu Padua kurz erwähnt, dass der so gelehrte Cardinal von S. Pietro in Vincoli gar oft dich (d. i. den Peurbach) seinen Hausgenossen zuzählen wollte.[6]) Da nun der Cardinal die erste Hälfte des Jahres 1450 in Rom verbrachte, Peurbach um jene Zeit Italien besuchte, so darf man ein Zusammentreffen der beiden, vielleicht das allererste, wohl in jene Zeit und an diesen Ort verlegen. Peurbach kann demnach an dem fraglichen Gespräche sehr wohl theilgenommen haben.

Ausser Peurbach aber müssen wir mindestens noch einen Theil-

---

[1]) „Reversus itaque diu non fuit . . .“, pag. 339. — [2]) „ . . . . vix ephebus (d. i. Regiomontanus) adhuc sub annum puta saeculi quinquagesimum primum aut quinquagesimum secundum. Appulsus Viennam salutavit Peurbachium . . .“, pag. 346. — [3]) Vgl. Cantor, Bd. 2. S. 165. — [4]) Vgl.: „ . . . et cum viros commemoraret, quos suspexisset maxime quorumque expertus summam benevolentiam fuisset, censebat in ipsis tum Nicolaum Cusanum, sancti Petri ad vincula cardinalem, operibus variis inscriptisque praesertim De docta ignorantia valde celebrem . . .“, pag. 338. — [5]) „ . . . verum Romae quoque et domo excepit et nullis non votis, ut penes se vellet consistere, optavit“, pag. 338 sq. — [6]) Vgl.: „Omitto, quod doctissimus cardinalis s. Petri ad vincula saepenumero te domesticis suis adnumerare voluit“, l. c. pag. 351.

nehmer ausfindig machen, und dabei dürfte nach bereits früher Gesagtem in erster Linie wohl, zumal wir uns in Italien befinden, an Toscanelli zu erinnern sein. Handelte es sich dann weiter lediglich darum, namhafte Männer gleicher Geistesrichtung zu erwähnen, so wäre vor allem Bianchini in Ferrara zu erwähnen; wollte man noch einen Schritt weiter gehen, so käme man auf den berühmten Bessarion, welcher sich nachweislich für dergleichen Dinge lebhaft interessirte. Doch genug davon, Toscanelli und Peurbach genügen uns hier völlig.

Wahrscheinlich stellte auch einer von diesen und nicht Cusanus die früher schon mitgetheilte Behauptung über die Quadratur des Kreises auf. Der letztere nämlich konnte, wenn anders er seine Ansichten seit 1440 nicht abermals wesentlich geändert, an der möglichen Quadratur kein besonders erhebliches Interesse nehmen. Lag ihm doch vor allem daran, den Unterschied der Figuren zu betonen, das Zusammentreffen begrifflich verschiedener Gebilde gänzlich auszuschliessen, und erklärte er dementsprechend, dass beispielsweise ein eingeschriebenes Vieleck, mag man dessen Winkel auch in's endlose vervielfältigen, doch niemals einem Kreise gleich werde. Darnach könnte leicht einer der Mitunterredner gerade mit Rücksicht auf dergleichen ihnen durch die „docta ignorantia“ und die „coniecturae“ hinlänglich bekannte Ansichten ihres Freundes bezw. Gönners die Rede auf die Quadratur des Kreises durch Archimedes gebracht haben. Dass uns dieser grösste Mathematiker des klassischen Alterthumes hier meines Wissens zum ersten Mal in den Schriften des Cusanus begegnet, dürfte in diesem Zusammenhange zu bemerken nicht ganz gleichgültig erscheinen. Ergebniss der Gespräche aber muss dann dies gewesen sein: Mit der Quadratur des Kreises durch Archimedes hat es vollkommen seine Richtigkeit — bis auf den einen Punkt, wie man eine gerade Linie dem Kreisumfange gleich macht.

Ueber diesen Punkt dachte dann unser Autor noch einmal auf einem Ritte gründlich nach und schrieb bald darauf das Ergebniss davon nieder.[1]) Eine Angabe über die Zeit, welche zwischen jenem Gespräche und diesem neuerlichen Nachdenken verstrich, vermisst man. Wahrscheinlich hat man sich den Sachverhalt also zu denken. Zu Rom fanden in der ersten Hälfte des Jubeljahres die öfters genannten Gespräche statt; um die Mitte des Jahres verliess Cusanus,

[1]) „Quam (sc. assertionem) dum nuper equitando revolveremus, quod attigimus conscripsimus“, l. c. pag. 5.

wie der Papst und die meisten Cardinäle, die mit Menschen aus allen Läudern überfüllte Stadt, hatte auf dem Wege in seine Sommerfrische Zeit und Musse genug, über die Quadratur des Kreises noch einmal nachzudenken, legte dann, in dieser angelangt, nicht lange nachher das Ergebniss in der kleinen Abhandlung nieder; und dies Letztere geschah, wenn nicht alles trügt, zu Rieti in den ersten Julitagen 1450.[1])

In diesen Tagen handelte es sich für ihn anscheinend nur um eine Kleinigkeit. Die Quadratur des Kreises durch Archimedes galt bis auf einen einzigen Punkt für unanfechtbar. Nur müsste noch an die Stelle der Spirallinie zu dem Ende etwas Besseres gesetzt, nur noch ein leichteres Verfahren gefunden werden, eine gerade Linie der Peripherie gleich zu machen.

