Die mathematischen Schriften des Nik. Cusanus.

Von Prof. Dr. Joh. Uebinger in Posen.

(Fortsetzung.)[1])

III.

Die Ergänzungen.

Ebenso wie die vorige, wird auch die jetzige Nummer eine Anzahl Schriften vereinigen, welche zeitlich und sachlich in ziemlich naher Beziehung stehen. Den Reigen eröffnet aber dieses Mal die Hauptschrift

1. *De mathematicis complementis.*

Den Anstoss zu „den mathematischen Ergänzungen" gab kein Geringerer als der Freund auf dem päpstlichen Throne, Nikolaus V. † 1455. Dieser hohe Gönner der Wissenschaften nämlich sorgte, wie ihm „die Ergänzungen" nachrühmen[2]), auf's hochherzigste dafür, dass die Schriften sowohl der Griechen wie der Lateiner, welche man auftreiben konnte, zur allgemeinen Kenntniss gelangten; so entgingen ihm auch die geometrischen Schriften, welche die Vorfahren allerdings in hohen Ehren hielten, nicht.[3]) Beispielsweise liess er durch Johannes von Cremona die Werke des Archimedes übersetzen[4]) und etwa Mitte 1453 an seinen Freund in Tyrol schicken.[5]) Auf diesen aber machten dieselben einen gewaltigen Eindruck und erschienen ihm so wunderbar, dass er trotz des Oberhirtenamtes nicht umhin konnte, mit grossem

[1]) Vgl. 8. Bd. S. 301 ff. u. 403 ff., 9. Bd. S. 54 ff. — [2]) Das Gleiche thut Philelphus in einem Brief an den Papst Calixtus III. bei Raynald, Ann. 1455 n. 15. — [3]) Vgl.: „. . . ita ut etiam geometrica non neglexeris, quae sane omni honore digna a maioribus nostris habita fuerunt", De math. compl. fol. 59a. — [4]) Regiomontanus, Oratio introductoria in omnes scientias mathematicas, bei Cantor II, 238. — [5]) Vgl.: „Tradidisti enim mihi proximis diebus magni Archimedis geometrica graece tibi praesentata et tuo studio in latinum conversa", De math. compl. l. c. Die obige Deutung der unbestimmten Zeitangabe „proximis diebus" hier wird später ihre Rechtfertigung erhalten.

Fleisse dabei zu verweilen.[1]) Hieraus ergab sich, dass er auf Grund seines eifrigen Studiums jenen eine Ergänzung hinzufügte.[2])

Diese Ergänzung beschloss er Sr. Heiligkeit zu widmen.[3]) Einzig den Papst nämlich hält er für die geeignete Persönlichkeit, dass durch sie Dinge, welche dem Menschengeschlechte bisheran unbekannt geblieben sind, nunmehr allen offenbar werden.[4]) Nicht nur die Kenntnisse, welche sich stets auf die gesuchte Quadratur des Kreises zu beziehen pflegten, sondern auch solche, welche trotz aller Vollendung der Mathematik eine Ergänzung derselben liefern, dürften sich daraus nach der Ueberzeugung ihres Autors ergeben.[5])

Die viel verheissende Ergänzung beginnt ganz ähnlich wie die schon besprochenen Schriften mit einem Rückblick auf die Leistungen der Vorgänger, findet ebenso wie die Abhandlung „über die Kreisquadratur", dass die Spirale des Archimedes dieses Problem ungelöst lasse[6]), empfiehlt darum gleich den „geometrischen Verwandlungen" behufs Beseitigung der obwaltenden Schwierigkeit das Zusammentreffen der Gegensätze, ein Auskunftsmittel, dessen Tragweite, wie sich gezeigt habe, in anderen Wissenschaften sehr gross sei, und erklärt, dass man mit Leichtigkeit einen praktischen Einblick in die Sachlage erlangen könne.[7])

Der in Aussicht gestellte praktische Einblick aber fusst, inductiv vom gleichseitigen Dreieck zum regulären Viereck fortschreitend, auf dem bereits hinlänglich bekannten Satze, wonach sich bei allen regulären Vielecken an dem Ueberschusse der ersten Linie

---

[1]) „... quae mihi tam admiranda visa sunt, ut cura ipsa non nisi magna cum diligentia versari potuerim", l. c. Die Deutung der „cura" auf das Oberhirtenamt des Bischofs von Brixen liegt an sich nahe und erhält durch ungedruckte Briefe aus jener Zeit eine thatsächliche Bestätigung. Anderwärts hat man den etwas seltsamen Ablativus absolutus gar nicht übertragen; durch solche Weglassung geht augenscheinlich die Pointe des Gedankens völlig verloren. Möglicherweise freilich könnte an der Stelle des „cura ipsa" ursprünglich ein sehr leicht verständliches „circa ipsa" gestanden haben. — [2]) „Ex quo effectum est, ut meo studio et labore complementum aliquod illis addiderim", l. c. — [3]) „... quod tuae sanctitati offerre decrevi", l. c. — [4]) „Solum enim te dignum scio, ut, quae a saeculo incognita remanserunt, per te cunctis patefiant", l. c. — [5]) „Et non tantum scibilia, quae semper circa quaesitam circuli quadraturam versari consueverunt, sed et quae in omni mathematica perfectione praestant complementum, ex his ipsis meo iudicio perfecte consequi possint", l. c. — [6]) Vgl.: „Remanet igitur ex iis quae Archimedes reliquit haec ars adhuc penitus incognita", l. c., fol. 59a. — [7]) „Et visum est mihi quod ... facile possit huius scientia pariter et praxis modo qui sequitur adipisci", l. c.

eines jeden über die erste des Dreieckes gleichen Umfanges der Ueberschuss des Inhaltes eines Vieleckes über den des Dreieckes erkennen lasse.[1]) Unter der ersten Linie sei jedesmal der Radius des dem betreffenden Vielecke einbeschriebenen und unter der zweiten Linie dementsprechend der Radius des umbeschriebenen Kreises zu verstehen. Je kleiner nun der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Linie, desto grösser sei der Ueberschuss der ersten Linie des Vieleckes über die erste des Dreieckes. Weil in einem Kreise die erste und die zweite gar zusammenfallen, so ist der Ueberschuss des Halbmessers eines Kreises gleichen Umfanges über die erste Linie des Dreieckes am grössten, und daher auch der Inhalt jenes Kreises gegen den des Dreieckes am grössten. Wenn demnach das Dreieck, wo die erste und die zweite Linie am meisten verschieden sind, den geringsten Inhalt, und der Kreis, wo beide Linien zusammentreffen, den grössten Inhalt aufweist, so wird es offenbar in den mittleren Vielecken verhältnissmässig ebenso der Fall sein.[2]) Gesetzt daher, der Ueberschuss des Kreisinhaltes über den des Dreieckes verhalte sich wie der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Linie im Dreiecke, so wird sich der Ueberschuss des Kreisinhaltes über den des Viereckes wie der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Linie im Vierecke verhalten und so fort.[3]) Darnach lässt sich mit Leichtigkeit, ist der Ueberschuss der ersten Linie in irgend einem Vielecke über die erste des Dreieckes, ferner der Unterschied zwischen den Unterschieden der ersten und zweiten jenes inhaltreicheren und der ersten und zweiten Linie des Dreieckes gegeben, der Halbmesser des Kreises gleichen Umfanges ermitteln.[4]) Kennt man aber diesen, so liegt die Quadratur des Kreises klar vor unseren Augen.[5])

---

[1]) „Et sic quidem in cunctis polygoniis excessu primae lineae cuiuslibet super primam trigoni isoperimetri deprehenditur excessus capacitatis ipsius polygoniae super capacitatem trigoni", fol. 59b. — [2]) „Ex his patet quod, si trigonus est minimae capacitatis, ubi prima et secunda lineae maxime differunt, et circulus maximae capacitatis, ubi prima et secunda lineae coincidunt, erit sic proportionabiliter in mediis polygoniis", l. c. — [3]) „Quare si ponitur excessus capacitatis ipsius circuli super trigonum, ut est differentia primae et secundae lineae in trigono, erit excessus capacitatis circuli super tetragonum ut differentia primae et secundae lineae in tetragono et ita consequenter", l. c. — [4]) „Ex quo facile dato excessu primae in una aliqua super primam trigoni et differentia differentiarum primae et secundae illius capacioris et primae et secundae trigoni potest haberi semidiameter circuli isoperimetri", l. c. — [5]) „Quo scito patet circuli quadratura", fol. 60a.

