Grundzüge der Bolzanoschen Wissenschaftslehre.

Von Elli Heesch.

Bernard Bolzano ist in drei umfassenden Wissenschaften produktiv tätig gewesen, in der Mathematik, in der Theologie und in der Philosophie. Die Zusammenstellung dieser Gebiete ist keineswegs Zufall, sondern eine notwendige Folge aus den primären Erkenntnissen Bolzanos. Sein Hauptinteresse gehört der Metaphysik, die er, wie er an manchen Stellen klagt, in einem sehr unvollkommenen Stande vorfindet. Die Ursache des schlechten Fortgangs dieser Wissenschaft im Gegensatz zu Logik, Arithmetik, Geometrie und theoretischer Physik sieht er an zwei verschiedenen Punkten. „In diesen vier Wissenschaften können die wichtigsten ihrer Lehren durch die Erfahrung selbst sehr leicht und vielfältig erprobt werden, oder sie sind durch Schlüsse ableitbar, die man unzählige Male geprüft und immer richtig befunden hat; endlich sind auch die Resultate der menschlichen Leidenschaft gleichgültig, daher wird die Untersuchung fast immer mit aller Unbefangenheit und mit gehöriger Ruhe und Muße begonnen und zu Ende gebracht.“ (Bolzano Wissenschaftslehre, Bd. III, S. 244.) Die zweite Ursache scheint ihm eine falsche Methode zu sein. Die Metaphysiker bedienen sich unbestimmter und schwankender Begriffe, lassen in ihren Darstellungen nicht erkennen, ob das, was auf eine gewisse Behauptung folgt, schon der Beweis derselben, oder nur eine Erläuterung, oder wohl gar schon eine Folgerung aus ihr, ob es der einzige Beweis sein solle, den der Verfasser kennt, oder ob er noch andere im Vorrat habe. Allgemein herrschend sei die Unart, „sich dem Zwange der Logik nicht mehr fügen zu wollen“ — (Bolzano, Lehrbuch der Religionswissenschaft, Bd. I, S. 167, Athanasia S. 262.)

Bolzano deckt diese beiden Ursachen sehr klar auf. Seine eigene Art zu denken ist wesentlich bestimmt dadurch, daß er diese beiden Fehler bewußt zu vermeiden sucht.

Um die „menschlichen Leidenschaften“ nicht teilhaben zu lassen am Aufbau einer Philosophie, muß man mehr seinen Charakter als seinen Verstand in die Schule nehmen. Was Bolzano an dieser Stelle geleistet hat, läßt sich zwar in wenigen Sätzen sagen, umfaßt

aber die Arbeit eines ganzen Lebens. Er macht nicht den Anspruch, als gelehrt geachtet zu werden; er will seinen Namen gern der Vergessenheit anheimfallen lassen, wenn nur das, was er Richtiges gedacht hat, nicht auch vergessen wird. Er erhebt nirgends den Anspruch, etwas Unkorrigierbares, Nichtverbesserungsbedürftiges gesagt zu haben; er gibt keinen Gedanken für neu aus, bevor er nicht genau festgestellt hat, wer ihn bereits vor ihm gekannt haben könnte, bezw. inwieweit er schon vorhanden war: er lehnt sich möglichst an den Sprachgebrauch an, vermeidet also Sprachschöpfungen, wo es irgend möglich ist Er produziert auch nicht sofort, was er gedacht hat, sondern hat zunächst stets Mißtrauen seinen Erkenntnissen gegenüber. Mehrfach und durch eine lange Zeit hindurch überprüft er seine Sätze, sucht noch nach anderen Gründen für die Wahrheit und legt sich die Frage vor, ob ihm der Satz vielleicht angenehm ist und erst dadurch seine Aufstellung erreicht wurde. — Alle diese Dinge übt Bolzano ganz bewußt, so daß er sie auch zusammenstellt und von anderen Gelehrten fordert. (Wissenschaftslehre, Bd. 4, 8. Hauptstück.) In seiner Biographie erzählt er, wie er sich nur einmal im Leben habe einfallen lassen, daß er zu wenig geehrt worden sei. Durch diese dauernde Bildung seines Charakters hat er dann auch erreicht, daß keiner seiner Sätze den Eindruck macht, die Eitelkeit sei Ursache oder auch nur Teilursache seiner Erkenntnis gewesen.

Bolzano schreibt seine Bücher auch nicht, wie es schon zu seiner Zeit und erst recht jetzt häufig geschieht, in komplizierten Sätzen und schwierigen Ausdrücken, so daß der Leser schon durch die Art der Darstellung eine Vorstellung von der Schwierigkeit der Materie bekommt, sondern er schreibt primär in der Absicht, verstanden zu werden. Daraus ergeben sich methodische Konsequenzen, die auch als Folge des Versuchs, den zweiten Fehler, nämlich die Unklarheit, zu vermeiden, angesehen werden können.

Um die äußere Klarheit, d. h. die Klarheit in der Darstellung und in der Uebersichtlichkeit, zu erreichen, wendet Bolzano zahlreiche wirksame Mittel an. Er überlegt sich, mit welcher Art von Lesern er es zu tun hat, und stellt einleitend die Anforderungen zusammen in Bezug auf Alter, Vorbildung und Interesse, die er voraussetzen will. Daraus erwächst ihm die Verpflichtung, auch später eine gewisse Rücksicht auf seine Leser zu nehmen. Die Ausführungen werden dadurch sorgfältig und ausführlich. Mit großer Gewissenhaftigkeit wird das Folgende auf das Vorhergehende bezogen, die zugehörigen Stellen vermerkt und nach gewissen Abschnitten

ein historischer Ueberblick gegeben, aus dem sich der Leser orientieren kann, wo er in der Literatur dasselbe Problem behandelt findet. — Die Uebersicht über die Wissenschaftslehre wird sehr erleichtert durch eine sorgfältige Gliederung des Stoffes zunächst in Teile; die Teile zerfallen in Hauptstücke, die Hauptstücke in Abschnitte, die Abschnitte in Paragraphen, deren Länge durchschnittlich 10 Seiten nicht übersteigt. Die psychologischen Betrachtungen, mit denen Bolzano seine Art rechtfertigt, stehen in der Wissenschaftslehre §§ 699 bis 711 und zeigen, wie sorgfältig er sich um eine klare, faßliche Darstellung bemüht hat.

Um aber auch sachlich so klar wie möglich zu sein, greift Bolzano zur sogenannten „mathematischen Methode", die er an manchen Stellen auch gegen Kant (Lehrbuch der Religionswissenschaft, Bd. I, S. 167), in Schutz nimmt. Man sieht am besten, was Bolzano unter der mathematischen Methode versteht und erhält gleichzeitig den Schlüssel zu seiner Vorliebe für die Mathematik aus den Worten seiner Lebensbeschreibung, aus denen er sein Interesse an dieser Wissenschaft begründet: Kästner bewies dort nämlich, was man sonst insgemein, weil es doch schon jeder weiß, ganz übergeht; d. h. er suchte dem Leser den Grund, auf welchem eines seiner Urteile beruht, zum deutlichen Bewußtsein zu bringen: und das war mir eben das liebste. Mein besonderes Wohlgefallen an der Mathematik beruhte also eigentlich nur auf ihrem rein spekulativen Teile, oder ich schätze an ihr nur dasjenige, was zugleich Philosophie ist." Die streng logische Methode will er im Gegensatz zu Kant nicht nur auf die Mathematik, und die reine Naturwissenschaft angewandt wissen, sondern besonders auch auf Theologie und Philosophie. Wie ernst es ihm damit ist, erhellt auch aus der Wissenschaftslehre Bd. III, S. 242. „Auch wird sich kein Mathematiker abstreiten lassen, daß seine arithmetischen Lehrsätze von allen Gegenständen ohne Ausnahme gelten; daß nicht bloß solche, die sich in einem Raume oder in einer Zeit befinden, sondern auch alle übrigen Dinge, namentlich auch bloße Begriffe, den Gesetzen seiner Wissenschaft unterliegen; und rechnet denn nicht auch der Logiker? Daß er diesen Satz schon vor 100 Jahren schreiben konnte, war eine geniale Intuition. Zu den Grundregeln, der Logik, die ein gründliches Studium erfordert, rechnet Bolzano die „Pflicht, immer bestimmt und deutlich zu erklären, wovon man eigentlich spreche, in welcher Bedeutung man dies oder jenes Wort nehme, dann deutlich anzugeben, aus welchen Gründen man dies behaupte u.s.w." (Lehrbuch der Religions-

wissenschaft, Bd. I, S. 167). Die „Logik ist ihm keineswegs eine seit Aristoteles Zeiten vollendete Wissenschaft, sondern eine, in der sich allerdings noch manche Entdeckungen von Wichtigkeit machen lassen.“ (S. 168.)

Mit den jetzt angedeuteten Voraussetzungen an Charakter und Methode und mit seinem scharfen Verstand schreibt Bolzano sein größtes philosophisches Werk: Wissenschaftslehre, das uns in 4 Bänden ein umfassendes Lehrbuch der Logik liefert. Der Hauptteil, die eigentliche Wissenschaftslehre, macht den vierten Band aus. Die drei ersten Bände stellen einen ausführlichen Unterbau zum vierten dar uud sind auch heute noch eine ergiebige Fundstelle für die Lehre von den Vorstellungen, Sätzen und Urteilen, für Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen u.s.w. Ich werde aus ihnen nur das herausheben, was im Sinne Bolzanos für den vierten Band unbedingt Voraussetzung ist.

Die drei ersten Bände umfassen vier Hauptteile: die Fundamental-, die Elementar-, die Erkenntnislehre und die Erfindungskunst. Der Begriff der Wissenschaftslehre im engeren Sinne läßt die Notwendigkeit dieser Teile erkennen. Die Wissenschaftslehre im engeren Sinne wird von Bolzano gleichgesetzt einer Methodenlehre, d. h. sie enthält die Regeln, die bei der Zerlegung des gesamten Gebietes der Wahrheit in einzelne Wissenschaften und bei der Darstellung der letzteren in besonderen Lehrbüchern befolgt werden müssen.

Um eine so definierte Wissenschaftslehre sinnvoll aufzubauen, muß das Material sichergestellt sein: das Vorhandensein einer Gesamtheit von wahren Sätzen, die für den menschlichen Verstand erkennbar sind, und die Möglichkeit, die Beziehungen einzelner Wahrheiten zu anderen festzulegen, zunächst formal und wenn möglich auch material.