Ein solches aber finde man thatsächlich, wenn man zunächst einmal beachte, dass Dreieck und Kreis in Hinsicht des Inhaltes die äussersten Plätze einnehmen[2]), dass bei dem Dreiecke sich die Halbmesser der Kreise, des ein- und umgeschriebenen, ganz anders wie bei dem Kreise verhalten, dass bei diesem die Kreise, der ein- und umgeschriebene, zusammentreffen, während sie bei dem Dreiecke so sehr verschieden sind[3]), dass bei letzterem der Halbmesser des umgeschriebenen sehr gross, der des eingeschriebenen sehr klein, und beide verbunden zusammen sehr geringfügig[4]), dass dies ganz anders bei dem Kreise sei, wo beide verbunden zusammen den sehr grossen Durchmesser des Kreises ausmachen.[5]) Deswegen wissen wir, dass in allen mittleren regelmässigen Vielecken von gleichem Umfange sich je nach dem Inhalte in ihnen deren Apothemen der Gleichheit mit dem Halbmesser des Kreises nähern.[6]) Man merke sich also die Grösse, um welche der Kreishalbmesser den Halbmesser des dem

[1]) Angenommen wird hierbei, dass die Abhandlung vor, aber nur kurze Zeit vor den „geometricis transmutationibus" erschien. — [2]) Vgl.: „Nos autem considerantes trigonum et circulum in capacitate extrema loca tenere", l. c. — [3]) „ . . . in trigono semidiametros circulorum et inscripti et circumscripti contrario modo se habere cum semidiametro circuli, in quo circuli inscriptus et circumscriptus coincidunt, qui differunt in trigono maxime", l. c. — [4]) „ . . . esseque ibi semidiametrum circumscripti maximam et inscripti minimam et simul iunctas brevissimas", l. c. — [5]) „ . . . contrario modo in circulo, ubi simul iunctae sunt diameter circuli maxima", l. c. — [6]) „Ob hoc scimus omnes medias polygonias isoperimetras et isopleuras secundum capacitatem in illis ad aequalitatem semidiametri circuli accedere", l. c. Die Fassung dieses lateinischen Satzes ist zum mindesten ungenau; im Obigen ward eine grössere Genauigkeit erstrebt.

Dreiecke einbeschriebenen Kreises überragt[1]), sowie die Grösse, um welche der nämliche Kreishalbmesser kleiner als der Halbmesser des dem Dreiecke umschriebenen Kreises sein dürfte[2]): dann wird sich jedes mittlere Vieleck je nach seinem Inhalte in Rücksicht auf den Ueberschuss des Halbmessers des ihm eingeschriebenen über den Halbmesser des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises und in Rücksicht auf die Minderung des Halbmessers des ihm umschriebenen in Vergleich zu dem Halbmesser des dem Dreiecke umschriebenen Kreises proportional verhalten.[3]) Da sich jene nämlich infolge verschiedenen Inhaltes mannigfaltig gestalten, so kann das Verhalten der Halbmesser nicht von dem ihres Inhaltes verschieden sein.[4]) Somit muss sich stets, wie sich Ueberschuss zu Ueberschuss, so auch Minderung zu Minderung verhalten.[5]) Es werden demnach in allen Vielecken solche Ueberschüsse und Minderungen unter einander in ein und demselben Verhältnisse stehen[6]); ist daher ein einziges gegeben, indem man dieselben an irgend einem bekannten Vielecke kennt, so weiss man deren Verhältniss auch am Kreise.[7]) Nun kommen aber, wie sofort erhellt, Ueberschuss und Minderung am Kreise zusammen verbunden dem Halbmesser des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises gleich.[8]) Würde sich daher, nachdem man dieses Verhältniss gefunden, gemäss demselben der Halbmesser des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises theilen, und der grössere Theil zu eben dem Halbmesser des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises hinzufügen lassen, so erhielte man den Halbmesser des Kreises von gleichem Umfange und somit das Ganze, wonach man sucht.[9])