Wiewohl nun all' diese Sätze handgreiflich, so seien dieselben doch auch solchen, welche sich nicht der Mathematik widmeten, ganz klar zu machen.[1]) Zu dem Zwecke werden zu allererst nach dem Vorbilde eines Euklides vierzehn Sätze aufgestellt. Darunter sind die zehn ersten elementar, anders dagegen der elfte. Derselbe wird ausdrücklich für den Hauptsatz erklärt, soll man wirklich das glücklich finden, wonach man forsche[2]), und lautet dahin: In einem inhaltreicheren Vielecke ist nothwendig die erste Linie länger, die zweite kürzer. Und wie für diesen die zehn ersten die nöthige Grundlage liefern, so ziehen daraus die drei letzten Sätze weitere Folgerungen.

An der Hand dieser Lehrsätze soll man alsdann Aufgaben wie folgende lösen: zu einer gegebenen Geraden eine Kreislinie[3]), umgekehrt zu einer gegebenen Kreislinie eine Gerade, ferner zu einem gegebenen Kreise ein Quadrat[4]) und endlich zu einem gegebenen Quadrate einen Kreis zeichnen, welche einander gleich sind. Um die Lösung dieser vier Aufgaben noch zu erleichtern, werden allenthalben, entsprechend der gleich eingangs eröffneten Aussicht, allerhand praktische Winke und Rathschläge ertheilt.

Aus den vorher erzielten Ergebnissen, heisst es dann weiter, werde man über all die Dinge, welche bisher in der Geometrie unbekannt blieben, die nöthigen Aufschlüsse gewinnen können.[5]) Unbekannt geblieben aber sei bislang die vollständige Kenntniss der Sinus und Sehnen.[6]) Niemals habe jemand über die Sehne von einem, zweien, vier Graden und so fort Aufschluss geben können. Solchen erhalte man nunmehr auf folgendem Wege.[7]) Offenbar füge jedes regelmässige Vieleck, um den Halbmesser des Kreises gleichen Umfanges zu erhalten, je nach dem Unterschiede der ersten und zweiten Linie einen entsprechenden Theil zu der ersten hinzu[8]), und ähnlich halte jeder Ueberschuss, wodurch die erste Linie eines be-

---

[1]) „Omnia haec quamvis manifesta sint, volo tamen illa etiam illis, qui mathematicis operam non impenderunt, clarissima facere", l. c. — [2]) „Et haec est principalis propositio ad inveniendum id quod quaerimus", fol. 62a. — [3]) „Datae rectae curvam circularem aequalem assignare", fol. 67a. — [4]) „Dato circulo quadratum aequale assignare", l. c. — [5]) „Ex ante habitis quicquid hactenus in geometricis ignotum fuit, inquiri poterit", fol. 68b. — [6]) „Fuit autem incognita perfectio artis de sinibus et chordis", l. c. — [7]) „Nemo unquam scire potuit chordam arcus gradus unius et duorum et quatuor, quae nunc sic habetur", l. c. — [8]) „Manifestum est omnem multiangulam similium laterum ex differentia primae et secundae linearum ad habendam semidiametrum circuli isoperimetri aequalis portionis partem addere super primam . . .", l. c.

liebigen Dreieckes die erste eines anderen Vieleckes übertrifft, und der Ueberschuss, wodurch die zweite des Dreieckes die zweite des andern übertrifft, in allen stets ein und dasselbe Verhältniss inne.[1]) Aus diesen Sätzen ergebe sich die allgemeine Kenntniss der Sinus und Sehnen, eine Kenntniss, ohne welche die Geometrie bislang unvollständig geblieben.[2])

Die Art und Weise aber, wie man thatsächlich zu dieser Kenntniss gelangen könne, lasse sich in nahezu richtigen Zahlen also angeben; in völlig richtigen dies zu leisten sei freilich unmöglich.[3]) Gesetzt also, der Halbmesser des einem Dreiecke umgeschriebenen Kreises sei 14, so wird der Halbmesser des eingeschriebenen 7, dessen Quadrat 49, das Quadrat der halben Dreiecksseite dreimal so viel d. i. 147, und das Quadrat des Halbmessers des umgeschriebenen viermal so viel d. i. 196, demnach die halbe Vierecksseite Wurzel aus $^9/_{16}$ des Quadrates der halben Dreiecksseite d. i. $\sqrt{82\,^{11}/_{16}}$ und gleich dem Halbmesser des eingeschriebenen, der Halbmesser aber des umgeschriebenen $\sqrt{2 \cdot 82\,^{11}/_{16}}$ d. i. $\sqrt{165\,^{6}/_{16}}$ sein. Zieht man nun $\sqrt{49}$ von $\sqrt{82\,^{11}/_{16}}$ ab, so ist der Unterschied die Zugabe des dem Vierecke eingeschriebenen Halbmessers über den dem Dreiecke eingeschriebenen, eine Zugabe, welche etwas mehr als 2 sein wird[4]); zieht man ebenso $\sqrt{165\,^{6}/_{16}}$ von $\sqrt{196}$ ab, so ist der Unterschied die Zugabe des dem Dreiecke umgeschriebenen Kreishalbmessers über den dem Vierecke umgeschriebenen, eine Zugabe, welche wenig mehr als 1 sein wird. Somit habe man die Zugaben, und deren Verhältniss ist jenes, mittelst dessen man alles erforscht[5]); mittelst desselben wisse man auch den zu einer Sehne gehörigen Bogen zu berechnen[6]), und dies sei die höchste Vollendung der Geometrie, eine Vollendung, zu welcher die Alten, soweit bislang bekannt, nicht gelangt seien.[7]) Auch

---

[1]) „... et similiter omnem excessum, quo prima linea cuiuscunque trigoni primam excedit, et excessum, quo secunda trigoni secundam alterius excedit, eandem semper in omnibus tenere proportionem", l. c. — [2]) „... ex quibus ars generalis de sinibus et chordis elicitur, sine qua geometria hactenus mansit incompleta", l. c. — [3]) „Quomodo autem ad praxim huius accedere queas, in propinquis numeris sic investigabis, in veris enim est impossibile", l. c. — [4]) „Subtracta igitur radice de 49 a radice de 82 cum 11 decimis sextis differentia est additio semidiametri inscripti tetragono super semidiametrum inscripti trigono, quae erit aliquid plus quam duo", l. c. — [5]) „Habes additiones, et earum habitudo est illa, per quam omnia investigantur", l. c. — [6]) „Et sic scitur arcus chordae", l. c. — [7]) „Et haec est perfectio ultima geometricae artis, ad quam hactenus veteres non legi pervenisse", fol. 69a.

sei nunmehr, fügt der Autor noch hinzu, die Kenntniss der geometrischen Verwandlungen vollendet, eine Kenntniss, welche er früher, jedoch weniger befriedigend, bezüglich der Quadratur des Kreises beschrieben.[1])

Und um dessentwillen erhalte diese Entdeckung mit Recht den Namen Ergänzung[2]) und sei werth, durch das bewunderungswürdige Ansehen des hl. Vaters zu aller Kenntniss zu gelangen.[3]) Der zuletzt hier ausgehobene Satz hat wegen seines Inhaltes, namentlich wegen seines Hinweises auf den Eingang nur dann Sinn und Bedeutung, wenn wir ihn für den Schlusssatz der Abhandlung ansehen, welche der Autor Anfang September 1453 dem Papste Nikolaus V. widmete.