Damit ist die Aufgabe der ersten drei Bände umrissen, und zwar in rückwärtiger Reihenfolge, d. h. die Notwendigkeit des vorhergehenden Teiles ist gegeben durch einen Ausspruch des nachfolgenden Teiles.

Die „Erfindungskunst“, vielleicht exakter Auffindungskunst, beschäftigt sich mit der Frage, wie wir Menschen die an sich vorhandenen Wahrheiten auffinden können, teils nach ihrer psychologischen, teils nach der logischen Seite hin.

Vorausgesetzt ist hierbei, daß „Wahrheiten an sich“ da sind, und daß der menschliche Verstand sie erkennen kann. In der „Erkenntnislehre“ behandelt Bolzano die Gesetze, an die die Erkennbarkeit der Wahrheit bei den Menschen gebunden ist, damit auch

die Möglichkeiten des Irrtums und die Grade der Zuversicht, die diesen Urteilen zukommen.

Sowohl die Erfindungskunst als auch die Erkenntnislehre sind der Natur der Sache nach stark psychologisch unterbaut. In der Elementarlehre fällt jede Rücksicht auf das urteilende Subjekt. Hier wird behandelt, daß es „Wahrheiten an sich" gibt, was sie sind, daß sie in Form von Sätzen auftreten. Die Sätze werden sorgfältig untersucht und vor ihnen ihre Bestandteile, die Vorstellungen. Diesem Teil ist der größte Raum, nämlich mehr als die Hälfte der drei Bände, gewidmet.

Um den Anfang nicht als reine Konstruktion erscheinen zu lassen, kommt Bolzano seinen Lesern so weit entgegen, daß er in einem vorausgeschickten ersten Teil, in der Fundamentallehre, bereits einen Beweis erbringt, daß es „Wahrheiten an sich" gibt, z. B. den Satz: „daß kein Satz wahr ist, ist selbst nicht wahr", und daß mindestens einige von ihnen für uns erkennbar sind.

In Abweichung von der strengen Einteilung Bolzanos teile ich diese Voraussetzungen zur eigentlichen Wissenschaftslehre nach drei Gruppen:

1. Die Lehre von den Vorstellungen, Sätzen und Wahrheiten an sich.

2. Der Zusammenhang wahrer Sätze untereinander.

3. Die Möglichkeit, Wahrheiten zu erkennen, für den menschlichen Verstand.

Zu 1: Die Lehre von den Vorstellungen, Sätzen und Wahrheiten an sich ist für Bolzano selbst eine unumgänglich notwendige Voraussetzung für die Wissenschaften. Er bringt aber nirgends einen Beweis für diese Abhängigkeit. Sie scheint mir mit seinem Begriff des Erkennens zusammenzuhängen. Er definiert nirgends genau, was das Erkennen im Grunde sei; seiner Philosophie liegt aber ein solcher Begriff davon unter, daß das Erkennen kein Schaffen, sondern ein Aufsuchen und Auffinden von bereits Vorhandenem, und zwar unabhängig von jedem erkennenden Subjekt Vorhandenem, ist.

Das nächste und einfachste von diesem Vorhandenen sind die Vorstellungen an sich. Eine Vorstellung an sich (Wissenschaftslehre §§ 48 ff.) macht den nächsten und unmittelbaren Stoff, nicht den Gegenstand der subjektiven Vorstellung aus, wobei der Begriff der subjektiven Vorstellung in dem herkömmlichen Sinne als bekannt vorausgesetzt ist. Die Vorstellung an sich oder die objektive Vorstellung hat keine Existenz (§ 54). Bolzano beweist diesen Satz nicht; er fordert, daß wir ihn zugeben, wenn wir nur mit einem

wirklichen Dasein z. B. Gottes oder der Welt, einen richtigen Begriff verbinden. Sie besteht dennoch als ein gewisses Etwas, auch wenn kein denkendes Wesen sie auffaßt. Sie wird bezeichnet durch ein Wort und ist auch nur eine einzige; zu jeder einzelnen objektiven Vorstellung gehören beliebig viel subjektive Vorstellungen, die dadurch entstehen, daß dieselbe objektive Vorstellung Stoff zu subjektiven in den verschiedenen Gemütern der sie Vorstellenden wird.

Der Satz an sich ist das, was man sich unter einem Satz denkt, wenn man noch fragen kann, ob ihn auch jemand ausgesprochen oder nicht ausgesprochen, gedacht oder nicht gedacht hat. Der Satz ist hier nicht mehr in seiner ursprünglichen Bedeutung genommen als etwas Gesetztes, weil dies das Dasein eines Wesens erfordert, das ihn setzt, auch nicht als Vorstellung oder gar schon als Urteil in dem Bewußtsein eines denkenden Wesens. Der Satz an sich hat keine Existenz oder Wirklichkeit, weder ewiges noch begrenztes Dasein. Einen Beweis für die Nichtexistenz gibt es auch hier nicht; man muß sie zugeben, wenn man den richtigen Begriff vom Satz an sich hat (§§ 122 ff.).

Eine Wahrheit an sich oder eine objektive Wahrheit ist jeder beliebige Satz, der etwas, so wie es ist, aussagt, wobei offen bleibt, ob dieser Satz von irgend jemand ausgesprochen oder gedacht wird, oder beides nicht; anders, wenn nur dem Gegenstand, von dem er handelt, das wirklich zukommt, was er ihm beilegt. Alle Wahrheiten an sich sind demnach eine Art von Sätzen an sich. Sie haben kein wirkliches Dasein. Sie existieren erst als gedachte und erkannte Wahrheiten in dem Gemüte eines Wesens, das sie denkt, sind dann aber keine Wahrheiten an sich mehr. Die Wahrheiten an sich liefern nur den Stoff zu den erkannten und gedachten Wahrheiten (§§ 24 ff.). Sogenannte ewige Wahrheiten haben folgerichtig keine ewige Existenz, sie drücken nur ein beständig fortwährendes Verhältnis aus. „Es gibt Wahrheiten an sich", bedeutet also keine Existenzaussage, — Entsprechendes gilt für: es gibt Vorstellungen oder Sätze an sich — sondern bedeutet: gewisse Sätze haben die Beschaffenheit von Wahrheiten an sich oder: der Satz, daß kein Satz Wahrheit habe, hat selbst keine Wahrheit.

Eine besondere Klasse von vorstellenden, denkenden und urteilenden Subjekten bildet der göttliche Verstand infolge des Attributes der Allwissenheit. Die Beziehung dieses allwissenden Verstandes zu der Bolzanoschen Lehre von den Vorstellungen, Sätzen und Wahrheiten an sich ist sehr dazu angetan, letztere noch klarer hervortreten zu lassen.

Aus Gottes Allwissenheit folgt, daß ihm keine Vorstellung an sich unbekannt sei. Also ist jede objektive Vorstellung in seinem Gemüte vorhanden, aber wie im Gemüte eines jeden denkenden Wesens als subjektive Vorstellung. Ebenso folgert Bolzano, daß alle Sätze an sich vom göttlichen Verstand auch gedacht werden und alle Wahrheiten an sich von ihm auch erkannt werden. Es gibt also keine von niemand erkannte Wahrheit, was durchaus nicht zum Begriff der Wahrheit an sich gehört. Wahrheiten an sich sind zwar Sätze, werden aber von niemanden gesetzt, selbst vom göttlichen Verstande nicht. Es ist nicht etwas wahr aus dem Grunde, weil Gott es so erkennt, sondern im Gegenteil: Gott erkennt es so, weil es so ist. Schärfer läßt sich im Sinne Bolzanos die Unabhängigkeit dieser drei objektiven Gebilde von jedem Subjekt nicht ausdrücken.

Die Begriffserklärungen der Vorstellung, des Satzes und der Wahrheit an sich sind rein privativ. Vorausgesetzt ist jeweils die Kenntnis einer subjektiven Vorstellung, der Begriff eines gedachten oder gesprochenen Satzes und der eines solchen Satzes mit der Eigenschaft, wahr zu sein. — Durch Weglassen des subjektiven Momentes, d. h. durch Ausschalten des Gemütes dessen, der vorstellt, der Sätze setzt in Gedanken oder Worten und der Wahrheiten ausspricht oder denkt, kommt Bolzano zu dieser An-sich-Lehre.

Bolzano untersucht mit großer Sorgfalt die Eigenschaften dieser Vorstellungen, Sätze und Wahrheiten an sich.

Zu 2: Um den Bereich der wahren Sätze in einzelne Wissenschaften zerlegen zu können, muß man wissen, in welcher Beziehung oder Abhängigkeit zwei Sätze voneinander stehen. Zunächst lassen sich zwei Aussagen von jedem wahren Satz machen: er muß mit allen Wahrheiten verträglich sein, und er kann als ableitbar aus vielen anderen und viele andere als ableitbar aus ihm angesehen werden.

Das Verhältnis der „Ableitbarkeit" ist nicht nur auf wahre Sätze beschränkt, sondern es kann zwischen Sätzen überhaupt statthaben. (Wissenschaftslehre, § 155). Bolzano untersucht dieses Verhältnis nicht an materialen Sätzen, sondern an Satzformen mit beliebig vielen auswechselbaren Vorstellungen. Er definiert: die Sätze M, N, O . . . sind ableitbar aus den Sätzen A, B, C . . . hinsichtlich der veränderlichen Teile i, j . . ., wenn jeder Inbegriff von Vorstellungen, der an der Stelle der i, j . . . die sämtlichen Sätze A, B, C . . . wahr macht, auch die gesamten M, N, O . . .

wahr macht. Und zwar ist dies ein genaues oder adäquates Verhältnis, wenn man keinen der Sätze A, B, C . . . weglassen darf, um aus ihnen M, N, O . . . abzuleiten. Mehr ist nicht verlangt; Bolzano nennt dieses Verhältnis auch eine „formale Abfolge". Bei zwei Sätzen, von denen der eine aus dem anderen ableitbar ist, — das Verhältnis der Ableitbarkeit ist in manchen Fällen wechselseitig, braucht es aber nicht zu sein —, ist es so, daß aus der Wahrheil oder Falschheit der ersten die Wahrheit oder Falschheit des zweiten folgt, wenn die Veränderlichen in beiden Sätzen gleich verändert werden. Ein Beispiel: „Wenn das Thermometer höher steht, so ist es wärmer." „Im Sommer steht das Thermometer meist höher als im Winter." „Im Sommer ist es meist wärmer als im Winter." Wenn man sich die beiden ersten Sätze deutlich gemacht hat, erkennt man ohne weiteres auch die Wahrheit des dritten. Der dritte steht zu den beiden ersten im Verhältnis der Ableitbarkeit. Bolzano nennt die ersten auch einen subjektiven Erkenntnisgrund für den letzten. Diese subjektiven Erkenntnisgründe spielen eine wichtige Rolle beim Aufbau einer Wissenschaft, sie führen oft zu neuen Erkenntnissen; sie sind aber doch unbefriedigt gegenüber dem, was Bolzano objektive Erkenntnisgründe nennt und was durch das Verhältnis der Abfolge gegeben wird.

