

# Idealistische und pragmatistische Elemente des Intuitionismus

Guido LÖHRER (Freiburg i.Br.)

## I. Einleitung

Unter Intuitionismus verstehe ich eine semantische Theorie, die ich hier in Gestalt der Intuitionistischen Typentheorie des schwedischen Logikers und Mathematikers Per Martin-Löf betrachte.<sup>1</sup> Martin-Löf hat seine Typentheorie anfänglich mit der Absicht entwickelt, Klärungen innerhalb der konstruktiven oder intuitionistischen Mathematik vorzunehmen.<sup>2</sup> Inzwischen ist sie jedoch, vor allem durch die Arbeiten von Aarne Ranta,<sup>3</sup> eine auch für natürliche Sprachen bereits recht weit entwickelte Theorie, die zahlreiche linguistische Phänomene (Fragen, Befehle, propositionale Einstellungen, Ellipsen, Anaphora, diskurssemantische Phänomene) abdeckt. So bietet sie sich als natürlicher Verbündeter solcher antirealistischer Bedeutungstheorien an (Dummett), die klassisch entworfene wahrheitskonditionale oder modale Semantiken ebenso zurücklassen wie sie den Gebrauch von „Wahrheitssurrogaten“,<sup>4</sup> z. B. des Begriffs der „Überbehauptbarkeit“ (*superassertibility*),<sup>5</sup> zurückweisen.

Entscheidend für die Wahl der Art einer semantischen Theorie ist die Beantwortung der Frage, womit Logik es innerhalb einer semantischen Konzeption zu tun hat. Geht es um die Ebene der Propositionen und damit primär um Wahrheit oder Falschheit, oder geht es um die Ebene der Urteile und damit um die Richtigkeit dieser sprachlichen Handlungen und das damit erworbene Wissen? Im zweiten Fall spielt Wahrheit für die Bestimmung der Bedeutung eine wichtige, doch gleichwohl untergeordnete Rolle. Diese Konzeption, nach der der Begriff des Urteils in einer Ordnung der Begriffe grundlegender ist als der Begriff der Proposition und nach der Logik es weniger mit der Wahrheit von Propositionen als mit der Korrektheit von Urteilen und dem Erwerb des durch diese Urteile ausgedrückten Wissens zu tun hat,<sup>6</sup> sehe ich als eine grundlegende Gemeinsamkeit von (erkenntnistheoretischem) Idealismus, Pragmatismus und Intuitionismus an. Eine solche Logik involviert

<sup>1</sup> Cf. P. Martin-Löf 1984 u. 1996.

<sup>2</sup> Cf. Nordström/Petersson/Smith (Ms.), 1.

<sup>3</sup> Cf. Ranta 1988, 1990, 1991a, 1991b u. 1994.

<sup>4</sup> Hinzen 1997, 150 u. ders. (Ms.).

<sup>5</sup> Zu einer überbehauptbarkeitskonditionalen Semantik, die den Begriff der *superassertibility* in das Davidsonische Interpretationsschema einsetzt, cf. Wright 1987, Kap. 9, bes. 295–309 u. ders. 1992, 57–70.

<sup>6</sup> Cf. Martin-Löf, 1987, 419.

auch epistemische Begriffe. Damit befindet sie sich in Opposition zum Hauptstrom logischer und semantischer Theorien im 20. Jahrhundert, die auf eine strikte Separierung von Logik und Erkenntnistheorie gedrängt haben.

Die typentheoretische Ansicht von Sprache ist eine pragmatische. Urteile sind nach ihrem Verständnis, anders als Propositionen, Handlungen, genauer: Handlungen der Zuordnung. So werden z.B. Variablen, die in der klassischen Semantik ‚untyped‘ sind, im Urteil Typen zugeordnet. Die Gedanken der Gültigkeit und der Vollständigkeit einer solchen Zuordnung aber bringen, wie ich am Schluß argumentiere, über das pragmatische hinaus ein pragmatistisches Element ins Spiel.