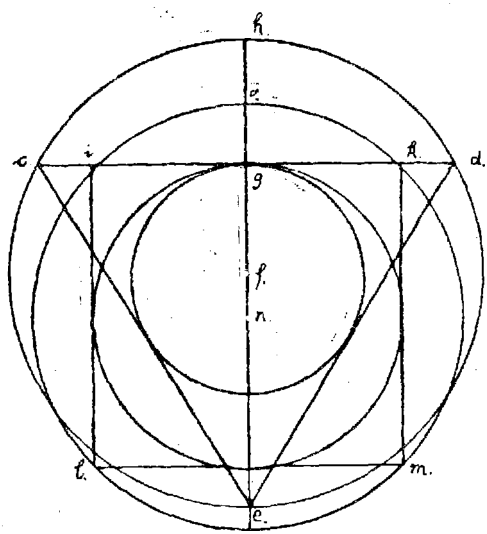
---

[1]) „Si igitur signata fuerit quantitas excessus semidiametri circuli super semidiametrum (gedruckt steht „diametrum") inscripti trigono", l. c. — [2]) „... et quantitas, qua (gedruckt „quo") ipsa semidiameter circuli fuerit minor semidiametro circumscripti trigono", l. c. — [3]) „... tunc omnis polygonia media secundum suam capacitatem in excessu semidiametri sibi inscripti super semidiametrum inscripti trigono et diminutione semidiametri sibi circumscripti a semidiametro circumscripti trigono proportionaliter se habebit", l. c. — [4]) „Nam cum illae (gedruckt „illa") ex diversa capacitate varientur, non potest diversa esse habitudo illorum ab habitudine capacitatum", l. c. — [5]) „Sic semper necesse est, quod sicut se habet excessus ad excessum, etiam sic se habeat diminutio ad diminutionem", l. c. — [6]) „Erunt igitur in omnibus polygoniis excessus et diminutio tales se ad invicem habentes in proportione una", l. c. — [7]) „Quare data una habitudine per illorum scientiam in nota aliqua polygonia tunc scitur et in circulo", l. c. — [8]) „Et quia excessus et diminutio in circulo simul iuncti aequantur semidiametro inscripti trigono, ut de se patet, ...", l. c. — [9]) „... igitur si reperta habitudine divideretur (gedruckt steht „dividentur") secundum

Zugegeben für einen Augenblick, die soeben mitgetheilte Analysis sei in allen ihren Gliedern und Folgerungen richtig, so wäre darnach die Quadratur des Kreises mit dem Radius r gefunden, wenn es gelänge, den Radius ϱ des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises nach dem als gefunden vorausgesetzten Verhältnisse $2\varrho - r$ und $r - \varrho$ zu theilen, $r - \varrho$ zu ϱ hinzuzufügen und so den Radius (r) des Kreises von gleichem Umfange, somit alles Gesuchte zu erlangen. Ohne Zweifel ist darunter am wichtigsten und am schwierigsten, das als gefunden vorausgesetzte Verhältniss der R a d i u s t h e i l u n g wirklich zu finden. Ihr widmet demzufolge der Autor in dem weiteren Verlaufe der kleinen Abhandlung[1]) seine besondere Aufmerksamkeit.

Diesen letzten Theil der Analysis nämlich ist er zunächst bestrebt dem Leser auf folgende Art noch klarer zu machen. Man denke sich (Fig. 1) eine Linie ab in drei gleiche Theile getheilt und daraus das Dreieck cde gebildet, grenze auf der Seite cd gleich weit von deren Endpunkten ein Stück ik ab, welches gleich einem Viertel ab, errichte über ik das Quadrat $iklm$, beschreibe in und um diese Figuren Kreise, der Halbmesser des dem Dreiecke einbeschriebenen sei fg, des umgeschriebenen fh, der Halbmesser des dem Viereck eingeschriebenen ng und der des umbeschriebenen Kreises no. — Man zeichne alsdann für sich gesondert die Linie fh, setze in deren Mitte g, ziehe von den Punkten f, g, h Linien, beliebig lang, senkrecht und parallel, mache auf der von f aus gezogenen Linie fn gleich fg, ziehe von n zu fh eine Parallele, welche die Gerade von g aus in a^1 und die

Figur 1.



eam semidiameter inscripti trigono et maior portio adderetur ad ipsam semidiametrum circuli inscripti trigono, haberetur semidiameter circuli isoperimetri et ita omne quaesitum", l. c.

[1]) Pag. 6—8.

von h aus in t schneide, bezeichne auf dieser Parallele den Halbmesser des irgend einem Vielecke von gleichem Umfange einbeschriebenen Kreises, etwa den des zum Vierecke gehörigen, welcher np, und ebenso den des umgeschriebenen, welcher no sei [1]), ziehe von g durch p in's unbestimmte, ähnlich von h durch o eine gerade Linie und setze, wo die zwei zusammentreffen, den Punkt q, ziehe durch q eine Parallele zu fh, welche die verlängerten Linien ht in s, fn in r und ga^1 in b^1 schneide. Alsdann kann man behaupten, rq sei der Halbmesser des gesuchten Kreises, dessen Peripherie der Geraden ab gleich ist.

Dass diese Behauptung nun auch wirklich das Richtige treffe, sucht er alsdann auf mehrfache Art, direct und auch indirect, zu erweisen, hält persönlich den Nachweis für erbracht und leicht fasslich.[2]) Allein genau besehen, wird keineswegs ein überzeugender Beweis geliefert, noch auch ein Verfahren, das auf irgend welche Genauigkeit Anspruch zu erheben berechtigt wäre, angegeben; höchstens gewinnen wir eine ungefähr richtige Vorstellung von den fraglichen Verhältnissen.