Das Verhältnis der „Abfolge" besteht nur zwischen wahren Sätzen. An dem Beispiel, das die Ableitbarkeit eines Satzes aus zwei anderen Sätzen zeigte, läßt sich auch das Verhältnis der Abfolge erläutern. Daß es im Sommer wärmer ist als im Winter stellen wir zwar an Hand des Thermometers fest, aber niemand wird meinen, daß der höhere Stand des Thermometers der Grund dafür sei. Im Gegenteil findet das umgekehrt statt: „Es ist im Sommer wärmer . . ." „Im Sommer steht also das Thermometer höher." Ein solches Verhältnis von Grund und Folge bezeichnet Bolzano als „materiale Abfolge" oder schlechthin als „Abfolge." Die Begriffe Grund oder Folge müßten noch so weit geklärt sein, daß man den Wahrheiten ansieht, ob sie begründende oder gefolgerte sind. Bolzano hält den Begriff des Grundes für einfacher als den der Folge. Er überprüft alle hauptsächlichsten Definitionen des Grundes, die vor seiner Zeit gegeben sind, und findet, daß sie alle den eigentlichen Begriff des Grundes in irgendein einzelnes Wort hineinverlegen. Ganz klar ist ihm diese Frage nicht, aber es scheint ihm wahrscheinlich, daß der Begriff des Grundes oder des Begründens ein einfacher ist, der sich demnach also nicht weiter erklären läßt. Entsprechend ist der Begriff der Folge nicht weiter zerlegbar.

Es bleibt also, um eine möglichste Klarheit zu erreichen, nichts weiter übrig, als dieses Grund-Folge-Verhältnis genau abzugrenzen gegenüber den beiden Beziehungen, mit denen es in Gefahr ist, leicht verwechselt zu werden: mit dem Verhältnis der Ableitbarkeit und der Ursache-Wirkung-Beziehung. Es liegt nahe, das Verhältnis der Abfolge als eines der Ableitbarkeit anzusehen mit der besonderen Bedingung, daß die ersten Sätze nicht nur Erkenntnisgründe, sondern objektive oder Realgründe für den Schlußsatz seien. Das ist aber durchaus nicht der Fall. Zwar lassen sich manche Abhängigkeiten zwischen Sätzen sowohl als Ableitbarkeit als auch als Abfolge deuten, aber es gibt auch die eine ohne die andere. Dafür, daß eine Ableitbarkeit keine Abfolge ist, steht das Beispiel von dem Thermometer und dem daraus abgeleiteten Wärmezustand. Wäre aber eine Abfolge immer eine Ableitbarkeit, so würde das gemäß der Definition der Ableitbarkeit (s. o.) bedeuten: zu jedem Inbegriff von Wahrheiten A, B, C . . ., M, N, O . . ., die sich wie Grund und Folge verhalten, gibt es eine beliebige, gelegentlich unendliche Menge anderer Inbegriffe von Wahrheiten, die dadurch entstehen, daß alle veränderlichen Vorstellungen verändert werden, die sich dann auch wie Grund und Folge verhalten müssen. Das bedeutet aber eine absolute Unabhängigkeit der Art der Abfolge von den Vorstellungen, aus denen diese Inbegriffe von Wahrheiten zusammengesetzt sind. Dies ist unmöglich, weil das Grund-Folge-Verhältnis zwischen Sätzen erst auf Grund der materialen Belastung ausgesagt werden kann. Der Ausdruck „formale Abfolge" für Ableitbarkeit scheint von diesem Zusammenhang her sehr treffend.

Wie stehen Grund-Folge-Beziehung und Ursache-Wirkung zueinander? Die Begriffe Ursache und Wirkung will Bolzano ausschließlich angewandt wissen bei wirklichen, existierenden Dingen, während die Abfolge nur zwischen Sätzen definiert ist, von denen gilt, daß sie kein Dasein haben. Eine Wirkung ist also immer etwas Wirkliches, und da sie nur durch etwas Wirkliches hervorgerufen sein kann, ist auch die Ursache etwas Wirkliches. Dennoch besteht ein recht inniger Zusammenhang. Die wahren Sätze, die das Dasein und die Beschaffenheit einer Ursache aussagen, können als Grund angesehen werden zu den wahren Sätzen, die das Dasein und die Beschaffenheit einer Wirkung aussagen. Die Begriffe Ursache und Wirkung lassen sich also aus denen von Grund und Folge herleiten. Allein das Verhältnis der Abfolge ist nicht immer begleitet von einem Ursache-Wirkung-Verhältnis, sondern es besteht zwischen manchen Wahrheiten, denen nichts Wirkliches entspricht.

Ein Beispiel dafür sind die mathematischen Wahrheiten, die oft im Abfolge-Verhältnis zueinander stehen und doch von Gegenständen handeln, die keine Wirklichkeit haben.

In den Begriffen Grund und Folge (§ 204) liegt es außerdem, daß nichts Grund und Folge von sich selbst sein kann. Denn zu den Begriffen Grund (und auch Folge) gehört jedesmal ein anderes Etwas, zu dem sie Grund (und auch Folge) sein können. Als Grund kann zuweilen eine einzige Wahrheit, zuweilen auch ein Inbegriff von Wahrheiten auftreten. Die Folge scheint sich für Bolzano niemals in einer einzigen Wahrheit zu erschöpfen. Die Gesamtfolge ist also immer zusammengesetzt zu denken aus einer Reihe von Teilfolgen.

Eine und dieselbe Wahrheit kann in verschiedenen Hinsichten einmal als Folge, einmal als Grund auftreten. Diese Eigenschaft haben aber nicht alle wahren Sätze. Es gibt auch Wahrheiten, die nicht gefolgert sind, die nur als Grund von andern zu betrachten sind. Bolzano führt als Beispiel an, daß es Etwas überhaupt gibt. Er hat aber noch keinen Beweis dafür, der auch nur ihn selbst befriedigen würde (§ 214). Solche Wahrheiten bezeichnet er im Gegensatz zu den Folgewahrheiten als „Grundwahrheiten". Jedoch ist es nicht notwendig, daß man beim Aufsteigen von den Folgen zu ihren Gründen und weiter zu deren Gründen immer auf Grundwahrheiten stoße; speziell scheinen ihm die Sätze, die die veränderlichen Zustände und Beschaffenheiten einer geschaffenen Substanz aussagen, eine Reihe von Ursachen zu liefern, die ins Unendliche fortgeht. (§ 216.) Für eine solche Reihe, in der jedes Zwischenglied zugleich Grund und Folge ist, je nachdem die Reihe vorwärts oder rückwärts betrachtet wird, hat Bolzano eine eigene Bezeichnung. Er will nicht alle Glieder als Gründe des letzten (der ursprünglichen Folge) bezeichnen, weil man den Begriff des Grundes dann nicht mehr in seiner ursprünglichen Bedeutung nimmt; er will sie auch nicht als Folgen eines im Anfang stehenden Gliedes bezeichnen aus demselben Grunde, er nennt solche Zwischenglieder, die alle wahr sein müssen, weil sie in einer Abfolgebeziehung stehen, Hilfswahrheiten. Diese Hilfswahrheiten können nicht Hilfswahrheiten von sich selbst sein, aber sonst können sie zu voneinander verschiedenen Wahrheiten auch zu wiederholten Malen als Hilfswahrheiten auftreten.

Während bisher die Verhältnisse der Ableitbarkeit und Abfolge definiert und erläutert sind, gibt Bolzano in dem Hauptstück von den Schlüssen eine Anweisung darüber, wie man erkennen kann,

welche Sätze aus gegebenen ableitbar sind und eine Auswahl von Arten des Schließens in verschiedenen Klassen. Da dieses alles noch zwischen Sätzen an sich und Wahrheiten an sich gelten soll, darf man nicht erwarten, daß auch das Verhältnis der Abfolge eine wesentliche Rolle spielt. Denn um zu erkennen, was aus einer Wahrheit, die wir dann als Grund auffassen müssen, alles folgt, bedarf es mehr als nur logisch-formaler Kenntnisse. Vorläufig kann es sich nur darum handeln, aus gegebenen Sätzen mit veränderlichen Vorstellungen i, j . . . die Sätze abzuleiten, die rein formal immer daraus abfolgen, unabhängig davon, welche inhaltliche Belastung wir den veränderlichen Vorstellungen i, j . . . erteilen. Es ist also eine Untersuchnng von Satzformen. Das Ergebnis ist auch kein Schlußsatz, sondern nur die Form, in der der Schlußsatz aufauftreten muß.

Die einzelnen Klassen, die sich bei dieser Untersuchung ergeben, sind vom einfachsten bis zu den kompliziertesten Schlüssen zusammengestellt. Bolzano gibt zunächst einen einzigen Vordersatz von der einfachsten Struktur: „A hat b" mit seinen Möglichkeiten, dann mehrere Sätze von dieser Form als Prämissen; dann betrachtet er die Schlüsse aus den Verneinungen eines solchen Satzes, dann die aus der Kombination eines bejahenden und verneinenden, dann die aus mehreren verneinenden. Die Schlüsse aus Aussagen einer Einzelvorstellung oder einer Gemeinvorstellung scheinen ihm von besonderer Wichtigkeit (§§ 225—253) und auch die Reihe der Schlüsse aus Sätzen, die etwas aussagen über das Verhältnis, in welchem zwei oder mehrere andere Sätze zueinander stehen.

Die Behandlung dieses Abschnitts gibt ein gutes Zeugnis von der Selbständigkeit und Klarheit im Bolzanoschen Denken. Er hat sich an fast allen Punkten gegen Kant und die übrigen Logiker vor ihm zu rechtfertigen, von denen seine Logik in wesentlichen Stücken abweicht.