Freilich Schlusssatz der mathematischen Ergänzungen blieb jener Satz nicht; dem ersten folgte in weiterem Verlaufe ein zweites Buch. Eine Randbemerkung der Handschrift E_3 zu Cues, welche indessen dem ersten Drucke einverleibt ward, ist es, welche uns davon zunächst Kunde gibt. Dieselbe lautet dahin, jene Entdeckung treffe dann das Richtige, wenn es wahr sei, dass die gerade Linie, welche von der ersten des Dreieckes zur ersten Linie des Kreises von gleichem Umfange gezogen ward, die ersten Linien sämmtlicher Vielecke berühre.[4]) Wenn dieser Fall dagegen nicht zutreffe, wenn es nicht eine gerade sondern vielleicht eine krumme Linie irgend welcher Art sei, welche sich von der ersten des Dreieckes an den Enden der ersten Linien sämmtlicher Vielecke bis zur ersten des Kreises hinziehe, so sei die vorbesagte Entdeckung nicht zulänglich.[5]) Weil dies zweifelhaft bleibe, darum habe er andere Entdeckungen, wo dieser Zweifel schwinde, in einem zweiten Büchlein niedergelegt.[6])

Ueber die Thatsache des Zweifels gibt uns sonach jene Randbemerkung recht dankenswerthen Aufschluss, nicht aber darüber, wie

---

[1]) „Est etiam nunc ars completa geometricarum transmutationum, quam ante, minus tamen sufficienter, quoad quadraturam circuli descripsi“, l. c. — [2]) „Et ob hoc haec inventio merito nomen complementi sortitur“, l. c. — [3]) „Et digna est, ut per admirandam potentiam tuam, beatissime pater, ... in omnium notitiam deducatur“, l. c. — [4]) „Procedit autem haec inventio, si verum est, quod linea recta de prima linea trigoni ad primam circuli isoperimetri tracta transit per primas lineas omnium polygoniarum mediarum“, l. c. — [5]) „Sed si hoc non est verum, quod recta sic transeat, sed forte curva aliqua curvitate transeat de prima trigoni per primas omnium polygoniarum ad primam circuli, tunc haec inventio non est sufficiens“, l. c. — [6]) „Et quia hoc est dubium, ideo alias adinventiones meas, ubi hoc dubium cessat, in secundo libello conscripsi“, l. c.

der Zweifel entstand; sie sagt uns nicht, ob der Autor durch eigenes Nachdenken darauf kam, oder aber ob Freunde, etwa einer der uns von früher bekannten Mitunterredner, ihn darauf mündlich oder brieflich aufmerksam machte. Doch mag diese Frage für den Augenblick unerörtert bleiben, wenden wir uns vorerst den infolge jenes Zweifels im zweiten Buche niedergelegten neuen Entdeckungen zu!

Um für dieselben die nöthige Unterlage zu gewinnen, geht das zweite Büchlein noch tiefer als das erste auf die Grundlagen der Geometrie ein; Grundsätze stellt das erste, Grundbegriffe, durch welche jene bedingt sind, das zweite an die Spitze. Man zeichne eine Linie, lerne die Bewegungen eines Punktes erfassen.[1] Ist dieselbe gerade, so wird, wenn sie sich bewegt, während einer ihrer Endpunkte unbeweglich fest bleibt, diese Art Bewegung der Geraden durch das rechtwinklige Dreieck dargestellt.[2] Wenn sich die Gerade, etwa *ab*, aber gleichmässig in *a* wie in *b* bewegt, so wird die Bewegung durch ein doppelrechtwinkliges Dreieck oder ein Viereck *abcd* dargestellt.[3] Wenn sich aber *a* und gleichfalls auch *b*, aber nicht auf gleiche Weise, bewegt, so kann dies aut unendliche Arten geschehen und wird sich durch eine einzige Figur nicht darstellen lassen.[4] Die zuerst erwähnte Art der Bewegung einer geraden Linie führe in ihrem weiteren Verlaufe zum Kreise, rücksichtlich dieses zu den unumstösslichen Wahrheiten, dass jeder Halbmesser zu seinem Kreise in ein und demselben Maasverhältnisse stehe[5], dass die Kreisflächen sich wie die (zweiten) Potenzen der Halbmesser[6], endlich hinsichtlich der Kegel zu dem Satze, dass sich deren Flächen wie die Linien verhalten, durch deren Bewegung sie entstehen.[7] Aus der zweiten Art der Bewegung sodann erlange man jeden wünschenswerthen Aufschluss über die Verhältnisse der Cylinder oder runder, säulenartiger (Seiten-)Flächen und ihrer Grundflächen, über die Verhältnisse cylinderischer, kegelartiger, krummer und ebener kreisförmiger Flächen.[8])

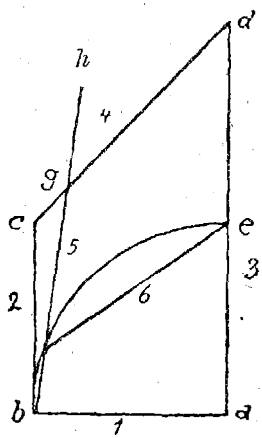
---

[1]) Vgl.: „Lineam figuravi, motus puncti concipio“, fol. 70b. — [2]) „Quae si recta fuerit, tunc si uno eius termino fixo manente movetur hic motus rectae per triangulum orthogonium figuratur“, l. c. — [3]) „Si vero *ab* recta movetur aequaliter in *a* sicut in *b*, motus configuratur per duplicem orthogonium sive quadrangulum *abcd*“, l. c. — [4]) „Si vero *a* movetur similiter et *b* sed inaequaliter, hoc fieri potest infinitis modis et unica figura non poterit configurari“, l. c. — [5]) Vgl.: „Unde necesse erit omnem semidiametrum ad circumferentiam eandem tenere mensuram“, fol. 70b. — [6]) „... illa erit habitudo superficierum quae potentiarum semidiametrorum“, fol. 71a. — [7]) „... illa erit superficierum habitudo, quae linearum, ex quarum motu ipsae superficies constituuntur“, l.c. — [8]) „Ex hocque

Zur Veranschaulichung der dritten Bewegungsart endlich denke man sich eine zirkelartig verbundene Linie[1]), und was immer man bezüglich eines Kegelmantels zu wissen wünsche, werde man leicht ermitteln.[2])

Diese Aufschlüsse über die Entstehung der geometrischen Gebilde vorausgeschickt, wird nunmehr das Verfahren gelehrt, wie man eine krumme Linie ohne weiteres in eine gerade verwandelt[3]); also nicht, wie es in dem ersten Büchlein geschah, mittelst der Verwandlung einer geraden in eine krumme, sondern unmittelbar und zwar durch ein scharfsinnig ausgedachtes Zusammentreffen.[4]) Hierfür lautet der Hauptsatz also: Man beschreibe (Fig. 4) den Quadranten eines Kreises a[5]); ziehe eine Linie ab vom Mittelpunkte zum Anfange des Kreisbogens[6]); eine zweite bc von der nämlichen Grösse errichte man in dem Berührungspunkte senkrecht zu der ersten[7]); eine dritte ad, vom Mittelpunkte durch den Endpunkt e des Bogens gezogen, sei der Seite des dem Kreise einbeschriebenen Dreieckes gleich[8]); eine vierte cd verbinde die Endpunkte der zweiten und dritten.[9]) Wenn man alsdann vom Anfange des Quadranten eine fünfte Linie bg nach der vierten dergestalt wird gezogen haben, dass die Sehne fe, die sechste Linie, welche man vom Durchschnittspunkte der fünften mit der Peripherie des Quadranten bis zu dessen Ende zog, gleich der fünften ist, so wird ihrerseits die fünfte um soviel gegen den Quadranten kleiner sein, als

Fig. 4.



circa habitudines cylindrorum seu (sic!) rotundarum columnalium superficierum et suarum basium et cylindralium, conicarum, curvarum atque planarum circularium omnis scientia elicitur", l. c.