Das Ergebniss der Abhandlung wird ihn selbst daher nur wenig befriedigt haben. Ausserdem musste er sich sagen, dass die Quadratur des Kreises doch nicht die einzige, sondern nur eine von den vielen Aufgaben ist, wo es sich um Verwandlung geometrischer Figuren handelt. Um daher nachzuholen, was er hier noch nicht geleistet, liess er alsbald, wie ich glaube, eine andere grössere Schrift folgen, nämlich

2. *De geometricis transmutationibus.*

Ebensowenig wie die zuvor besprochene Abhandlung findet sich auch diese grössere Schrift in den Cueser Handschriften E_2 bezw. E_3, fehlt infolgedessen auch in der Incunabel, findet sich dagegen, während dies für „die Quadratur des Kreises“ nicht gilt, schon in der Pariser Ausgabe, selbstverständlich schliesslich auch in dem Baseler Druck. Mit Rücksicht auf jenen ersten Abdruck fühlt sich dessen Herausgeber, Jacob Faber aus Etaples, seinem sehr gelehrten Freunde Jacob Faber aus Deventer, der ihm die Schrift schenkte, zu besonderem Danke verpflichtet.[3]) Abgesehen von diesen beiden Drucken, ist uns

[1]) „... signetur semidiameter inscripti alicuius (lies „alicui“) polygoniae isoperimetrae, puta tetragonae, quae sit np, et semidiameter circumscripti, quae sit no ...“, l. c. — [2]) Vgl.: „Multipliciter probatur et faciliter“, pag. 6. — [3]) „..., de geometricis transmutationibus, ...: hos tres dono accepi a Jacobo Fabro Daventriensi, viro amico et doctissimo“ Praefatio fol. $aa\,3^b$.

das Werk noch durch wenigstens drei Handschriften überliefert: cod. lat. Monoc. 14908 (Em. r 7) fol. 407, cod. 14213 (Em. C. 32) fol. 96ᵃ und cod. 18711 (Teg. 711) fol. 234.

Nach den beiden zuletzt erwähnten Handschriften ward das Werk zu Rieti am 12. Juli 1450 vollendet.[1])

Gleich eine Stelle im Eingang desselben setzt ziemlich deutlich, wie mir scheint, die Existenz der „Quadratur des Kreises“ voraus. Es heisst daselbst nämlich: „Wie bereits vordem bemerkt ward, entspricht der Unterschied des Inhaltes der Figuren gleichen Umfanges dem Unterschiede der eben denselben eingeschriebenen Kreise.“ [2]) Weil eine solche Aeusserung vorher nicht in der nämlichen Schrift gethan ist, so kann sich jener Hinweis auch nicht auf diese, sondern muss sich auf eine andere und wird sich höchstwahrscheinlich auf keine andere als auf die „Quadratur des Kreises“ beziehen. Man erinnere sich nur an die Stellen, welche aus dieser oben [3]) ausgehoben wurden, beachte weiterhin, was in den „geometrischen Verwandlungen“ unmittelbar folgt: „Die Halbmesser des ein- und des umgeschriebenen Kreises sind einander bei einem Dreiecke am meisten, bei den anderen Figuren sodann stufenweise immer weniger ungleich; bei dem Kreise von gleichem Umfange aber treffen beide zusammen, hier nämlich treffen der eingeschriebene, der umgeschriebene Kreis und die Peripherie jenes zusammen“, sämmtlich Sätze, welche für uns nichts Neues enthalten, sondern aus der „Quadratur“ bereits bekannt sind. Angesichts derselben wird man jeden Zweifel an dem nahen sachlichen Zusammenhang zwischen den beiden Schriften wohl aufgeben dürfen. Steht eine derartige Beziehung aber einmal ausser Zweifel, dann wird auch noch ein anderer Hinweis ebenfalls auf die „Quadratur“ zu deuten sein. Anderswo, so lautet derselbe, werde gelehrt, ein Zusammentreffen der äussersten Gegensätze sei in dem Grössten der Fall, und dies Grösste der Kreis.[4]) Da hier vom Zusammentreffen der Gegensätze die Rede ist, so denkt man unwillkürlich zunächst an „das gelehrte Nichtwissen“, muss sich

[1]) „In civitate Reatina 1450 die 12. Iulii Nicolaus de Cusa, cardinalis scti Petri ad vincula, complevi“, heisst es cod. 18711 fol. 249ᵇ; dem fügt cod. 14213 fol. 104ᵇ noch bei: „hunc tractatum de transmutationibus geometricis.“ — [2]) „Quia vero differentia capacitatis isoperimetrarum figurarum correspondet differentiae circulorum infra scriptorum eisdem, ut iam ante hoc notatum est, . . .“ De geometricis transmutationibus in der Pariser Ausgabe fol. 33ᵇ. — [3]) S. 411 Anm. 6 ff. — [4]) „Quae (sc. coincidentia extremorum) cum in maximo sit, ut alibi traditur, et maximum sit circulus, qui ignoratur, . . .“ fol. 33ᵇ.

freilich zugleich sagen, dass hierselbst dem Kreise nicht die Ausnahmestellung eingeräumt wird, welche er nach jenem Verweise besitzen soll; denn nach dem „gelehrten Nichtwissen“ findet ein Zusammentreffen der Gegensätze, wie bekannt[1]), bei der unendlichen Linie, dem unendlichen Dreiecke und der unendlichen Kugel ebenso sehr statt, wie bei dem unendlichen Kreise. Wohlgemerkt, der fragliche Kreis muss hier unbedingt unendlich sein. Die Haupteigenschaft scheint darnach vorhin aus Versehen unerwähnt geblieben sein; indessen doch wohl nur scheinbar, das vermuthete Versehen dürfte man vielleicht zutreffender als bewusste Absicht zu deuten, den umstrittenen Hinweis gar nicht auf „das gelehrte Nichtwissen“, sondern eben auf „die Quadratur des Kreises“ zu beziehen haben; denn eben nach dieser bilden bekanntlich[2]) der ein- und umgeschriebene Kreis bei einem Dreiecke äusserste Gegensätze und treffen bei einem jeden endlichen oder eigentlich mathematischen Kreise mit diesem und somit auch unter sich zusammen.