Zu 3. Die dritte große Vorfrage, die man stellen muß, bevor man in die eigentliche Wissenschaftslehre hineingehen kann, ist die, ob und auf welche Art es unserem menschlichen Verstand möglich ist, wahre Sätze zu erkennen. Eine Erkenntnis ist hier definiert als ein Urteil, das einen wahren Satz enthält, oder das der Wahrheit gemäß und damit richtig ist. Jede Erkenntnis setzt also ein urteilendes Subjekt voraus, ein Subjekt, das eine Handlung seines Geistes vollzieht, indem es von einem vorgelegten Satz dessen Wahrsein oder Falschsein behauptet. Damit hat man sich von der An-sich-Lehre gelöst; die Urteile sind im Gegensatz zu Sätzen und Wahrheiten

etwas Seiendes, etwas, das Existenz hat. — Das Zweifeln ist ein Zustand, in dem man von einem Satze weder das Wahr- noch das Falschsein behauptet, also noch nicht urteilt.

Die Frage, ob wir wahre Sätze erkennen können, ist gleichwertig mit der andern, ob wir — natürlich mit Berechtigung — von einem Satz behaupten können, er sei wahr. Bolzano verlangt nicht, daß wir mit absoluter Bestimmtheit ein solches Urteil fällen, sondern nur, daß wir es mit einem näher zu bestimmenden Minimum an Zuversicht tun.

Eine Wahrheit gibt es nun, die jeder, auch der vollendete Zweifler erkennt, und zwar so erkennt, daß er sie nicht bezweifeln kann, nämlich die, daß er Vorstellungen habe. Er hat sogar Vorstellungen von Sätzen, nämlich von eben denen, die er bezweifelt, Denn um zweifeln zu können, muß man Vorstellungen und das Bewußtsein davon haben. Also existiert mindestens eine Erkenntnis in jedem denkenden Wesen.

Spricht man den letzten Satz so aus; der Satz, daß ich Vorstellungen habe, ist wahr, so hat man bereits ein neues richtiges Urteil. Auf diese Weise ist dargetan, daß wir imstande sind, mehrere wahre Sätze auch als wahr zu beurteilen. Man erkennt ebenso unmittelbar, welcher Art die Vorstellungen sind, man kann sie unterscheiden, sie einteilen, man kann die Dauer ihrer Anwesenheit im Gedächtnis feststellen, kurz manche wahre Aussage über sie machen. Damit ist über die Gegenstände der Vorstellungen noch nichts ausgesagt.

Dadurch ist sichergestellt, daß wir wahre Sätze erkennen können und gleichzeitig ein Weg gezeigt, auf dem wir spezielle Wahrheiten erkennen, nämlich alle uns unmittelbar gegebenen. Die zweite Art des Erkennens ist mittelbar, sie vollzieht sich durch Verknüpfung von Urteilen, wir nennen diese Art das „Beweisen".

Bevor die allgemeinen Anforderungen, die wir an alle Beweise stellen, erörtert werden, will ich die einzelnen Arten der Beweise kurz umreißen.

Das ursprünglichste Verfahren ist, aus schon bekannten Wahrheiten Folgerungen zu ziehen Man hat bestimmte wahre Sätze, die mit der Lösung eines vorgelegten Problems in Zusammenhang stehen; entweder enthalten sie dieselben Vorstellungen, oder es sind andere Wahrheiten über denselben Gegenstand; es dürfen aber auch ganz anders geartete Wahrheiten sein, wenn wir sie nur in irgendeiner Hinsicht in Zusammenhang mit der gesuchten bringen können. Dann muß man jeden einzelnen von diesen wahren Sätzen und jede Verbindung von ihnen ins Auge fassen, um zu sehen, ob sich nicht

irgendein neuer daraus ableiten läßt. Wie das geschieht, ist in der Lehre von den Schlüssen gesagt: es werden nur die Sätze zur Ableitung neuer Sätze brauchbar sein, die untereinander im Verhältnis der Prämissen eines Schlusses stehen. Daher heißt dieses Verfahren fortschreitendes, progressives, natürliches, gerades oder „direktes Verfahren".

Ein „künstliches oder verkehrtes Verfahren" ist das „indirekte". Anstatt auf einem natürlichen Wege eine Lösung zu finden, geht es von einer geschickt gewählten, versuchsweise angenommenen Lösung, einer Hypothese, aus (§ 329). Diese wird auf jede mögliche Art genau geprüft. Zeigt sich bei dieser Prüfung, daß die Hypothese falsch ist, so ist die Aufgabe nicht gelöst. Zeigt es sich aber, daß sie wahr ist, so haben wir auf diesem indirekten Wege die Wahrheit gefunden, die wir eben suchten. — Die Mathematik liefert viele Beispiele dafür.

Die Prüfung geschieht auf verschiedene Arten. Zunächst versucht man, die Annahmen auf mehr als eine Weise in einem Satz zu formulieren, oder durch Zeichen darzustellen, um den zu prüfenden Satz möglichst deutlich und klar zu denken. Dabei kann es geschehen, daß uns seine Wahrheit oder Falschheit ohne weitere Bemühung einleuchtet, oder auch daß wir sehen, wir hätten uns schon früher über ihn ein Urteil gebildet. — Reicht dies aber noch nicht aus, uns ein sicheres Urteil zu liefern, so versuchen wir wie bei dem direkten Verfahren, aus der Annahme allein oder unter Zuhilfenahme anderer schon bekannter Wahrheiten neue Sätze abzuleiten. Ist einer dieser abgeleiteten Sätze falsch, so dürfen wir die Annahme als falsch ansehen. Sind aber alle abgeleiteten Sätze wahr, so versuchen wir das, was wir jetzt mit der Annahme probiert haben, mit ihrer Negation. Zeigt sich, daß unter den aus der Negation abgeleiteten Sätzen kein falscher ist, so führt das Verfahren zu keinem Ziel. Finden wir aber eine falsche Folgerung, so ist damit erwiesen, daß die Verneinung der Annahme falsch, die Annahme selbst aber wahr ist. Dies Verfahren heißt das apagogische oder die Zurückführung auf einen Widerspruch.

Hat die gemachte Annahme bereits eine bestimmte Wahrscheinlichkeit, so wendet man zweckmäßig das zurückschreitende, regressive, auflösende oder analytische Verfahren an. Es hat seinen Namen daher, daß es die Folgen eher betrachtet als ihre Gründe, während der natürliche Gang des Denkens von den Gründen zu den Folgen vorwärtsschreitet. Das geschieht so: man sucht zu der Annahme Sätze, die, wenn sie wahr wären, die Annahme als ableitbaren Satz

liefern würden. Dann sucht man die Wahrheit dieser Sätze auf jede mögliche Art darzutun. Gelingt es nicht, diese neuen Annahmen als wahr zu erkennen, so geht man noch einen Schritt zurück und stellt neue Annahmen auf, aus denen, wenn sie nur erst wahr wären, die ersten Annahmen ableitbar sind. Dieses Verfahren kann man beliebig fortsetzen; findet man dabei endlich Annahmen, die sich beweisen lassen, so ist gleichzeitig die Wahrheit der ersten Annahme bewiesen. Man erleichtert sich den Prozeß, wenn man bei diesem Rückschreiten nicht alle Sätze berücksichtigt, die zur Ableitung der bereits vorhandenen in Frage kommen, sondern sich unter diesen jeweils die wahrscheinlichsten auswählt. — Als Beispiel gibt Bolzano die Behandlung des Problems, ob ein perpetuum mobile möglich sei oder nicht.

Zwei besondere Arten von Möglichkeiten ergeben sich in den Fällen, wo entweder die Subjektvorstellung oder die Prädikatvorstellung ein Gemeinbegriff ist. Im ersten Fall haben wir das Induktions-, im zweiten das Analogieverfahren.

Um eine Induktion anwenden zu können, teilt man den Gemeinbegriff der Subjektvorstellung entweder in Einzelindividuen oder in Klassen, die zusammengenommen den Subjektbegriff umfassen. Es ist dann oft leichter, von den einzelnen Gliedern das Prädikat mit dem Anspruch auf Wahrheit auszusagen, als von der Gesamtheit. Hat man dies für eine Reihe von Gliedern getan, die nicht nach besonderen Gesichtspunkten ausgesucht war, und hat man keinen Grund, anzunehmen, daß sich die Situation bei den restlichen Gliedern ändert, so kann man mit großer Wahrscheinlichkeit die Wahrheit des angenommenen Satzes behaupten.

Läßt sich die Prädikatvorstellung aus dem Grunde einteilen, weil sie ein Inbegriff mehrerer Beschaffenheiten ist, so verläuft die Untersuchung parallel. Man versucht zunächst, die einzelnen oder einen Teil der einzelnen Beschaffenheiten dem Subjekt beizulegen, und hat, wenn kein Grund vorhanden ist, bei den nichtuntersuchten Beschaffenheiten ein abweichendes Verhalten anzunehmen, die Gültigkeit der ursprünglichen Annahme mit einer großen Wahrscheinlichkeit bewiesen.

Wenn ein einzelnes dieser Beweisverfahren nicht zum Ziele führt, kann man natürlich mehrere mit Erfolg vereinigen. — Auch tut man gut, die Urteile anderer, die eigenen Erfahrungen und die eigenen früheren Urteile mit heranzuziehen.

Das Wort Wahrscheinlichkeit ist gelegentlich bereits gebraucht. Gewißheit haben wir nur bei den Urteilen, zu denen wir ohne die Möglichkeit eines Irrtums gelangen, das sind die unmittelbaren Urteile und die Schlüsse, die nicht bloße Wahrscheinlichkeitsschlüsse sind. —

Alle anderen Urteile können wir nur mit mehr oder weniger Wahrscheinlichkeit aussprechen. Bolzano untersucht den Grad einer Wahrscheinlichkeit, auch den Grad bei Urteilen, zu deren Erzeugung einige nur wahrscheinliche Sätze benutzt sind.

Die eigentliche Wissenschaftslehre handelt davon, wie man das Gesamtgebiet der Wahrheit in einzelne Wissenschaften zerlegen, und wie man eine einzelne Wissenschaft zweckmäßig darstellen kann; das letztere Problem ist dabei durchaus die Hauptsache.

Eine Wissenschaft ist nach Bolzano ein Ausschnitt aus dem Gesamtgebiet wahrer Sätze, der folgende Bedingungen erfüllen muß: die Sätze müssen Wahrheiten sein; sie müssen Wahrheiten von einer eigenen Art sein. Diese eigene Art ist dann der Grund ihrer Zusammenstellung zu einer Wissenschaft. Die Art kann nicht allgemein näher angegeben werden. (Der Gegenstand, die Subjektvorstellung, ist es meist nicht.) Unter diesen Wahrheiten eigener Art müssen wenigstens einige sein, die merkwürdig genug sind, eigens behandelt und ausgezeichnet zu werden. Zu einer solchen Wissenschaft gehören dann nicht nur die uns bekannten, oder nur die merkwürdigen, sondern alle Sätze, die die beiden ersten Bedingungen erfüllen.