[1]) „... concipito lineam ab duplicem et divisibilem usque ad b punctum, qui indivisibilis utriusque divisae terminus maneat", fol. 71b. — [2]) „Et quaecunque circa hoc scire optas, ex hoc facile elicies", fol. 72a. — [3]) Vgl.: „Propono nunc modum tradere, quomodo curva linea in rectam vertitur ... immediate („in medietate" steht gedruckt)", fol. 76b. — [4]) „... vertitur non ut in primo libello per medium versionis rectae in curvam sed immediate, et hoc per subtilem coincidentiam", l. c. — [5]) „Descripta quarta circuli ...", l. c. — [6]) „... et linea prima a centro ad principium arcus tracta ...", l. c. — [7]) „... et secunda linea de contactu primae cum arcu orthogonaliter eiusdem quantitatis cum prima ...", l. c. — [8]) „... et tertia a centro per finem, quae sit ut latus trigoni inscripti circulo ...", l. c. — [9]) „... et quarta de fine secundae ad finem tertiae si ...", l. c.

die Hälfte des Stückes beträgt, welches zwischen die Peripherie und die vierte Linie fällt.[1]) Ist demnach fe gleich bg, dann ist bg um die Hälfte von fg kleiner als be, die Peripherie des Quadranten[2]); man verlängere daher bg um gh d. i. $\frac{1}{2}fg$, und bh wird der Curve be gleichkommen.[3])

Zum besseren Verständnisse dieses wichtigen Lehrsatzes werden sodann noch die Voraussetzungen hervorgehoben, welche derselbe mache. Er setze erstens voraus[4]), dass die fünfte und sechste nebst der Theilstrecke zwischen der krummen und vierten sich ebenso unterscheiden, wie das Stück der fünften, welches Sehne nämlich bf ist, und die sechste, nämlich fe, welche die Sehne zu dem übrigen Bogen des Quadranten bildet[5]); und ferner, dass der Unterschied, welcher zwischen der fünften, die kleiner, und der sechsten nebst der Theilstrecke besteht, die zusammen grösser als der Quadrant sind, eine Doppelgrösse ausmacht; nämlich so gross, als die fünfte kleiner wie die krumme d. i. der Quadrant, und als die sechste nebst der Theilstrecke grösser wie der Quadrant sein wird[6]); dass daher, je grösser ihr Unterschied, desto grösser auch die Linie zwischen der fünften und der Theilstrecke, desto grösser, kurz gesagt, die Mittellinie; und je kleiner jener Unterschied, desto kleiner auch die letztere.[7]) Jener Lehrsatz setze sodann zweitens voraus[8]), dass die sechste nebst der Theilstrecke den Quadranten um die halbe Theilstrecke überrage[9]), denn sie könne dies um einen kleineren und ebenso um einen

---

[1]) „Si tunc de principio quadrantis lineam quintam duxeris ad quartam taliter, quod chorda quae a contactu illius quintae, ubi curvam secuerit, ad finem totius quadrantis ducta, quae sit sexta linea, quintae fuerit aequalis: erit quinta minor quadrante, quanta est medietas portionis eius cadentis inter curvam et quartam", l. c. — [2]) „Dico: si fe est ut bg, tunc bg est minor quadrante be in medietate fg", l. c. — [3]) „Adde igitur medietatem fg super bg, et sit gh medietas fg, dico bh aequari curvae be", l. c. — [4]) „Ostensio. Praesuppono primo . . .", fol. 76ᵇ. — [5]) „. . . quod quinta et sexta cum portione quae cadit inter curvam et quartam, quam semper portionem voco, non differunt, nisi ut pars quintae, quae est chorda scilicet bf, et sexta scilicet fe, quae est chorda residui arcus quadrantis, differunt . . .", l. c. — [6]) „. . . et quod illa differentia, qua quinta minor quadrante et sexta cum portione maior differunt, est duplex quantitas, scilicet quantum quinta erit minor curva quae est quadrans et sexta cum portione maior quadrante", l. c. — [7]) „. . . et quod ideo quanto plus differunt, tanto linea maior, quae mediat inter quintam et sextam cum portione, quam lineam voco medium, et quanto minus differunt, tanto medium minus", l. c. — [8]) „Secundo praesuppono quod . . .", fol. 76ᵇ. — [9]) „. . . quod sexta cum portione potest excedere quadrantem in medietate portionis", l. c.

grösseren, folglich auch um einen Theil, welcher weder grösser noch kleiner.[1]) Hieraus folge, dass eine derartige sechste nebst der Theilstrecke den Quadranten genau so, wie der Quadrant die fünfte, überrage, und dass die Theilstrecke gleich dem Unterschiede der Sehnen und die sechste gleich der fünften ist.[2]) Diese zwei Verhältnisse folgten aus der Voraussetzung.[3]) Wenn die sechste nebst der Theilstrecke den Quadranten um die halbe Strecke überrage, dann werde diese Theilstrecke dem Unterschiede der Sehnen und des weiteren die sechste der fünften gleichkommen müssen.[4])

Aus dem so ausführlich erläuterten Satze ergibt sich für den Autor ein leichtes Verfahren, den Kreis zu quadriren.[5])

Jedoch hiermit noch nicht zufrieden, untersucht er weiterhin, wie man das gleiche Ziel auch durch die bekannten Möndchen erreiche, ein Verfahren, welches die Alten vergebens versucht hätten.[6])

Im Vorbeigehen berührt er sodann noch gewisse andere denkbare Methoden, wie man jeden Kreis unmittelbar, ohne die Kreisperipherie zuvor in eine gerade Linie verwandeln zu müssen, in ein beliebiges Vieleck auflöst[7]); doch diese möchte er lieber zur Uebung für die, welche mehr Musse haben, zurückstellen[8]), begnügt sich deshalb damit, einige Andeutungen zu geben.[9]) Man bezeichne an einem Kreisquadranten die Seiten des um- und eingeschriebenen Viereckes, ziehe vom Kreismittelpunkte zu dem Berührungspunkte der umgeschriebenen Seite mit der Peripherie eine Linie, und eine zweite, indem man das Dreieck schliesst, zu dem Endpunkte der Seite, ziehe darauf vom Mittelpunkte durch einen Punkt des Bogens nach der umgeschriebenen Seite eine Linie auf solche Weise, dass eine andere,