Ich werde im folgenden die Klärungen einiger zentraler Begriffe des Intuitionismus vornehmen, die ich als idealistisch oder pragmatistisch inspiriert deute. Es sind dies

- (1) der Begriff der wahren Proposition und damit die Begriffe der Proposition und der Wahrheit,
- (2) der Begriff des korrekten Urteils und damit die Begriffe des Urteils und der Richtigkeit und der Evidenz eines Urteils,

und

- (3) der Begriff des gültigen Beweises und damit die Begriffe der Geltung und des Beweises oder der Rechtfertigung.

Dreimal geht es um Wahrheit: (1) um die Wahrheit der Proposition, (2) um die Wahrheit des Urteils und (3) um den – emphatisch – wahren Beweis, d.h. denjenigen, der den Titel eines Beweises zu Recht trägt. Da diese Äquivokationen jedoch verwirrend sind und Quell von Irrtümern sein können, ist eine Unterscheidung mittels einer etwas technischeren Terminologie, die vor allem epistemische und nichtepistemische Begriffe sowie Akte und Objekte zu unterscheiden weiß, hilfreich. Die folgende Tafel präsentiert eine Ordnung der zu behandelnden Begriffe:<sup>7</sup>

Fig. 1

<i>Nichtepistemische Begriffe</i>	<i>Epistemische Begriffe</i>
Proposition	Urteil (Behauptung)
Beweis (Verifikation) einer Proposition	Beweis (Demonstration) eines Urteils
Wahrheit einer Proposition	Wahrheit (Korrektheit) eines Urteils

Ich gebe zunächst (II) eine Darstellung der intuitionistischen Deutung von Proposition und Urteil, deute anschließend die dabei zum Zuge kommenden Wahr-

<sup>7</sup> Cf. Martin-Löf 1998, 107.

heitsbegriffe als idealistische Elemente des Intuitionismus (III) und plädiere zuletzt (IV) für die Anerkennung einer Beziehung zwischen dem Begriff eines gültigen Beweises und pragmatistischen Konzeptionen bei James und Peirce.

## II. Propositionen und Urteile

Von einer intuitionistischen Warte aus betrachtet, können die Begriffe der Proposition und des Urteils nicht unabhängig voneinander erklärt werden. Wenn wir zunächst den Propositionsbegriff explizieren, so ist dies nicht möglich, ohne auf den Urteilsbegriff zurückzugreifen. Dasselbe gilt für die Begriffe der Wahrheit einer Proposition und der Korrektheit eines Urteils.<sup>8</sup>

Proposition (engl. *proposition*) ist Russells Übersetzung für Freges Gehalt (*content*) eines Satzes, für das, was er in der *Begriffsschrift* einen „*beurtheilbaren Inhalt*“ und später Gedanke genannt hat.<sup>9</sup> Propositionen sind dasjenige, was wir für wahr und bisweilen auch für falsch halten, und Propositionen oder propositionale Funktionen sind dasjenige, womit logische Operationen angestellt werden. Frege spricht von Gedankengefügen.<sup>10</sup>

Urteile dagegen sind diejenigen sprachlichen Handlungen, die Propositionen zum Gehalt haben, den sie mit epistemischer Kraft äußern, und sie sind dasjenige, was von logischen Gesetzen (Gesetzen des Schließens) regiert wird.<sup>11</sup> Dies ist ein Punkt, den die Typentheorie von Frege übernimmt. Demnach verhält es sich nicht so, daß die Proposition  $A \& B$  aus den Propositionen  $A$  und  $B$  folgt, sondern daß die Wahrheit der Proposition  $A \& B$  aus der Wahrheit der Proposition  $A$  zusammen mit der Wahrheit der Proposition  $B$  folgt. Die richtige Form der Einführungsregel für die Konjunktion ist darum nicht

$$\frac{A \quad B}{A \& B},$$

sondern

$$\frac{A \text{ ist wahr} \quad B \text{ ist wahr}}{A \& B \text{ ist wahr.}}$$

Doch, was – genauer – ist eine Proposition, und was ist ein Urteil? Nun zeigt sich die Dependenz der beiden Begriffe. „Was ist eine Proposition?“: das ist die Sokratische, ontologisch motivierte Weise, Fragen dieser Art zu stellen (τί ἐστὶ ...). Eher erkenntnistheoretisch ausgerichtet, läßt sich diese Frage umformulieren in: „Was heißt es, eine Proposition zu kennen?“, oder besser: „Welches Wissen ist in einem Urteil der Form ‚ $A$  ist eine Proposition‘ ausgedrückt?“ Oder schließlich auf eine linguistische Sprachform gebracht: „Was bedeutet ein Urteil der Form ‚ $A$  ist

<sup>8</sup> Cf. ebd. u. Sommaruga-Rosolemos 1997, 274.