Nur auf Grund dieser Definition wird man jedoch kaum imstande sein, das Gesamtgebiet der Wahrheit entsprechend aufzuteilen. Zur praktischen Lösung dieser Aufgabe gibt Bolzano eine große Anzahl Gesichtspunkte an, die nicht mehr logischen sondern psychologischen Erwägungen entspringen. Es scheint ihm unzweckmäßig zu sein, den Umfang einer Wissenschaft entweder zu klein oder zu groß zu wählen. Ist er zu klein, so würden wir zu viele Einzelwissenschaften erhalten, deren Begriffsbestimmungen man aber kennen müßte, um zu wissen, in welcher von ihnen man eine unbekannte Wahrheit mit Erfolg suchen kann. Man läuft dabei Gefahr, Wahrheiten zu trennen, die nahe zusammengehören. Auch glaubt Bolzano, daß ein zu enger Umfang die Menschen bequem macht, die sich mit einer solchen Wissenschaft befassen. Sie beherrschen eine Wissenschaft oder auch etliche vollkommen und geben sich zu früh damit zufrieden.

Die entgegengesetzten Schäden richtet ein zu großer Umfang an. Ist es unmöglich, eine Wissenschaft aus diesem Grunde ganz zu übersehen, so ist man von vornherein entmutigt. Die Vorbedingungen sind dann entsprechend umfangreich, so daß schon dadurch die Beschäftigung mit ihr erheblich erschwert ist. Auch wird die Beweisführung und das Abfolgeverhältnis umso schwerer erkennbar, je mehr Wahrheiten in einer Wissenschaft zusammengefaßt sind. Damit wird die

Lust erstickt, selbst produktiv in einer Wissenschaft zu arbeiten, was unter Umständen zu deren Vorteil hätte sein können.

Ein Fehler kommt durch Nichtbeachtung dieser Ratschläge nicht zustande. In jedem Fall hat man die Aufgabe, Vor- und Nachteile gegeneinander abzuwägen und das vorteilhafteste zu tun. An dieser Stelle wehrt sich Bolzano gegen die Auffassung Kants, daß die Zeitlehre im Gegensatz zur Raumlehre keine eigene Wissenschaft ausmachen könnte, weil in ihr zu wenig Sätze vorkommen würden. Für Bolzano ist das durchaus kein hinreichender Grund, eine Wissenschaft zu verwerfen.

Aus dem Begriff der Wissenschaft ergeben sich noch einige Konsequenzen: Jede Wahrheit, die nicht ausschließlich Hilfswahrheit ist, muß in einer Wissenschaft wirklich vorkommen und auch bewiesen werden. — Es ist aber nirgends verlangt, daß jeder wahre Satz in nur einer Wissenschaft vorkommt, speziell können einzelne Sätze in mehr als einer Wissenschaft auftreten. Das muß erlaubt sein, weil einzelne Wahrheiten, z. B. physiologische, sowohl in einer (Medizin) wie auch in einer anderen (Psychologie) Wissenschaft enthalten sein müssen, wenn nicht eine von ihnen unvollständig sein soll. Auch darf eine Wissenschaft Teil einer ihr übergeordneten, sie umfassenden, sein, wenn es in manchen Lebensverhältnissen wichtig ist, die umfassende ganz zu kennen, in andern aber genügt es, nur die Teilwissenschaft zu kennen und diese weiter auszubauen. Beispiel Medizin und Anatomie. Entsprechend können zwei Wissenschaften voneinander entweder einseitig oder wechselseitig abhängig sein. Einseitige Abhängigkeit haben wir bei der Astronomie von der Mathematik, wechselseitige bei der Zahlentheorie und der Kombinatorik. — Eine Wissenschaft, die von keiner anderen abhängig ist, nennt Bolzano eine Hauptwissenschaft, z. B. die reine, allgemeine Sittenlehre.

Für die Durchführung einer solchen Einteilung des Gesamtgebietes der Wahrheit, die über den Rahmen einer Wissenschaftslehre hinausgeht, gibt Bolzano einige Regeln an. Es kommt zunächst nur darauf an, so viele Hauptwissenschaften anzugeben, daß sie zusammen das Gebiet der wahren Sätze erschöpfen. Man sucht einen Unterschied zwischen den Wahrheiten auf, die wenigstens keine Wahrheiten trennt, die zusammengehören, z. B. der Unterschied von Begriffs- und Anschauungswahrheiten oder auch der von theoretischen (spekulativen) und praktischen (technischen) Wahrheiten. Das Gebiet, das durch eine solche Einteilung abgetrennt wird, ist meist noch zu umfangreich, um in eine Wissenschaft aufgenommen zu werden. Man sucht dann, auf dieselbe Weise jeden der entstandenen Teile wieder

zu zerlegen, bis man auf einen Inbegriff von Wahrheiten kommt, der sich zum Gegenstand einer einzelnen Wissenschaft eignet. Bei dieser Art der Einteilung hat man noch manche Hilfen: man achtet zweckmäßig auf die Bestandteile einzelner Wahrheiten, besonders auf die einfachen Begriffe in ihnen, weil alle Aussagen über und mit demselben einfachen Begriff eine Zusammengehörigkeit weitgehend vermuten lassen; man achtet ebenso auf den Gegenstand mehrerer Wahrheiten, der zwar nicht unbedingt, aber doch in vielen Fällen Hinweis für einen Einteilungsgrund geben kann; man achtet ferner auch auf die Anwendungen, die sich aus einer Gruppe von Wahrheiten ergeben oder auf die Lebensverhältnisse, in denen diese Anwendungen statthaben, weil alle Anwendungen, die in denselben Lebensverhältnissen benötigt werden, auch meist in einer besonderen Wissenschaft zusammengestellt sind; endlich achtet man noch besonders auf die Vorkenntnisse und Hilfsmittel, die zur Bearbeitung einer gewissen Klasse von Wahrheiten notwendig sind.

Mit Hilfe dieser Regeln läßt sich zwar eine Einteilung vollziehen. Wie vergewissert man sich aber der Vollständigkeit dieser Einteilung? Bolzano kann kein allgemeines Mittel angeben. Man muß durch viele Versuche dartun, daß jede nützliche Wahrheit in eine der abgegrenzten Wissenschaften hineingehört. — Die Lösung, daß alle nicht untergebrachten Wahrheiten in eine Restklasse geschafft werden, die eine Wissenschaft der wahren Sätze wäre, deren eigene Art es ist, nicht zu allen sonst vorhandenen Wissenschaften zu gehören, lehnt Bolzano in Uebereimstimmung mit den von ihm aufgestellten Grundsätzen ab.

Bolzano ist sich bewußt, daß dies Kapitel sehr unvollkommen behandelt ist. Von ihm wird diese Frage fast ganz mit Stillschweigen übergangen. Er selbst hätte es lieber gesehen, statt dieser Regeln die von dem bloß subjektiven Bedürfnis des Menschen herrühren, solche angeben zu können, die auf der objektiven Beschaffenheit der Wahrheiten beruhen. Dazu sieht er aber noch keine Möglichkeit.

Das zweite große Problem der eigentlichen Wissenschaftslehre ist: wie kann man eine einzelne Wissenschaft zweckmäßig darstellen? Diese Bolzanosche Fragestellung läßt sich in seinem Sinn in zwei Fragen aufspalten, deren Beantwortung von ihm gleichmäßig stark betont und sorgfältig durchgeführt ist, von denen aber die zweite Frage ungleich interessanter und schwieriger ist.

1) Was muß man in formaler Hinsicht berücksichtigen, um ein Lehrbuch einer Wissenschaft möglichst gut zu verfassen?
2) Wie muß die Wissenschaft selbst aufgebaut sein, damit sie in sich möglichst einsichtig und dadurch leicht faßlich ist?

Die erste Frage berührt alle Probleme, die nicht den logischen Aufbau der Wissenschaft selbst betreffen. Ein Lehrbuch ist nach Bolzano eine zweckmäßige, schriftliche Darstellung einer einzelnen Wissenschaft, die in der Absicht verfaßt ist, andern diese Wissenschaft verständlich und bekannt zu machen und dies auf die leichtest faßliche Weise. Damit dieses Ziel erreicht wird, muß der Verfasser eines Lehrbuches sich die Klasse der Leser seines Buches vorstellen und auf sie Rücksicht nehmen; er muß sich überlegen, welche Abteilungen er machen kann, welche Ordnung er einhalten will, welche Zeichen und Bezeichnungen er neu einführen und gebrauchen will. Er selbst muß sich so verhalten, daß seine Darstellungsweise den Lesern kein Hindernis, die Wahrheit zu erkennen, ist; im Gegenteil muß er mit psychologischem Scharfsinn von vornherein alle Schwierigkeiten beseitigen, oder zu beheben versuchen, die in dem Leser der Erkenntnis der Wahrheit entgegenstehen.

Für Einzelheiten verweise ich auf die Einleitung, in der diese Fragen ausführlicher behandelt sind, weil Bolzano sie selbst weitgehend befolgt, und weil hier der Schlüssel zum Verständnis seiner Art zu schreiben liegt.

Jetzt endlich stehen wir unmittelbar vor dem Kernproblem der gesamten Wissenschaftslehre: wie muß eine Wissenschaft logisch aufgebaut sein?

Bolzano behandelt dieses Problem nicht für eine bestimmte Wissenschaft, sondern für jede. Man kann also nur einen formalen Aufbau erwarten, dem gelegentlich Beispiele aus einzelnen Wissenschaften beigegeben werden. Diesem Ansatz liegt die fundamentale Voraussetzung zugrunde, daß es für alle Wissenschaften eine und dieselbe Form gibt, daß man gleich verfahren muß, ob man ein Lehrbuch der Theologie, der Medizin oder der Mathematik verfaßt. Wie weit diese gleiche Art des Aufbauens reichen kann und nach Bolzano reichen muß, zeigt die eigentliche Wissenschaftslehre. Sie selbst ist eine besondere Wissenschaft, die sich nach ihrem formalen Schema nicht von den übrigen unterscheidet. Alles was in ihr gesagt wird, muß an ihr selbst exemplifiziert werden können. Oft wird sie auch als Beispiel in gleichem Rang mit jeder beliebigen anderen Wissenschaft angeführt.