---

[1]) „Nam in minore parte et in maiori potest excedere, ideo etiam nec in minori nec maiori quam medietate", l. c. — [2]) „Ex his infero talem sextam cum portione ita excedere quadrantem, sicut quadrans quintam, et quod portio est differentia chordarum et sexta est ut quinta", l. c. — [3]) „Illa enim se habent consequenter", l. c. — [4]) „Quare patet si sexta cum portione excedit quadrantem in medietate portionis, necesse erit portionem aequari differentiae chordarum et per consequens sextam aequari quintae", l. c. — [5]) Vgl.: „Ex his sequitur circuli facilis quadratura", fol. 77a. — [6]) Vgl.: „Volo nunc investigare, quomodo per lunulas quadratura circuli investigetur, quam viam veteres frustra attentaverunt", fol. 80a. — [7]) Vgl.: „Volo autem adhuc alios quosdam possibiles modos tangere, quomodo scilicet omnis circulus immediate in quam volueris resolvitur polygoniam, absque eo quod peripheriam circuli curvam prius in rectam lineam resolvi oporteat", fol. 82b. — [8]) „. . . quos pro exercitio ad magis otiosos remitto", l. c. — [9]) Fol. 82b—83a.

von den Vielecksseiten[1]) gleich weit abstehende und von Dreiecks- zu Dreiecksseite durch eben denselben Punkt des Bogens gehende Linie den zwei Theilstrecken gleich sei, welche die vorhin vom Mittelpunkte durch den nämlichen Punkt gezogene Linie von den Seiten besagter Vielecke zwischen der Linie selbst und der zuerst gezogenen Dreiecksseite abschnitt: so wird die gleich weit abstehende Linie die Hälfte der Seite eben des Vieleckes (Viereckes) sein, welches dem Kreise gleich ist.

Nunmehr zuguterletzt wird auseinandergesetzt, wie man alsofort die beliebigen Seiten von Vielecken findet, welche dem Kreise gleich sind.[2]) Auch hier ist, was uns geboten wird[3]), blose Andeutung eher als ausführliche Darlegung zu nennen.

Das soeben gebrauchte Zuguterletzt (ultimo) aber nöthigt uns anzunehmen, dass hiermit „die Ergänzungen" — abermals — zu einem Abschlusse gekommen sind. Diese Annahme erhält durch den mehrfach erwähnten cod. E_3 vollgiltige Bestätigung. Daselbst nämlich schliesst sich jetzt unmittelbar ein meines Wissens bislang noch nicht gedruckter Rückblick auf die ganze Schrift an, der also lautet: Es steht nunmehr die Quadratur des Kreises, welche man stets gesucht, bisher aber, wie man glaubt, nicht gefunden, hinlänglich erklärt zu Diensten[4]); denn man kann sie kennen lernen entweder durch Zurückführen einer geraden Linie auf eine krumme Peripherie — und auf diese Weise geschah sie in dem ersten Büchlein[5]), oder umgekehrt durch Zurückführen einer krummen Peripherie auf eine gerade Linie — und so wird man auf doppelte Art sie in diesem zweiten Büchlein gelehrt finden[6]); entweder zugleich mit dem Zurückführen einer Curve auf eine Gerade, indem man die Seite des dem Kreise gleichen Quadrates ermittelt[7]), oder ohne jedes Zurückführen einer Geraden auf eine Curve bezw. umgekehrt, sondern einfach durch Ermitteln der Quadratseite — und diese Methoden finden sich gleichfalls oben

[1]) „... lateribus polygoniarum ..." d. i. „tetragonorum", wie es vorher heisst. — [2]) „Pandam nunc ultimo, quomodo simul reperiuntur quae volueris latera polygoniarum aequalium circulo", fol. 85a. — [3]) Fol. 85a—85b. — [4]) „Patet nunc circuli quadraturam semper quaesitam, hactenus ut creditur non inventam, sufficienter explicatam", cod. E_3 zu Cues. — [5]) „Nam aut ipsa sciri potest per reductionem rectae lineae in curvam peripheriam — et eo modo tracta est in primo libello", l. c. — [6]) „... aut econverso per reductionem curvae peripheriae in rectam lineam — et ita duplici modo eam reperies in hoc secundo libello traditam", l. c. — [7]) „... aut simul cum reductione curvae in rectam reperiendo costam quadrati aequalis circulo", l. c.

angemerkt.[1]) Somit ist denn diese bislang unbemerkt gebliebene Kenntniss hinreichend klar auseinander gesetzt.[2]) Aus ihr folgen anderweitige Sätze, welche man ohne sie nicht wissen konnte[3]); das eben sind die mathematischen Ergänzungen. Amen.[4])

Die hier dem cod. E_3 entnommenen Sätze strich man freilich, wie sich noch aus der Handschrift ersehen lässt, später durch, fügte zum Zeichen, dass sie nicht mehr gelten, ein „Vacat" hinzu und liess noch ein neues Verfahren folgen, welches vor dem zuletzt angegebenen augenscheinlich den Vorzug der leichten Ausführbarkeit haben sollte.

Man beschreibe (Fig. 5) um *a* als Mittelpunkt einen Kreis, ziehe den Durchmesser *bac* und die grösste, ins unbestimmte verlängerte Sehne *dae*, welche *bac* senkrecht schneide. Wenn man alsdann um den Punkt *f* auf *ac*, welcher von *b* soweit entfernt ist, als die Sehne eines Drittels der Peripherie beträgt, einen Kreis, dessen Halbmesser *fb*, beschreibt,

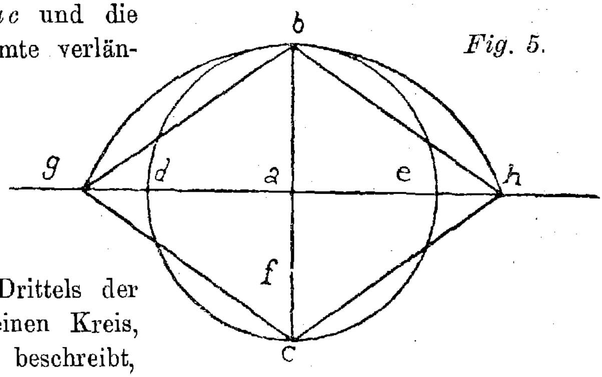


Fig. 5.

so wird dieser von der grössten Sehne eine Gerade *gh* abschneiden, welche der halben Peripherie völlig oder nahezu gleich ist.[5]) Zieht man nun noch von *b* und *c* Geraden nach *gh*, so wird die Fläche *bgch* völlig oder nahezu der Kreisfläche *bcde* gleich sein.[6]) Drei Erläuterungen und ebenso viele Folgerungen schliessen sich unmittelbar an diese leicht verständliche, wenn auch vielleicht nicht vollkommen richtige Lösung an, und mit ihnen erhalten nunmehr die

[1]) „. . . aut sine omni reductione rectae in curvam vel econverso, sed simpliciter reperiendo costam quadrati — et hi modi similiter reperiuntur supra annotati", l. c. — [2]) „Sic constat hanc artem hactenus ignoratam abunde sufficienterque explicatam", l. c. — [3]) „. . . ex qua alia sequuntur, quae sine ista scire non poterant", l. c. — [4]) „. . . quae sunt mathematica complementa. Amen", l. c. — [5]) „Si tunc super aliquo puncto in *ac*, qui de *b* distet secundum longitudinem chordae arcus tertiae partis circuli, qui sit *f*, circulum, cuius semidiameter sit *fb*, descripseris, ille de maxima chorda abscindet rectam *gh* medietati circuli aequalem vel propinquam", fol. 88b. — [6]) „Quodsi de *b* et *c* rectas ad *gh* traxeris, erit superficies *bgch* aequalis vel propinqua superficiei circuli *bcde*", l. c.