Endlich verdient hier noch eine dritte Stelle des in Rede stehenden Einganges, die da besagt, was unter gewissen, dem Griechischen entnommenen Ausdrücken zu verstehen sei, eine besondere Hervorhebung. Die fraglichen Ausdrücke: „polygonia“, „isoperimeter“, „isopleurus“ kommen, wie bekannt[3]), schon in der „Quadratur“ vor, aber ohne dass sie näher erklärt werden. Wie eine nachträgliche nähere Erklärung liest es sich daher, wenn es nun jetzt heisst: Figuren mit vielen Winkeln nennt man „polygoniae“, solche mit Seiten, welche unter einander gleich sind, „isopleurae“, solche endlich, welche Seiten von ein und derselben Längenausdehnung und somit ein und denselben Umfang besitzen, „isoperimetrae.“[4]) Von einer nachträglichen Erklärung freilich kann nur dann die Rede sein, wenn die „Quadratur“, wie hier angenommen ist, und nicht „die Verwandlungen“ voraufgehen. Hält man dem entgegen, dass Erklärungen für gewöhnlich vorangestellt werden, so gebe ich dies ohne weiteres zu; folgert man hieraus aber weiterhin, dass also anzunehmen, „die Verwandlungen“ gehen vorauf, und „die Quadratur“ folgt nach, so gebe ich zu bedenken, dass bei einer solchen Annahme die oben erwähnten, nicht undeutlichen Hinweise in „den Verwandlungen“ auf eine bereits früher

---

[1]) Vgl. ob. S. 315 Anm. 1. — [2]) Vgl. S. 412 Anm. 5. — [3]) Vgl. S. 412 Anm. 9. — [4]) Vgl.: „Omnium autem figurarum multorum angulorum, quae polygoniae, et aequilaterarum, quae isopleurae, et eiusdem longitudinis laterum, quae eandem habentes peripheriam isoperimetrae dicuntur, . . .“ l. c.

verfasste Schrift sich gar nicht, wenigstens nicht ungezwungen erklären lassen. Wohl weiss ich, dass man anderwärts eine ganz anders geartete Beziehung in der „Quadratur“ findet. Darnach würde sich auf sie nicht, wie hier geltend gemacht wird, eine spätere Schrift zurückbeziehen, sondern sie selber sich inhaltlich mit einer früheren, den „mathematischen Ergänzungen“ nämlich, wovon später, berühren und wahrscheinlich ein Auszug daraus sein.[1]) Allein der für diese Behauptung unbedingt erforderliche Nachweis wird nicht versucht, und eine Bestätigung derselben fand ich selber nicht. Gewiss berühren sich die beiden zuletzt genannten Schriften inhaltlich insofern, als in beiden von der Quadratur des Kreises die Rede ist; aber dies ist nicht blos in den beiden, sondern, wie Schanz[2]) gelegentlich gegen Scharpff ganz richtig bemerkt, in allen der Fall. Genauere sachliche Berührungspunkte müssen daher, um auf sie bauen zu können, nachweisbar sein, Berührungspunkte etwa, wie die zuvor thatsächlich nachgewiesenen. Diese setzen in der That die Existenz der „Quadratur“ voraus, bestätigen hierdurch mittelbar das früher aus dieser Abhandlung selbst[3]) gewonnene Ergebniss.

Noch eins bleibt in diesem Zusammenhange beachtenswerth, die Widmung. Wie zutreffenden Ortes[4]) bemerkt ward, gehörte zu den eifrigen Forschern, mit welchen sich unser Autor über die Quadratur des Kreises gelegentlich unterhielt, unter anderen höchstwahrscheinlich auch Toscanelli. Und gerade diesem, dem Theilnehmer also an jenen Gesprächen, dem die infolge derselben geschriebene „Quadratur des Kreises“ sicherlich zuging, dem ebenso sicher das gänzlich Unzulängliche der hierselbst versuchten Lösung des so schwierigen Problems nicht entging, der den Verfasser derselben wahrscheinlich auf diesen Mangel aufmerksam machte, gerade ihm sind „die geometrischen Verwandlungen“ gewidmet.[5])

Die fragliche Widmung verdient in mehr als einer Beziehung unsere eingehende Beachtung. Zunächst berührt einen die Art und Weise wohlthuend, wie unser Autor über seine

[1]) Schanz S. 6 Anm. 3. — [2]) A. a. O., S. 6 Anm. 7. — [3]) Vgl. oben S. 404 Anm. 2. — [4]) Oben S. 410. — [5]) „Nicolai de Cusa card. ad Paulum magistri Dominici physicum Florentinum, optimum atque doctissimum virum, de geometricis transmutationibus libellus“, lautet fol. 33a die Aufschrift. Statt „magistri“ will Scharpff S. 298 Anm. 2 „magisterii“ lesen, ein Vorschlag, der deshalb nicht anzunehmen ist, weil die Lesart „magistri“ einen sehr guten Sinn gibt; vgl. alles Nähere darüber oben S. 304.