Jede Wissenschaft besteht aus Sätzen, die nach ihrer Bedeutung innerhalb derselben in 3 Klassen geteilt werden, in wesentliche, in Hilfs- und in gelegenheitliche Sätze. Die wesentlichen Sätze sind die wichtigsten; sie werden in einer Wissenschaft aufstellend vorgetragen. Hat man die wesentlichen Sätze einer Wissenschaft im Gedächtnis,

so übersieht man alles, was in ihr gefunden und erreicht ist. Die Hilfssätze sind solche nicht zu den wesentlichen gehörenden Sätze, die aus anderen Wissenschaften entlehnt sind, weil sich mit ihrer Hilfe manche wesentlichen Sätze stützen oder beweisen lassen. Als gelegenheitliche Sätze bezeichnet Bolzano alle Sätze, die zwar in die Wissenschaft hineingehören, aber zu ihrem Aufbau nichts beitragen, die man also weglassen dürfte, ohne das Verständnis für die Wissenschaft unmöglich zu machen. Beispiele für diese gelegenheitlichen Sätze sind: die Beschreibung des Nutzens einer Wissenschaft, die Darstellung ihrer historischen Entwicklung u.s.w.

Das Fundament einer jeden Wissenschaft sind ein oder mehrere Grundsätze. Das soll heißen: jede Wissenschaft ruht auf einem oder mehreren Sätzen, aus denen sich (selbstverständlich nur mit Hinzuziehung gewisser Untersätze) alle wesentlichen Sätze dieser Wissenschaft ableiten lassen. Je nachdem diese Ableitbarkeit eine objektive oder nur subjektive ist, nennt auch Bolzano die Grundsätze objektive oder subjektive. — Existiert nur Eine Wahrheit, aus der alle wesentlichen Lehren einer Wissenschaft objektiv abfolgen, d. h. daß diese Wahrheit der tatsächliche Grund ist zu allen andern in ihr aufstellend vorgetragenen Sätzen, so ist dies ein „oberster Grundsatz", ein „Prinzip" oder „objektives Prinzip" für diese Wissenschaft. Gilt er nicht gleichzeitig für eine Gruppe von Wissenschaften, sondern nur für eine einzige, so ist er ein oberster Grundsatz im engsten Sinn. Beispiel: oberster Grundsatz im engsten Sinn einer Sittenlehre für Menschen ist: „Befördere das Wohl des Ganzen, so viel du es nach deinen menschlichen Einsichten und Kräften vermagst."

Läßt sich kein objektiver Grundsatz einer Wissenschaft angeben, — oder hat man zwar einen solchen gefunden, aber so, daß er zur subjektiven Ableitung unbrauchbar ist, — so sucht man einen Satz, aus dem sich zwar nicht objektiv, aber doch subjektiv die wesentlichen Lehren einer Wissenschaft ableiten lassen. Einen solchen Satz nennt Bolzano — entsprechend seiner Definition des Erkenntnisgrundes auf S. 12 — eine Erkenntnisquelle, einen bloß subjektiven Grundsatz oder ein subjektives Prinzip für diese Wissenschaft. — Wie es mehrere objektive Grundsätze für eine Wissenschaft geben kann, so ebenso mehrere Erkenntnisquellen. Speziell kann eine einzelne Wissenschaft sowohl objektive als auch subjektive Grundsätze zu ihrem Fundament haben.

Genügt ein Satz den Anforderungen, die wir an einen Grundsatz stellen, nicht für alle wesentlichen Sätze einer Wissenschaft, sondern nur für einen beträchtlichen Teil von ihnen, so nennt Bolzano ihn

einen „teilweisen Grundsatz", oder auch einfach mit demselben Namen wie die allgemeinen Grundsätze.

In diesem Zusammenhang definiert Bolzano zwei Begriffe, die uns sehr geläufig sind: Axiom und Postulat. Er versteht darunter aber etwas wesentlich anderes als wir; die Abweichung von unserer heutigen Auffassung wird ganz klar, wenn alles gesagt ist, was von den Grundsätzen gesagt werden muß. Bolzano schreibt: „Grundsätze, die für sich selbst sehr einleuchten, pflegt man auch Axiome, und wenn sie praktisch sind, Postulate zu nennen". — Ich habe nicht gefunden, daß Bolzano an irgendeiner entscheidenden Stelle diese Begriffe anwendet, so daß der Verdacht naheliegt, daß er diese Definitionen nur mit Rücksicht auf die Vollständigkeit seiner Darstellung erwähnt.

Aus der Begriffsbestimmung der Grundsätze erhellt leicht, daß sie zu allen drei Klassen von Sätzen gehören können, die in einer Wissenschaft vorkommen. Ist ein Grundsatz mit den wesentlichen Sätzen der Wissenschaft von derselben Art, so gehört er auf Grund des Wissenschaftsbegriffes auch zu deren wesentlichen Sätzen. Beispiel: Das oberste Sittengesetz in der Sittenlehre. — Erfüllt er diese Bedingung nicht, so gehört er nur zu den Hilfssätzen, aber an bevorzugter Stelle. — Ein Beispiel zeigt dies deutlicher: nach protestantischer Auffassung hat die christliche Dogmatik als Erkenntnisquelle die Bibel, oder genauer den subjektiven Grundsatz: nur dasjenige ist Lehre des Christentums, was sich in der Bibel findet. Dieser Satz gehört der Dogmatik nicht an, gehört also als einer ihrer Grundsätze zur Klasse der Hilfssätze. — Daß ein Grundsatz in die Randstellung der gelegentlichen Sätze gedrängt werden kann, scheint am schwersten möglich. Es kommt vor in den Fällen, wo wir zwar einen objektiven Grundsatz der Wissenschaft angeben können, aber so, daß er als Erkenntnisquelle unbrauchbar ist, und selbst nicht zu den wesentlichen Sätzen einer Wissenschaft gehört. — Als Beispiel gibt Bolzano den objektiven Grundsatz der Menschheitsgeschichte: „Die Menschheit hat genau alle diejenigen Schicksale erfahren, die für das Fortschreiten derselben im Ganzen sowohl, als auch in ihren einzelnen Gliedern, die allerzuträglichsten waren, insofern wenigstens, als der Zusammenhang des Weltalls es verstattet hatte".

Dieser Satz gibt uns nach Bolzano den letzten Grund aller Ereignisse der Menschheitsgeschichte an, ist aber, wie man sieht, zur Ableitung auch nur eines einzigen Ereignisses unbrauchbar und stellt selbst kein solches Ereignis dar. Deshalb tritt er als gelegenheitlicher Satz auf, der dennoch unentbehrlich ist.

Die ernsteste Forderung, die wir an die Grundsätze stellen müssen, ist die, daß sie wahr sind. Das scheint eine Selbstverständlichkeit, weil nach der Definition der Grundsätze die ganze Wissenschaft, d. h. alles, was hernach in ihr gesagt wird, mit der Wahrheit der Grundsätze steht und fällt. Für die objektiven Grundsätze besteht gar nicht die Möglichkeit des Falschseins, weil das Abfolgeverhältnis nur zwischen wahren Sätzen statthaben kann. Das Verhältnis der Ableitbarkeit dagegen ist festgelegt für Sätze schlechthin. Da jedoch die Sätze, die aus der Erkenntnisquelle, aus dem subjektiven Grundsatz, abgeleitet werden, sämtlich wahr sein müssen, darf auch die Erkenntnisquelle nicht falsch sein; denn wir haben bei dem Kapitel über das Verhältnis zweier Sätze zueinander den Fall nicht angetroffen, daß, ein falscher und ein wahrer Satz in einer Ableitbarkeitsbeziehung zueinander standen.

Mit dieser Forderung der Wahrheit ist nicht gleichzeitig verlangt, daß die Grundsätze auch Grundwahrheiten sein sollen. Es kann ein objektiver oder subjektiver Grundsatz als objektiver oder Erkenntnisgrund aller wesentlichen Sätze einer Wissenschaft sehr wohl selbst Folge anderer Wahrheiten sein, die zu ihm wieder Gründe sind.

Daraus ergibt sich, daß man die Wahrheit der Grundsätze, soweit sie nicht unmittelbar einleuchtet, sicherstellen und daß man alles, was man als Beitrag zu ihrer Glaubwürdigkeit bringen kann, auch bringen muß. Läßt sich nicht die 100prozentige Wahrheit erweisen, so ist es umso wichtiger, die Wahrscheinlichkeit bis zu einem maximalen Grad darzutun. Die größte Sorgfalt muß also gleich hier bei der Fundamentierung einer Wissenschaft aufgewandt werden, da man sonst später für die aufstellend vorgetragenen Sätze erst recht keine Zustimmung verlangen kann.

Die Wahrheit der nicht unmittelbar einleuchtenden Grundsätze kann man nach Bolzano auf zwei verschiedene Arten beweisen. In manchen Fällen wird man eine andere Wissenschaft zu Hilfe nehmen. Entweder wird unser Grundsatz dort aufstellend vorgetragen, dann ist seine Wahrheit dort bewiesen; oder er läßt sich neu beweisen mit Hilfe von Sätzen aus dieser Wissenschaft. — Der zweite Fall ist der, wo man keine fremde Wissenschaft hinzunehmen kann. Dann beweist man den Grundsatz aus solchen Sätzen der Wissenschaft, die er fundamentieren soll, die man uns ohne weiteres zugibt. Natürlich darf man dazu keine unsicheren Sätze nehmen, die erst mit Hilfe des Grundsatzes erwiesen werden können, sondern nur solche wahren Sätze, deren Wahrheit schon ohne den Grundsatz sichergestellt ist. Als Beispiel gibt Bolzano den Grundsatz der Astronomie, daß das

Gravitationsgesetz die Ursache (fast) aller Bewegungen im Weltenraume ist, der erst bewiesen ist durch die vielen Beobachtungen in der Astronomie.

Aus dieser zweifachen Möglichkeit erhellt, das auch das Verhältnis der Grundsätze zu der besonderen Wissenschaft nicht ohne weiteres einleuchtet. Ob wir in einem Grundsatz einen aus der eigenen oder einer fremden Wissenschaft erweisbaren, ob wir einen objektiven oder nur einen subjektiven vor uns haben, muß in den meisten Fällen durch eine Reihe von Schlüssen gezeigt werden.