Ergänzungen ihren endgiltigen und wohl auch befriedigenden Abschluss.[1])

Soviel in Kürze über den mannigfaltigen Inhalt der umfangreichen Schrift; über die Zeit ihrer Abfassung enthält ein nicht gedruckter Brief[2]) eine beachtenswerthe Angabe. Darnach fällt jene Abfassung und dieser Brief ungefähr in die nämliche Zeit; mit der Schrift ist der Verfasser eben in den Tagen gerade fertig geworden, wo er den besagten Brief schrieb[3]); der Brief aber ist vom 14. Sept. 1453 datirt[4]); und da auch der Ort[5]) angegeben ist, so unterliegt es keinem Zweifel, dass die mathematischen Ergänzungen zu Branzoll (Tyrol) in der ersten Hälfte des September 1453 geschrieben wurden. Freilich ist diese letzte Schlussfolgerung nicht so allgemein giltig, wie man auf den ersten Blick wohl geneigt ist anzunehmen. Nur von einem einzigen Büchlein nämlich ist in jenem Briefe[6]) und ebenso in einer gleich zu besprechenden, ebenfalls in jenen Tagen entstandenen Schrift[7]) die Rede, nur für ein einziges Büchlein, das erste naturgemäss, gelten demnach obige Angaben. Hinsichtlich des zweiten dagegen ergibt sich daraus zunächst nur soviel, dass es nach dem 14. September 1453 geschrieben ward. Nach diesem Zeitpunkte erst tauchten nämlich die Zweifel hinsichtlich des im ersten Buche gegebenen Lösungsversuches auf, welche, wie bekannt, den Anlass zu dem zweiten boten. Wann dies geschah, wird zwar nicht ausdrücklich gesagt; jedoch lassen verschiedene Umstände, worüber später, darauf schliessen, dass inzwischen mehrere Monate vergingen, und das neue Jahr 1454 wenigstens schon angebrochen war. Jedoch ist hier abermals eine Einschränkung zu machen. Das zuletzt Gesagte gilt nämlich nur von dem Theile des zweiten Buches, welcher bis zu dessen vorläufigem und, wie bekannt, späterhin unterdrücktem erstem Abschlusse reicht, also blos von der Hauptmasse, aber nicht von dem letzten Abschnitte. Wann dieser hinzukam, ist mit einiger Sicherheit kaum nach dem bisher vorliegenden Material zu bestimmen; möglicherweise geschah es schon 1454, vielleicht aber auch erst 1455. Immerhin aber bliebe

[1]) „Et haec sufficiant", Schlussworte fol. 89a. — [2]) Im cod. lat. Monac. 18711 fol. 250 und 19114 fol. 155b—159a. — [3]) „Scripsi his diebus de mathematicis complementis libellum", l. c. — [4]) „. . . die exaltationis sanctae crucis 1453", nach cod. 18711; im cod. 19114 freilich fehlt diese wie auch die nächstfolgende Angabe. — [5]) „Ex Branzoll . . .", l. c. — [6]) „Scripsi . . . de mathematicis complementis libellum", vgl. die drittletzte Anmerkung. — [7]) „. . . libellus ostendit de mathematicis complementis", Complementum theologicum cap. 2. „Traditur in libello de mathematicis complementis ars . . .", l. c. cap. 3.

darum doch die Angabe im grossen und ganzen zurecht bestehen, dass „die mathematischen Ergänzungen“ 1453 bezw. 1454 geschrieben wurden.

Anhang. *Complementum theologicum.* An das erste Büchlein „der mathematischen Ergänzungen“ fügte der Autor sofort ein anderes über theologische Ergänzungen an.[1]) Nach seiner Anschauung nämlich schickte sich für seinen Stand (den Cardinal) und sein Alter (den Dreiundfünfziger) die Veröffentlichung jenes Werkchens nur in dem Falle, dass er ausserdem auch den Nutzen desselben in transscendentem Verfahren an theologischen Figuren deutlich mache.[2]) Zu dem Ende übertrug er in dem zweiten Schriftchen die mathematischen Figuren auf die theologische Unendlichkeit.[3]) Er will also versuchen, die Figuren jenes Büchleins zu theologischen umzugestalten, auf dass wir, insoweit Gott es gestattete, mit dem Auge des Geistes schauen, wie in dem mathematischen Spiegel jenes Wahre, wonach man allenthalben in dem, was erkennbar ist, forscht, nicht etwa blos in einer entfernten Erscheinung, sondern in glanzvoller Nähe widerstrahlt.[4]) Nach diesen bündigen Erklärungen im Eingange der neuen Abhandlung kann es keinem Zweifel unterliegen, dass dieselbe für die Ermittelung der rein mathematischen Anschauungen ihres Verfassers von ganz untergeordneter Bedeutung ist, ja dass sie in dieser Hinsicht ähnlich wie „das gelehrte Nichtwissen“ einen leicht irre zu führen vermag. Um dem, wenigstens für die Zukunft, vorzubeugen, sei noch einmal der Satz hervorgehoben: Unser Autor kennt in der eigentlichen Mathematik keine unendliche, sondern nur endliche Grössen.

— Zwei angebliche Abhandlungen.

Nicht die Handschrift zu Cues, auch nicht die erste, noch auch die zweite, sondern erst die dritte Ausgabe der gesammelten Werke enthält die zwei Abhandlungen, welche hier gemeint sind. Freilich jenes Fehlen derselben an den genannten Stellen ist noch längst kein

[1]) „Cui libello (sc. de mathematicis complementis) adiunxi alium de theologicis complementis“, cod. lat. Monac. 18711 fol. 250b bezw. 19114 fol. 159a. — [2]) Vgl.: „Perfeceram proxime de mathematicis complementis. . . . Visum autem est mihi non decere opusculum illud promulgari quasi de mathematicis in meo ordine ac tanta aetate mihi licuerit . . . scribere, nisi adiiciam illius utilitatem transscendenter in theologicis figuris“, Compl. theol. cap. 1. Anfang. — [3]) „. . . in quo (sc. libello de theologicis complementis) transtuli mathematicas figuras ad theologicalem infinitatem“, cod. 18711 l. c. — [4]) „Conabor igitur libelli illius figuras theologicales efficere . . .“, Compl. theol. cap. 1.

durchschlagender Beweis gegen deren Echtheit. Hierzu ist offenbar mehr erforderlich, vor allem, dass wir dieselben einzeln für sich untersuchen. Darum zunächst *De sinibus et chordis.*

Diese winzige Abhandlung von 33 Zeilen in Folio erhielt sich im Nachlasse des Regiomontanus, ward 1533 zu Nürnberg zum ersten Mal gedruckt[1]) und 32 Jahre später in die dritte, die Basler Gesammtausgabe aufgenommen.[2]) Dass man von Anfang an dieselbe ausdrücklich dem Cusanus zuschrieb, steht deshalb ausser Zweifel, weil dem eigentlichen Titel ein „Eiusdem" vorangeht, welches sich nach dem ganzen Zusammenhange nur auf den Genannten beziehen kann. Dementsprechend führte man sie bis zur Stunde unter seinen mathematischen Arbeiten als eine besondere, selbständige Schrift auf und suchte nach bestem Vermögen deren sachliche Beziehung zu den übrigen, sowie die Zeit ihrer Abfassung zu bestimmen.[3])

Allein eine selbständige Schrift liegt hier nie und nimmer vor. Dies lässt meines Erachtens genugsam gleich der erste Satz erkennen. „Hieraus", so lautet nämlich derselbe, „wird man jetzt betreffs der Sehnen und Bogen ein vollständiges Wissen entwickeln können."[4]) Woraus? frägt angesichts dieses Einganges alle Welt, ohne dass man auf diese Frage eine auch nur halbwegs befriedigende Antwort geben könnte; kurz, es liegt keine selbständige Schrift, sondern höchstens das Bruchstück einer solchen vor. Auf den gleichen Gedanken bringt einen auch der so sehr geringe Umfang; dreiunddreissig Zeilen, wenn schon in Folio, pflegen nicht eine Schrift für sich zu bilden.