Vorgänger urtheilt. Darnach waren die hochbegabten Alten in geschäftigem Forschen allerdings bemüht, sich selbst und die Nachkommen mit vielen Dingen bekannt zu machen, welche bis dahin verborgen geblieben waren, und erzielten thatsächlich in den meisten Wissenschaften brauchbare Ergebnisse.[1]) Indessen nicht ganz erreichten sie das erstrebte Ziel in beliebigen höheren Erkenntnissgebieten.[2]) Dies ordnete zum voraus die gütige Vorsehung des All so an, damit in uns jenes göttliche Erkenntnissvermögen nicht erlahme, sondern sich durch eine um so nachhaltigere Verwunderung eben zu den Gegenständen hingetrieben fühle, welche verborgen und doch zu wissen möglich sind.[3]) Unter den Problemen aber, welche denen, die sich mit geometrischen Forschungen plagen, bis auf diese Stunde hinderlich im Wege standen, verblieb eines für alle, deren geistige Leistungen die zu unserer Kenntniss gelangten Schriften recht sorgfältig aufbewahren, ungelöst und unerkannt[4]), nämlich das Verfahren, wie man die Gleichheit des Geraden und Krummen oder deren wechselseitiges Verwandeln feststellt.[5]) Infolgedessen glaubten nicht wenige, nein vielmehr fast alle, die sich mit der Forschung darnach abgegeben, nach unermesslichen vergeblichen Bemühungen, dass der Weg, befriedigende Kenntnisse von diesem Gegenstande zu erwerben, uns benommen sei.[6]) Dies bringe so die Unmöglichkeit der Aufgabe und deren natürliche Beschaffenheit mit sich, welche eben dem Zusammentreffen eines so grossen Gegensatzes, wie er zwischen Gerade und Krumm thatsächlich existirt, widerstrebe.[7])

Dieser Ansicht war, wie bekannt[8]), Cusanus zehn Jahre früher selbst; seitdem hat er dieselbe geändert. Nach seiner nunmehrigen

---

[1]) „Etsi veteres magno ingenio praediti sedula indagatione conati sunt multa tunc abscondita sibi et posteris nota facere perfeceruntque utiliter in plerisque maximis atque optimis artibus, non tamen . . .“ fol. 33a. — [2]) „ . . . non tamen omne desideratum in quibusque altioribus theoriis attigerunt“, l. c. — [3]) „ . . . praeordinante hoc universorum optimo provisore, ut in nobis vis illa divina intelligentiae non torpeat, sed admiratione vehementiori ad ipsa latentia et scitu possibilia feratur“, l. c. — [4]) Inter ea autem, quae geometricis speculationibus insudantibus hucusque impedimento fuere, unum omnibus, quorum vires ingenii libri qui ad nostram notitiam deducti sunt curiosius observant, incognitum remansit“, l. c. — [5]) „ . . de recti scilicet atque curvi aequalitate aut invicem mutatione statuenda“, l. c. — [6]) „ . . . ita ut non paucis, immo pene omnibus huic inquisitioni deditis post immensos labores visum sit viam ad huiusce rei notitiam acquirendam a nobis sublatam“, l. c. — [7]) „ . . . hoc rei impossibilitate agente et natura ipsam tantae oppositionis coincidentiam repellente“, l. c. — [8]) Vgl. oben S. 307 Anm 6 und S. 308 Anm. 4.

Ansicht nämlich liegt die Schwierigkeit der Aufgabe nicht an jenem Widerstreben, sondern vielmehr an kleinmüthigem Zufassen und nachlassender Umsicht derer, welche nicht mit höchster Geistesschärfe, wie es das Dunkele der Aufgabe eigentlich fordert, unermüdlich thätig waren.[1]) Sobald ihm daher im Juli 1450 zu Rieti ein bisschen Musse gegönnt war, wandte er seine Aufmerksamkeit einem neuen Verfahren zu, um so endlich einmal zu der fraglichen Lösung zu gelangen[2]), und arbeitete an demselben mit hinlänglicher Umsicht um höherer Zwecke willen so lange herum, bis er für seine sämmtlichen Nachforschungen in der weiter unten noch näher zu besprechenden Formel eine leicht fassliche Zergliederung erzielte.[3]) Angesichts eines so weitreichenden und bisher nicht gekannten Verfahrens aber, von welchem nicht blos die vollendete Befähigung abhängt, in der Geometrie Figuren zu verwandeln, sondern auch die Anleitung sogar versinnbildet wird, wie man zu höheren Dingen emporsteigt, glaubte er, sich nicht auf das Dunkele und Winzige seines bisschen Geistes verlassen zu dürfen[4]), und beschloss daher, zu einem sehr erfahrenen Gutachter und Eiferer für die Wahrheit seine Zuflucht zu nehmen und einem schon seit langem durchaus bewährten Freunde seine Entdeckung zu dem Ende auseinander zu setzen, damit sie auf der Waage des so billig denkenden Richters gewogen werde.[5]) „Wirf also, theuerster Freund, auch wenn du mit höheren Dingen beschäftigt bist, die nachfolgenden Zeilen nicht als unreif und unverarbeitet beiseite[6]); sie nachzusehen ist nämlich eine Kleinigkeit, sie zu verstehen aber die grösste Leichtigkeit.[7]) Je enger das Freundschafts-