Man könnte vermuten, daß für die Grundsätze nur Begriffssätze in Frage kämen, weil deren Wahrheit mit größerer Sicherheit gezeigt werden kann. In der Tat ist dies bei reinen Begriffswissenschaften fast immer der Fall. Der objektive Grund einer Begriffswahrheit kann nur wieder eine Begriffswahrheit sein. Auch als Erkenntnisgründe nimmt man in erster Linie Begriffswahrheiten, erst wenn dies nicht mehr möglich oder die Begriffswahrheiten nicht durch ebensolche bewiesen werden können, muß man zu empirischen Wahrheiten greifen. Beispiel: die Offenbarung als Erkenntnisquelle mancher Begriffswahrheiten. — Bei den empirischen Wissenschaften ist es geradezu unmöglich, lauter Begriffssätze als Grundsätze an die Spitze zu stellen; denn zur Ableitung einer empirischen Wahrheit muß sich unter den Vordersätzen mindestens ein empirischer befinden.

Als Abschluß dessen, was über die Grundsätze zu sagen war, möchte ich neben den gelegentlich im Text vorkommenden, als Beispiel den Satz wiedergeben, der nach Bolzano der oberste Grundsatz der gesamten Wissenschaftslehre ist. Er wird gewiß nicht von jedem anerkannt werden, zeugt aber vom Charakter Bolzanos: „Bei der Zerlegung des gesamten Gebietes der Wahrheit in einzelne Wissenschaften und bei der Darstellung dieser Wissenschaften in eigenen Lehrbüchern muß durchaus so verfahren werden, wie es die Gesetze der Sittlichkeit erfordern, und folglich so, daß die größtmögliche Summe des Guten (die möglich größte Beförderung des allgemeinen Wohls) daraus hervorgeht". —

In jeder Wissenschaft sind wegen der größeren Klarheit der Begriffe häufig Vergleichungen, Unterscheidungen, Bestimmungen und Beschreibungen angebracht Unter der Vergleichung einer Reihe von unter A, B, C . . . gedachter Gegenstände versteht Bolzano die Angabe einer Beschaffenheit α, die ihnen allen gemeinschaftlich zukommt. Dagegen ist ihm eine Unterscheidung die Angabe, daß eine bestimmte Beschaffenheit α einer Gruppe von Gegenständen zukomme, einer andern Gruppe aber insgesamt fehle. Eine spezielle Art der Unter-

scheidungen sind die Bestimmungen. Sie sagen aus, daß alle Gegenstände einer Vorstellung A und nur diese die Beschaffenheit α haben, oder daß sich diese Gegenstände durch den Besitz der Beschaffenheit α von allen übrigen unterscheiden. Beschreibungen eines Gegenstandes sind solche Sätze, die das Bild ergänzen sollen, das sich die Leser unwillkürlich von dem Gegenstand einer Vorstellung machen.

Die Vergleichungen, Unterscheidungen und Bestimmungen können zu allen drei Klassen von Sätzen gehören, je nach ihrem Zusammenhang mit der Wissenschaft, die Beschreibungen gehören fast ausschließlich zu den gelegentlichen Sätzen.

Die Vergleichungen helfen dem Leser erkennen, welche Gegenstände näher zusammengehören. Auch sieht er leichter ein, weshalb eine Eigenschaft α einem Gegenstand zukommt, wenn er möglichst viele Gegenstände mit der Beschaffenheit α kennengelernt hat. Die Unterscheidungen schützen davor, Begriffe zu verwechseln oder an unrichtigen Stellen gleichzusetzen. Unrichtige Gleichsetzungen schaden deshalb mehr als unrichtige Unterscheidungen. Trotzdem soll man Gleichsetzungen und Unterscheidungen angeben, auch wenn man vorläufig noch nicht imstande ist zu sagen, worauf sie beruhen. Besser ist es natürlich, auch den Punkt, in Bezug auf den man zwei Begriffe gleichsetzt oder unterscheidet, anzugeben, weil hiermit der Anfang gemacht ist, den Grund der Gleichsetzung oder Unterscheidung einzusehen.

Die Bestimmungen sind das, was von anderen oft Definition genannt ist, und als solche ungemein wichtig. Eine solche Bestimmung gibt als exaktere Form der Unterscheidung die „Kennzeichen" einer Gegenstandsklasse an. Daraus, daß eine gewisse Beschaffenheit α diesen Gegenständen ausschließlich zukommt, lassen sich Vermutungen über die Natur dieser Gegenstände anstellen. Solche Bestimmungen sind immer angebracht, ob es sich um die Natur eines Gegenstandes, ob es sich um zufällige Beschaffenheiten oder auch um Verhältnisse zu andern Dingen handelt. Auch verneinende Bestimmungssätze — das sind solche, die auf verneinenden Vorstellungen fußen — sind oft sehr nützlich. (Beispiel: Gerade als kürzeste Linie zwischen zwei Punkten). Jedoch ist es falsch, überfüllte Bestimmungen anzugeben, weil eine überfüllte Bestimmtung den Schein hervorruft, als genüge eine kleinere Anzahl von Beschaffenheiten nicht, den Gegenstand gegen die andern abzugrenzen.

Die Beschreibungen bringt man nur zur Vervollständigung eines Bildes, besonders in den Punkten, wo die Gefahr besteht, ein unrichtiges Bild zu haben.

Nachdem man die Grundsätze zusammengestellt und ihre Wahrheit oder maximale Wahrscheinlichkeit hinlänglich bewiesen, ferner alle Begriffe so deutlich wie möglich angegeben hat, gibt es nur einen Weg, in einer Wissenschaft vorwärtszukommen, d. h. neue Sätze als wesentliche aufzustellen mit dem Anspruch, daß sie angenommen werden sollen, nämlich das Beweisen. Die Beweise spielen in jeder Wissenschaft eine Hauptrolle.

Bewiesen werden müssen in einer Wissenschaft alle Sätze, die aufstellend vorgetragen werden. Das sind gemäß ihrer Definition zunächst alle wesentlichen Sätze einer Wissenschaft, ferner die Hilfssätze, die wir zum Beweise der wesentlichen Sätze gebrauchen und von denen wir nicht mit Sicherheit voraussetzen dürfen, daß die Leser ihre Wahrheit bereits kennen. Bolzano verlangt also nicht für alle Hilfssätze einen Beweis, obwohl die Hilfssätze wahr sein und ihre Wahrheit auch vom Leser erkannt werden muß, wenn er von der Wahrheit der wesentlichen Sätze überzeugt werden soll. Bolzano macht damit die Notwendigkeit, die Hilfssätze zu beweisen, weitgehend von den Lesern abhängig. Schreibt er für Gelehrte, so beweist er weniger, als wenn er für Anfänger schreibt. Diese methodischen Gesichtspunkte sind bei ihm nie ganz getrennt von den sachlichen.

Bei den wesentlichen Sätzen fällt diese Rücksicht nicht ins Gewicht. — Welche Sätze verdienen es nun, als wesentliche in einer Wissenschaft aufgestellt zu werden? Solche Sätze müssen natürlich wahr sein und von der Art, die die Ursache war, eine Wissenschaft aus ihnen zu bilden. Aus der Gesamtheit aller wahren Sätze einer eigenen Art wird man wieder eine Auswahl treffen. Bolzano will nur die Sätze aufstellend vortragen, die die Beschaffenheit einer hinlänglichen Merkwürdigkeit haben. Das soll heißen: solche Sätze sollen es wert sein, entweder daß der Leser sie in seinem Gedächtnis behält, wie Sätze der Ethik für alle, oder Sätze der Medizin für die Aerzte oder daß der Leser sie einmal genau betrachtet, weil sie ihm für einen späteren Beweis nötig sind oder eine Uebung im Denken gewähren, auch wenn sie wieder vergessen werden, oder daß sie nur zum Nachschlagen aufgezeichnet sind, daß der Leser sich nur einzuprägen braucht, wo er sie etwa finden kann.

Die Wahrheit der aufstellend vorgetragenen Sätze darzutun, ist die Aufgabe der Beweise. — Einschaltend möchte ich an dieser Stelle bemerken, daß das Gewißmachen dieser Sätze zwar notwendig, aber nicht der Zweck der Wissenschaft ist. (Bolzano, *Philosophie der Mathematik* S. 31.) Wenn die Methode eines wissenschaftlichen Vortrages dahin geht, eine möglichst große Gewißheit und Festigkeit der

Ueberzeugung zu bewirken, so widerspricht dies nach Bolzano dem wesentlichen Zwecke desselben. Es wird durch jeden wissenschaftlichen Vortrag die „Uebung im richtigen und ordentlichen Denken" vergrößert und dadurch dann mittelbar die Gewißheit und Festigkeit unserer Ueberzeugungen vermehrt. Das ist aber keinesfalls ihr eigentlicher Zweck. Dieser liegt vielmehr anderswo. Es herrscht nach Bolzano im Inbegriff aller wahren Sätze ein objektiver, von unserer subjektiven Erkenntnis durchaus unabhängiger Zusammenhang, zufolgedessen einige aus diesen die Gründe anderer und diese die Folgen jener sind. Der eigentliche Zweck der Wissenschaft ist, diesen objektiven Zusammenhang der Urteile darzustellen. Man muß also eine Menge von Urteilen so auswählen und aneinanderreihen, daß jeder begründende Satz als ein begründender und jeder gefolgerte als ein gefolgerter erscheint, oder aber, was das gleiche ist, man muß die letzten Gründe seiner Urteile aufsuchen. Dadurch wird man dann in den Stand gesetzt, aus diesen deutlich erkannten Gründen einige Wahrheiten herzuleiten.

Es ist nur konsequent, daß Bolzano die Grundsätze, und zwar nach Möglichkeit die objektiven, an die Spitze jeder Wissenschaft stellt. Die subjektiven sind nur zugelassen, wenn die objektiven zur Herleitung einer Wahrheit nicht geeignet sind, oder wenn man die objektiven nicht kennt. Konsequent ist es auch, daß für Bolzano die Wissenschaft am vollkommensten aufgebaut ist, die möglichst viele ihrer Sätze als Folgen von Gründen herzuleiten weiß. Das Ideal einer Wissenschaft ist, jeden Satz objektiv zu beweisen, d. h. so zu beweisen, daß durch den Beweis seine Richtigkeit und vor allem sein objektiver Grund einleuchtend wird. — Da dies sehr schwierig ist und nur in seltenen Fällen gelungen zu sein scheint, gibt Bolzano auch Beweise aus subjektiven Gründen zu, die nach Möglichkeit später durch bessere ersetzt werden sollen.

Für alle Beweise, ob sie nun den objektiven Grund einer Wahrheit erkennen lassen oder nicht, gelten verschiedene Forderungen. Zu jedem Beweis gehören zwei Teile: 1. die Voraussetzungen oder Prämissen, das sind alle die Sätze, aus denen man einen neuen herleiten will, und 2. die Schlußarten, das sind die Verhältnisse der Ableitbarkeit, nach denen sich der neue Satz aus den Voraussetzungen ergibt.