Haben wir somit lediglich ein Bruchstück vor uns, dann wäre es des weiteren wünschenswerth, die Schrift namhaft machen zu können, welcher es entnommen ist. Nicht immer vermögen wir dies so unstreitig, wie gegenwärtig. Entnommen nämlich ist dasselbe den mathematischen Ergänzungen, von denen soeben die Rede war. Wie bekannt, eröffnen das erste Buch derselben vierzehn Lehrsätze; dann folgen vier Aufgaben über die Verwandlung gerader bezw. krummer Linien und Flächen, und an deren Lösung gerade schliesst sich unmittelbar der Abschnitt, welcher hauptsächlich den Stoff zu der angeblichen Abhandlung abgeben musste. Die ersten neun Zeilen der letzteren entsprechen freilich, weil sie ihre Vorlage ziemlich stark verkürzen, dieser nur dem Hauptgedanken nach; zum Belege hierfür

[1]) Auf Seite 9 des in dieser Zeitschrift 8. Bd. S. 403 Anm. 3 erwähnten Werkes. — [2]) Auf S. 1095. — [3]) Vgl. Scharpff S. 307 und Schanz S. 6. — [4]) „Ex his nunc circa chordas et arcus scientia perfecta elici poterit", l. c. pag. 9.

sei hier wenigstens an die schon bekannten beiderseitigen Eingangsworte erinnert; „aus den vorher erzielten Ergebnissen“ [1]), wie es in der Vorlage heisst, macht die angebliche Abhandlung ein einfaches „Hieraus!“ Weit treuer als diese neun stimmen dagegen die nächsten achtzehn Zeilen überein; denn die ganze Aenderung besteht in einem ausgelassenen „igitur“ zu Anfang und zum Schlusse im Gebrauche des Plurals „descripsimus“ anstatt des entsprechenden Singulars.[2]) Die letzten sechs Zeilen endlich sind verschiedenen Stellen der Vorlage abermals nur dem Gedanken nach entnommen; anderthalb Zeilen zunächst dem zweitfolgenden Absatze [3]), sodann abermals anderthalb dem geschichtlichen Eingange „der mathematischen Ergänzungen“ [4]), und die allerletzten drei erinnern gar an eine Stelle im Eingange „der geometrischen Verwandlungen!“ [5])

Nach dem Ergebnisse dieses Quellennachweises zu schliessen, verdankt die angebliche Abhandlung nicht etwa einem blosen Zufall, sondern vielmehr einem planmässigen Vorgehen sein Dasein. Ein solches aber setzt seinerseits einen Sachverständigen voraus. Sachverständig nun freilich war in erster Linie wohl der Autor selbst, allein dieser kann hier deshalb nicht in Betracht kommen, weil er an einem Schriftstücke, wie das fragliche, kein ersichtliches Interesse haben konnte; anders dagegen seine mathematischen Freunde. In ihrem Kreise dürfte daher der Urheber der angeblichen Abhandlung noch am ehesten zu suchen und am sichersten zu finden sein.

Die zweite hierher zu ziehende Schrift ist *De quadratura circuli* überschrieben.[6]) Eine solche Ueberschrift begegnete uns schon früher [7]);

---

[1]) „Ex ante habitis“, vgl. oben S. 394 Anm. 5. — [2]) Vgl. oben S. 396 Anm. 1. [3]) Vgl.: „. . . ita quod si quid scibile unquam fuit in geometricis et non scitum, amplius volenti ingenium applicare clare patefiat“, De mathematicis complementis fol. 68a und das Sätzchen: „Et putamus nihil scibilis in geometricis nunc volenti diligenter in hoc medio inquirere remanere occultum“, De sinibus et chordis, Z. 28 f. — [4]) Vgl.: „. . . tentare coepi, si forte haec difficultas possit medio coincidentiarum finem capere, uti in aliis scientiis vim illam maximam esse comperi“, fol. 59a und: „Haec sic maxime scripserim, ut videatur potentia artis coincidentiarum, per quam in omni facultate occulta penetrantur“, De sin. et chord., Z. 29 f — [5]) Vgl.: „Semidiametri autem illorum iam dictorum circulorum maxime inaequales in trigono existunt, in aliis autem successive minus inaequales, in circulo vero isoperimetro coincidentes, cum ibi inscriptus, circumscriptus et peripheria coincidant“, fol. 33b und: „Ex sola enim coincidentia semidiametrorum inscripti et circumscripti circulorum in omnibus poligoniis differentium et in circulo tantum coincidentium inquisitio nos ad praemissa perduxit“, De sin. et chord., Z. 30 ff. — [6]) und auf p. 13—15 der Nürnb. bezw p. 1099—1101 der Basler Ausgabe gedruckt. — [7]) Vgl. 8. Bd. S. 403.

unter dem nämlichen Titel sind uns demnach zwei ganz verschiedene Schriften ein und desselben Autors überliefert. Dies ist, da hierdurch leicht Verwechselungen veranlasst werden, an und für sich recht misslich, und da ein jeder Schriftsteller, um solche nicht leichtfertig heraufzubeschwören, nicht leicht zweimal den gleichen Titel für seine verschiedenen Arbeiten wählen wird, so weckt die soeben festgestellte Uebereinstimmung schon gelinden Zweifel, ob denn die Sache ihre Richtigkeit hat.

In dem also erregten Zweifel bestärkt uns ein näheres Eingehen auf den Inhalt. Nach dem Titel sollte man ein neues Verfahren erwarten, wie man leichter und zuverlässiger als bisher den Kreis in ein Quadrat verwandelt. Anstatt dessen erhalten wir eine Erklärung des elften unter den vierzehn Sätzen, welche das erste Buch der „mathematischen Ergänzungen" eröffnen [1]), d. i. des Satzes, auf welchem, wie es weiter heisst, der ganze Nachweis für die Richtigkeit der fraglichen Quadratur beruht.[2]) Viel zutreffender würde demnach die Ueberschrift sein, wenn sie der angeführten Stelle gemäss etwa „demonstratio undecimae conclusionis mathematicis complementis antepositae" lautete.

Eine solche Ueberschrift wäre, wie gesagt, zwar sachlich, aber nicht formell berechtigt. Dies letztere hängt mit dem Charakter des zu untersuchenden Schriftstückes zusammen; nicht eine wissenschaftliche Abhandlung, wofür man es bisher genommen, sondern ein Brief ist es. Zwar fehlt, wie leicht zu ahnen, der bekannte umständliche Eingang des lateinischen Briefes, jedoch nicht am Schlusse ein letztes „Vale"; und fehlte auch dieses, so wäre der Briefcharakter doch noch zu erkennen. Ein „vestrae" nämlich ist dem schon erwähnten Genetiv „undecimae conclusionis" noch beigefügt.

Die Beifügung dieses einen Wörtchens „vestrae", in welchem nach dem Zusammenhange nicht etwa ein Druckfehler zu befürchten steht, beweist weit mehr als den blosen Briefcharakter, beweist nämlich gleichfalls, dass die angebliche Abhandlung d. h. der in Rede stehende Brief erstens nicht, wie man bisher annahm, von Cusanus herstammen kann, sondern zweitens vielmehr an ihn gerichtet sein muss.