---

[1]) Vgl.: „Ego vero huius rei difficultatem in parvitate apprehensionis et intermissione diligentiae non summo acumine vigilantium, ut obscuritas negotii deposcit, potius existimans . . .“, l. c. — [2]) „. . . dato qualicunque otio ad artem novam, qua ad quaesitum pertingerem, me contuli“, l. c. — [3]) Vgl.: „. . . ei diligenter satis ob altiores fines insudando, quousque cunctarum meditationum mearum subscripta formula facilem resolutionem efficerem“, l. c. — [4]) „Quoniam autem in tanta et hactenus ignota arte, a qua non tantum perfectio geometricae transmutationis dependet, sed et etiam introductio ad altiora ascendendi figuratur, non erat in obscuritate et parvitate ingenioli mei confidendum, . . .“ l. c. — [5]) „. . . recte statui ad arbitrum peritissimum atque veritatis zelatorem confugere et iam dudum probatissimo amico inventionem pandere, ut in statera aequissimi iudicis aestimetur“, l. c. — [6]) „Noli igitur, amice dilectissime, ista, etiamsi in maioribus versaris, quasi cruda indigestaque abiicere“, l. c.; vgl. oben S. 304 Anm. 1. — [7]) „Lectu enim parva, intellectu vero facillima sunt“; eine kleine Freiheit in der oben stehenden Uebertragung ermöglicht das offenbar mit Absicht gewählte Wortspiel auch im Deutschen.

band und je herzlicher das Wohlwollen ist, mit dem du mich seit jungen Jahren umfasst hältst, desto sorgfältiger nimm augenblicklich auf das Feilen Bedacht und lass das Ganze nicht in andere Hände gelangen, ohne es verbessert zu haben." [1]) In der That eine gedankenreiche und ansprechende Widmung! Wie zuvor das von hoher Achtung früherer Leistungen eingegebene Urtheil über die Vorgänger, so thut einem hier die Bescheidenheit wohl, mit welcher er sich und sein neu entdecktes Verfahren einführt. Und worin besteht dasselbe?

Schier zahllose Versuche, zu dem geplanten Verfahren zu gelangen, waren, jedoch stets vergeblich, gemacht [2]), da dachte er auf einmal an das Princip zurück, dessen er sich in den Büchern „über das gelehrte Nichtwissen" bedient, und der Weg stand ihm offen.[3]) Jenes Princip kennen wir bereits von früher; es ist das Zusammentreffen der Gegensätze, genau dasselbe also, was er 1440 so ängstlich von dem Gebiete der Mathematik fern gehalten und nur in dem darüber hinausliegenden Gebiete der Vernunftforschung über göttliche Dinge angewandt wissen wollte. Jetzt (1450) gestattet er demselben auch den Eingang in das Gebiet des Verstandes, in die Mathematik, damit es ihm den Weg zu dem geplanten Verfahren bahne. Das letztere nämlich verlangt über diejenigen Kenntnisse hinaus, welche man uns in der Geometrie bereits lehrt, die Verwandlung des Krummen in Gerades und des Geraden in Krummes.[4]) Da nun aber zwischen diesen ein rationales Verhältniss nicht besteht, so muss in einer Art von Zusammentreffen der äussersten Glieder dies Geheimniss stecken.[5]) Dass dem in dem Grössten wirklich so ist, steht anderswo, nämlich in der „Quadratur des Kreises" [6]), aufgezeichnet, und dies Grösste ist der Kreis.[7]) Indessen ihn kennt man

[1]) „Sed quanto me ... strictiori amicitiae nodo atque cordiali quodam amplexu indesinenter constrinxisti (vgl. oben S. 304 Anm. 2), tanto nunc accuratius emendationi animum adhibe et in communionem aliorum nisi correctum prodire non sinas", l. c. — [2]) Vgl.: „Post innumeros pene modos, quibus semper tamen deficiens ad institutam artem pervenire contendi, ..." l. c. — [3]) „... tandem ad principium, quo in libris de docta ignorantia usus sum, respiciens (lies „respicienti") via mihi (d. i. dem „respiciens") patefacta exstitit", l. c. — [4]) „Exigit .. ars quam inquiro praeter ea iam tradita in geometricis versionem curvi in rectum ac recti in curvum" fol. 33b. — [5]) „Inter quae cum nulla rationalis proportio cadat, oportet in quadam coincidentia extremorum hoc latere secretum", l. c. — [6]) Vgl. oben S. 415, Anm. 4. — [7]) „Quae cum in maximo sit, ut alibi traditur, et maximum sit circulus, ...", l. c.

nicht, und darum wird jetzt hier gezeigt, man müsse nach dem Zusammentreffen bei dem Kleinsten, welches das Dreieck ist, forschen.[1])