Die Voraussetzungen müssen unmittelbar einsichtig sein oder bereits bewiesen. Sie dürfen keinen geringeren Grad der Gewißheit haben als der zu beweisende Satz. Die Gründe, weshalb man gerade

diese Vordersätze auswählt, sollen nach Möglichkeit angegeben werden, damit der Leser den Grund eines Beweises einsieht. Alle Vordersätze, die zum Beweise nötig sind, werden aufgeschrieben, damit die Denkübung maximal erreicht und ein möglicher Fehler im Beweis leichter gefunden wird. Die Voraussetzungen werden aber so knapp wie möglich gegeben, d. h. die Sätze nicht in allgemeinster Form, sondern nur so eng, wie sie gebraucht werden. Es wäre ein Fehler, einen umfassenderen Satz als Voraussetzung aufzustellen, als der Beweis erfordert, weil dadurch der Irrtum erzeugt wird, als reiche ein weniger sagender Satz nicht zum Beweise aus. Nach der andern Seite hin wird man Gründe, die nahe liegen, aber doch den Beweis nicht stützen helfen, ausdrücklich zurückweisen.

Damit der Grund eines Beweises ganz deutlich wird, gibt man in vielen Fällen auch die Schlußart an. In der Lehre von den Schlüssen hat Bolzano die rein logischen Schlußarten zusammengestellt, die er jedem nicht ganz ungeübten Leser zum Nachdenken vorlegt. Aber diese formalen Schlüsse würden „höchst langweilig" wirken, wenn wir sie allein anwenden wollten. Bolzano tritt sehr dafür ein, materiale Schlüsse zu ziehen, d. h. Schlüsse, die sich erst aus dem Inhalt der Vordersätze ergeben, wie er in seinem Kapitel über die Erkennbarkeit wahrer Sätze nach vielen Seiten durchdiskutiert.

Je nach der Art des Satzes, den man beweisen will, und je nach der Gesamtkonstellation, kommen die Beweise zur Anwendung, die S. 16—18 behandelt sind. Ist der zu beweisende Satz noch nicht bekannt, und liegt auch kein Grund vor, ihn eher vorzulegen, als bis die Gründe vorgelegt sind, auf denen er beruht, so wendet man das fortschreitende oder progressive Verfahren an. Man geht also von Sätzen aus, die bereits bewiesen sind. Aus diesen werden Folgerungen gezogen, die dem zu beweisenden Satz allmählich näher kommen, aus diesen wieder Folgerungen, bis der neue Satz als Endglied in dieser Kette von Folgerungen erscheint. — Dieses fortschreitende Verfahren läßt sich auch dann anwenden, wenn der Satz zwar schon bekannt ist, aber der Weg, auf dem der Leser hingeführt wird, entweder leicht begreiflich, oder doch nicht schwieriger ist als andere Beweisverfahren. Denn es ist immer natürlicher, von den Gründen zu den Folgen aufzusteigen als umgekehrt.

Ist der zu beweisende Satz schon bekannt und sogar hinlänglich wahrscheinlich, so ist das „rückschreitende" Beweisverfahren am praktischsten. Man steigt von den Folgen zu deren Gründen auf, mit denen zusammen dann auch der zu beweisende Satz wahr wird.

Beide Verfahren lassen sich verbinden, wenn teilweise die erste und teilweise das zweite mehr Vorteile mit sich bringt.

Diesen beiden direkten Beweisverfahren steht das indirekte oder apagogische gegenüber oder die Zurückführung auf eine Ungereimtheit (W. L. IV. § 530). Kommt es nur darauf an, eine feste Ueberzeugung von einem Satz zu vermitteln, so steht das apagogische Verfahren dem direkten in keiner Weise nach. Der Schluß des indirekten Verfahrens ist: „Wenn M ein falscher, also Neg. M ein wahrer Satz wäre, so wäre auch Neg. A eine Wahrheit. Neg. A aber ist falsch. Also ist auch Neg. M falsch und mithin M eine Wahrheit.“ Neg. A ist die Ungereimtheit, auf die der Beweis zurückgeführt wird. Zweckmäßig wählt man als solche einen Satz, dessen Falschheit jedem einleuchtet. Dann hat man nur noch zu beweisen, daß mit Neg. M auch Neg. A wahr sein müßte. Die Gewißheit des Schlusses hängt also davon ab, wie sicher dieser Satz gestellt werden kann. Immer wenn man auf eine geläufige Art Ueberzeugung zu einem Satz hervorrufen will, erlaubt Bolzano das indirekte Verfahren. Es muß dabei nur scharf genug betont werden, daß die auftretenden verneinenden Sätze nicht aufstellend, sondern nur des Beweises wegen, dastehen, und es muß der Satz Neg. A, der an hervorgehobener Stelle steht, mit besonderer Vorsicht ausgewählt werden.

Da Bolzano den Sinn einer Wissenschaft nicht in der Gewißmachung der aufstellend vorgetragenen Sätze, sondern in der Darstellung des objektiven Zusammenhangs zwischen ihnen sieht, lehnt er den indirekten Beweis in der eben angegebenen Form ab. Denn die Sätze, auf die der zu beweisende Satz hier gestützt wird, können niemals den objektiven Grund desselben rein darstellen. — Es stört auch die notwendige Betrachtung falscher Sätze. — Da dennoch dem indirekten Verfahren eine große Ueberzeugungskraft zukommt, die Beweise sich auch oft gleichsam von selbst darbieten, beschäftigt sich Bolzano mit dem Problem, die indirekten Beweise so umzugestalten, daß die Betrachtung falscher Sätze durchaus vermieden wird. Er glaubt, in der Tat eine solche Umgestaltung durch einige leichte Veränderungen gefunden zu haben.

Es muß zunächst möglich sein, den gesuchten Satz M (in der vorhin benutzten Bezeichnung) direkt aus dem wahren Satz A und den Hilfssätzen B, C, D . . . abzuleiten, da ja aus B, C, D . . . und Neg. M Neg. A ableitbar ist. Diese Betrachtung zeigt wieder, daß der indirekte Beweis in der angegebenen Form als ein Umweg nicht den objektiven Grund des Satzes M dartun kann.

Bolzano geht davon aus, daß nur bei Sätzen mit verneinender Prädikatvorstellung das apagogische Verfahren angewandt wird. Es soll, allgemein ausgedrückt, bewiesen werden: Jedes A ist ein Nicht B.

Das indirekte Verfahren schließt folgendermaßen: das kontradiktorische Gegenteil dieses Satzes ist wahr, d. h. die Vorstellung eines A, das B ist, hat Gegenständlichkeit. Dieser Satz gibt mit einer bekannten Wahrheit: „Jedes R ist S" einen Widerspruch, d. h. aus dem ersten Satz läßt sich ableiten: Die Vorstellung eines R, das kein S ist, hat Gegenständlichkeit.

Der logische Weg ist nach Bolzano der, daß aus dem Satz: die Vostellung eines A, das B ist, hat Gegenständlichkeit, drei Sätze abgeleitet werden: 1. Die Vorstellung X hat Gegenständlichkeit. 2. Jedes X ist ein R. 3. Jedes X ist ein Nicht-S. Das bedeutet: der Vorstellung X entspricht ein Gegenstand, der sowohl ein R als auch ein Nicht-S ist. Dabei ist die Vorstellung X entweder gleichgeltend oder weiter als die Vorstellung eines A, das B ist; weil aus der Gegenständlichkeit der letzteren auf die Gegenständlichkeit einer ihr gleichgeltenden oder weiteren, nicht aber auf die einer engeren Vorstellung geschlossen werden kann. Die Vorstellung X ist also von der Form: Ein A', das auch ein B' ist, wobei A' und B' aus A und B durch Weglassen gewisser Bestandteile kervorgegangen, also weitere oder gleichumfassende Vorstellungen sind.

Dies benutzt Bolzano zu seiner Umgestaltung. Die Vorstellung X entkleidet er weiter einiger Merkmale und gewinnt die Vorstellungen X' und X'', die beide Gegenständlichkeit haben, und von denen gilt: Jedes X' ist ein R und Jedes X'' ist ein Nicht-S. Diese beiden Sätze lassen sich als Aussagen von weiteren Vorstellungen mit denselben Hilfsmitteln beweisen, wie sie unter 1—3 angegeben. Betrachten wir diese zusammen mit der Hilfswahrheit: Jedes R ist S, so folgt daß die Vorstellungen X' und X'' sich ausschließen, oder „daß die Vorstellung eines Etwas, das zugleich X' und X'' wäre, umso gewisser als die engere „zusammengesetztere" Vorstellung eines A, welches zugleich ein B wäre, gegenstandslos sei. Daraus folgt, wenn A gegenständlich ist: Jedes A ist ein Nicht-B.

Als Beispiel führt Bolzano den Satz an, daß im Dreieck der größeren Seite der größere Winkel gegenüberliegt. Er hat damit die Betrachtung falscher Sätze aus dem indirekten Beweis herausgeschafft. Aber einen Anspruch, den Satz objektiv zu begründen, kann der indirekte Beweis nicht machen.

Die Induktions- und Analogiebeweise finden dort ihre Anwendung, wo ein anderer Beweis noch fehlt, besonders oft bei empirischen

Wahrheiten, aber auch da, wo wir Begriffswahrheiten noch nicht aus reinen Begriffen herleiten können. Der Vollständigkeit halber seien auch die Beweise des Ansehens erwähnt.

Allgemein gilt: die Beweise in einer Wissenschaft sind umso zweckmäßiger und vollkommener, je mehr Zuversicht sie zu einem Urteil erzeugen und je besser sie auf spätere Zwecke zugeschnitten sind. Der Gang muß begreiflich sein. Besonders hinweisen kann und darf man auf einzelne Beweise aus zwei Gründen: entweder auf Sätze, die einem selbst nicht ganz sicher erscheinen, damit sie schärfer durchdacht werden, oder auf Beweise, die von besonderer Wichtigkeit sind.

Durch Folgerungen aus den bewiesenen Sätzen und durch Beispiele zu ihnen erreicht man noch eine größere Deutlichkeit.

Liefern die Beweise mit der Sicherheit eines Satzes gleichzeitig seine objektive Begründung, wie es in dem Ansatz der Fundamente als objektiver Prinzipien, soweit es möglich ist, vorgesehen ist, so hat die Wissenschaft erreicht, was sie erreichen kann. Die objektive Begründung ist aber an das Material jeder einzelnen Wissenschaft gebunden, und als solche nicht mehr Gegenstand der Wissenschaftslehre.