Dem zuletzt gezogenen doppelten Schlusse widerstreitet jedoch, wie es scheint, schnurstracks die Weisung am Ende des Briefes:

[1]) Vgl.: „Haec videtur declaratio undecimae conclusionis . . .", pag. 14. — [2]) „ . . . in qua pendet tota demonstratio quadraturae", l. c.

„Man gebe ihn unserem verehrlichen, treuen und lieben Lehrer, dem Astronomen Georg Peurbach!“[1]) In diesen Worten hat man eine Widmung finden wollen. Wenn nun dabei auch an eine solche nicht zu denken ist, so enthalten dieselben doch unstreitig eine Adresse und zwar eine ganz andere, als soeben aus dem „vestrae“ erschlossen ward. Die angesichts dieses anscheinend unlösbaren Widerspruches so nahe gelegte Aenderung des Fürwortes in „nostrae“ würde mit einem Schlage diesen Widerspruch hinwegräumen, den Cusanus zum Urheber und den Wiener Professor zum Empfänger des Briefes machen. Allein ein solches Auskunftsmittel erscheint durch die sieben letzten Zeilen desselben vollständig ausgeschlossen. Darnach sieht der Briefschreiber unter anderem nicht, warum zwei näher gekennzeichnete Linien nicht sollten krumm sein können, und alsdann würde das Beweisverfahren nicht von der Stelle kommen[2]); es werde dann nämlich jener Fall eintreten, welchen der Empfänger in seiner zehnten Folgerung besprochen habe.[3]) An dieser zweiten Stelle, ganz abgesehen von der zweiten Person in der Zeitform „dixisti“, das besitzanzeigende Fürwort „tua“ in „mea“ umzuändern wäre dem ganzen Zusammenhange nach geradezu widersinnig; solches Unterfangen ist daher auch an der ersten Stelle unzulässig, und es bleibt dabei, dass unser Cusanus den Brief nicht schrieb, sondern empfing; denn auf niemand sonst lassen sich die beiden Fürwörter „vestrae“ und „tua“ nach Lage der Verhältnisse beziehen. „Zuerst empfing“ möchte ich indessen mit Rücksicht auf die schier unerklärliche Adressenangabe der Deutlichkeit halber hinzusetzen. Da nämlich an dem Inhalte derselben sich nicht rütteln lässt, so hat man, soweit ich sehe, nur den einen Ausweg anzunehmen, dass Cusanus der erste, eigentliche Empfänger des Briefes ist, dass dieser dann aber denselben weiter an Peurbach gab, wodurch letzterer der zweite Empfänger ward. Nur die zweite Adresse zu dem Briefe entstammt demnach der Feder des Cardinals, nicht dagegen der Brief selbst. Dieser hat vielmehr augenscheinlich wiederum einen seiner mathematischen Freunde zum Verfasser.

Der soeben besprochene Brief indessen bildet nicht an und für sich schon die vollständige angebliche Abhandlung, sondern nur deren

[1]) „Detur venerabili nostra fideli dilecto magistro, Georgio Peurbachio astronomo“, pag. 14. — [2]) „Sed non video, cur duae lineae . . . non possent esse curvae . . ., et tunc non procederet demonstratio“, pag. 14. — [3]) „Erit enim illud, quod in decima **tua** conclusione dixisti . . .“, l. c.

ersten Bestandtheil. Zu dieser nämlich rechnen ausser demselben die beiden Drucke auch noch eine zweite Erklärung; die Erklärung des Verfahrens, eine krumme Linie zu strecken, nämlich, wie es an erster Stelle im zweiten Büchlein „über die mathematischen Ergänzungen“ angegeben wird.[1]) Diese nachträgliche Erklärung unterscheidet zwei Grundlagen für das Verfahren. Deren erste lautet dahin: Die sechste (Linie) nebst der Hälfte des Theiles der fünften, welcher zwischen die krumme (Peripherie des Quadranten) und die vierte fällt, lässt sich der krummen *be* gleichmachen.[2]) Diese Grundlage sei, wie sie in der Schrift vorhanden, nicht zweifelhaft.[3]) Die zweite Grundlage sodann bildet der Satz: Die sechste nebst der Theilhälfte und die fünfte nebst dem halben Unterschied zwischen der Sehne, welche eben die sechste, und dem Theil der fünften, welche ebenfalls Sehne ist, lassen sich der zweifachen krummen *be* gleich machen.[4]) Diese zweite Grundlage lasse sich ebenso beweisen, wie die vorausgeschickte im Texte bewiesen werde.[5]) Und eben um diesen Nachweis ausschliesslich dreht sich die ganze „Erklärung“.

Nach Feststellung dieses Thatbestandes liegt denn auch kein Anlass vor, weshalb wir die zweite „Erklärung“ dem Cusanus absprechen sollten; denn man übersehe den grossen Unterschied, welcher in dieser Frage zwischen der ersten und der zweiten „Erklärung“ besteht. Allerdings sechs Siebentel könnte der genannte ganz gut, nimmermehr dagegen kann er das letzte Siebentel der ersten „Erklärung“ geschrieben haben; nun fehlt aber an der zweiten „Erklärung“

---

1) „Declaratio rectilineationis curvae, quae ponitur in primo modo secundi libelli de mathematicis complementis“, pag. 14 bezw. pag. 1100. — 2) „Prima suppositio: Sexta cum medietate portionis quintae, quae cadit inter curvam et quadratam potest aequari *be* curvae“, liest man pag. 14 zwar, allein „quad**ratam**“ ist sicher falsch; „qua**dratum**“ und ebenso „qua**drantem**“, weil an unserer Stelle von „curvam“ sachlich nicht verschieden, geben keinen Sinn; unbedingt erforderlich ist „qua**rtam**“; „inter curvam et quartam“ würde genügen; „inter curvam quadrantis et quartam“ wäre deutlicher und würde das Versehen des Druckes am leichtesten erklärlich machen. — 3) „Haec suppositio certa est ut in littera“, l. c. Zu dem Hauptworte „littera“ tritt im weiteren Verlaufe (vgl. die zweitfolgende Anmerkung) „textus“ in Parallele; darum glaubte ich „littera“ durch „Schrift“ übersetzen und auf „die mathematischen Ergänzungen“ beziehen zu sollen. — 4) „Secunda suppositio. Sexta cum medietate portionis et quinta cum medietate differentiae chordae, quae est sexta, et partis quintae, quae etiam est chorda, possunt aequari *be* curvae bis“, l. c. — 5) „Illa suppositio probatur, uti praemissa in textu probantur (lies: probatur)“, l. c.

eben gerade ein das Ganze über den Haufen stürzender Absatz wie jenes Schlusssiebentel, und darum hindert uns bis auf weiteres gar nichts, anzunehmen, der genannte habe die zweite „Erklärung“ verfasst. Diese Annahme passt überdies am besten zu der oben bereits geäusserten Ansicht, dass er die zweite Briefadresse beigefügt, und vermag gleichzeitig die auffallende Thatsache am befriedigendsten zu erklären, wie die beiden „Erklärungen“, der Brief und die Nachschrift zu demselben, unter die Schriften des genannten im Nachlasse des Regiomontanus gerathen konnten.

Demzufolge bleibt also das Ergebniss dieser Nummer der Hauptsache nach lediglich negativ, daher der blose Strich vor der Ueberschrift; die besprochenen Abhandlungen stammen, die später beigefügte zweite Adresse und die Nachschrift zu dem an den Autor gerichteten Briefe ausgenommen, nur angeblich von Cusanus.

(Schluss folgt.)