Darnach ist trotz des Zurückgehens auf das Verfahren, welches „das gelehrte Nichtwissen“ einschlägt, doch keineswegs eine volle Uebereinstimmung, sondern nur eine gewisse Annäherung geplant. Das methodische Princip dort im Jahre 1440 soll jetzt zwar auch im Gebiete der Mathematik zur Geltung kommen, aber innerhalb desselben nicht an dem nämlichen Gegenstande, nicht, wie in dem „gelehrten Nichtwissen“, an unendlichen Grössen, sondern nur an endlichen und innerhalb dieses Bereiches auch nicht mehr, wie in der „Quadratur“, an dem Kreise, sondern an dem Dreiecke, d. h. nicht an der grössten, sondern an der kleinsten geometrischen Figur. Unter allen Figuren mit vielen Winkeln, gleichlangen Seiten und der nämlichen Länge der Seiten d. i. mit ein und demselben Umfange, kürzer: unter allen regulären Figuren von gleichem Umfange besitzt nämlich offenbar das Dreieck den kleinsten Inhalt[2]) und der Kreis den grössten, da bei gleichem Umfange eine Figur um so reicher an Inhalt, je mehr Winkel sie haben wird.[3]) Darnach sind jene beiden Superlative durchaus nicht, wie man bisher annahm[4]), in absolutem, sondern lediglich in relativem Sinne zu verstehen: am grössten bezw. am kleinsten bei gleichem Umfange. Die geometrische Forschung bleibt demnach, was andererseits wiederum wohl zu beachten ist, im Jahre 1450 ebenso wie 1440 auf das Gebiet des Endlichen beschränkt. Sogar daran wird 1450 neuerdings erinnert[5]), dass man zu der inhaltreichsten Figur, zu dem Kreise nicht durch Verdoppeln der Winkel gelange, ebensowenig wie bei einer Zahl zu dem schlechthin Grössten.[6]) Kein Vieleck könne daher zu dem Kreise

---

[1]) „. . . qui ignoratur: in minimo, qui est triangulus, inquiri ipsam deberi ibi (im Gegensatze zu dem gerade vorhergehenden „alibi“) ostenditur“, l. c. „Da diese Coincidenz im (absolut) Grössten liegt, wie anderswo gezeigt ist, und das Grösste der Kreis ist, den man nicht kennt, so ergibt sich, dass dieselbe im Kleinsten, dem Dreiecke, zu suchen ist“, übersetzt Scharpff S. 300 die hochwichtige Stelle, aber schwerlich richtig. — [2]) „Omnium autem figurarum multorum angulorum . . et aequilaterarum . . . et eiusdem longitudinis laterum (vgl. oben S. 416, Anm. 4) triangularem minimae capacitatis esse constat“, l. c. — [3]) „Et cum tanto quaelibet isoperimetra sit capacior, quanto plures angulos habuerit, erit circulus isoperimetrarum figurarum omnium capacissima“, l. c. — [4]) Schanz I,8 Anm. 3. „Seinem Begriffe nach ist das Grösste das Unendliche.“ — [5]) Vgl. oben S. 311, Anm. 1. — [6]) „Ad quam (sc. isoperimetram

von gleichem Umfange in einem rationalen Verhältnisse stehen.[1]) Trotzdem soll nun doch, im Unterschiede zu dem 1440er Standpunkte, nach dem Verfahren geforscht werden, wodurch wir zu einem Zusammentreffen der Gegensätze und so zu dem vorgesetzten Ziel zu gelangen vermögen.[2])

Augenscheinlich aber gehört zu der Grundlage des gesuchten Verfahrens, dass man 1. zu einer gegebenen Gerade eine ihr gleiche Kurve[3]), 2. nach dem Verhältnisse einer Kurve zu einer Kurve eine Gerade zu einer Geraden angebe[4]), 3. dass man zwischen zwei geraden Linien die zwei stetigen Proportionalen zeichne[5]) und 4. nach dem Verhältnisse zweier gegebenen Linien zu einer dritten gegebenen die vierte anzugeben wisse.[6]) Das erste Problem habe man bis dahin nicht durchschaut, das zweite nicht weiter beachtet, das dritte vereinzelt und dunkel berührt, und das vierte, klar von vielen entwickelt, sei eben in jenen enthalten.[7]) Die hierzu nothwendigen näheren Erläuterungen versucht der Autor alsdann in musterhaften Subsumtionsschlüssen zu geben.[8])

(Fortsetzung folgt.)

---

capacissimam) per angulorum multiplicationem deveniri nequit, sicut nec in numero ad maximum", l. c.; ein „numerum" zu dem „maximum" zu ergänzen liegt zwar näher, ein „simpliciter" aber dürfte zutreffender sein; vgl. den Grundsatz: „Ubi est reperire excedens et excessum, non deveniri ad maximum simpliciter", De docta ignorantia I,3.

[1]) „Nulla igitur polygonia ad circularem isoperimetram proportionem rationalém habere potest", fol. 33b. — [2]) „Inquirendum . ., qua arte ad coincidentiam ipsam atque propositum pertingere valeamus", l. c. — [3]) „Videtur autem ad artis quaesitae sufficientiam pertinere primum, ut datae rectae detur aequalis curva", l. c. — [4]) „. . . secundo ut secundum habitudinem curvae ad curvam detur recta ad rectam", l. c. — [5]) „. . . tertio ut inter duas lineas rectas duae proportionales continuae assignentur", l. c. — [6]) „. . . quarto ut secundum habitudinem duarum datarum sciatur ad tertiam datam dari quarta", l. c. — [7]) „Primum hactenus ignotum, secundum non consideratum, tertium a paucis et obscure tactum, quartum clare a multis explicatum complicatur in his istis", l. c. — [8]) „Quae circa haec necessaria sunt, in exemplaribus subsumptionibus ostendere conabor", l. c.