<sup>9</sup> Cf. Frege 1879, 2 u. ders. 1918, 35.

<sup>10</sup> Cf. Frege 1923.

<sup>11</sup> Cf. Martin-Löf 1996, 11 f. und ders. 1998, 107 f.

eine Proposition?'<sup>12</sup> Durch die Einführung eines epistemischen Aspekts mittels der Umformulierung der ontologischen in eine erkenntnistheoretische oder linguistische Frage zeigt sich, daß die Beantwortung der Frage, was eine Proposition ist, in Abhängigkeit von der Richtigkeit eines Urteils gesehen werden muß, mit dem geurteilt wird, daß etwas eine Proposition ist. Der Begriff des Urteils, das eine Proposition zum Gehalt hat, ist somit in der Ordnung der Begriffe früher oder grundlegender als der Begriff der Proposition. Der Begriff des Urteils aber ist ein epistemischer Begriff. Er ist mit dem Begriff der Erkenntnis oder des Wissens verbunden. Die Bedeutung eines Urteils ist durch das Wissen bestimmt, dessen Besitz einen Urteilenden ins Recht setzt, das in Rede stehende Urteil zu treffen.<sup>13</sup> Um zu verstehen, was eine Proposition ist, ist darum zu fragen: „Was macht das Urteil ‚A ist eine Proposition‘ (in formaler Notation: A:PROP) wahr; wahr im Sinne von korrekt?“ Oder anders formuliert: „Was muß man wissen, um eine Behauptung der Form A:PROP machen zu dürfen?“<sup>14</sup>

Was aber motiviert es, die Sache so anzugehen? In einer klassischen Semantik, so scheint es, stellt sich die Frage nach der Korrektheit eines Urteils oder einer Behauptung gar nicht. Eine Theorie dieser Art unterscheidet die Syntax eines Ausdrucks und seine modelltheoretische Interpretation. Propositionen sind durch (klassisch verstandene) Wahrheitsbedingungen bestimmt.<sup>15</sup> Wahrheitsbedingungen für einen hinsichtlich seiner Syntax bestimmten wohlgeformten Ausdruck A werden nach dem Schema der Wahrheitsdefinition Tarskis gewonnen. Mit Hilfe einer geeigneten Metasprache, die eine metasprachliche Übersetzung von A enthält, lassen sich die Wahrheitsbedingungen für A angeben. Die Wahrheitsbedingung eines komplexen Ausdrucks ist eine Funktion der Wahrheitsbedingungen seiner Konstituenten (Kompositionalitätsprinzip) plus der Art ihrer syntaktischen Zusammenstellung.<sup>16</sup> Sie gibt den neutralen Gehalt des Satzes an. Nach klassischem Verständnis besitzt jeder wohlgeformte Satz eine bestimmte Wahrheitsbedingung und damit einen bestimmten Gehalt, ganz gleich ob irgend jemand diese Bedeutung kennt oder versteht, was heißt: ganz gleich ob jemand ihn urteilt oder nicht.<sup>17</sup>

Nun ist aber klar, daß sich ein Verfahren der Interpretation durch metasprachliche Übersetzung nur dann anwenden läßt, wenn man bereits über eine Meta- oder Übersetzungssprache verfügt. Bei grundlegenden Ausdrücken wird dies indes nicht der Fall sein, da sie sich eben dadurch auszeichnen, auf keine anderen Ausdrücke zurückgeführt und mit ihnen übersetzt werden zu können. Ihre Bedeutung muß darum anders bestimmt werden.

Die Intuitionistische Typentheorie bietet hierzu, statt der Trennung von Syntax

<sup>12</sup> Cf. Martin-Löf 1996, 31f. Martin-Löf 1996, 32: „These various ways of posing essentially the same question reflect roughly the historical development, from a more ontological to a more knowledge theoretical way of posing, and answering, questions of this sort, finally ending up with something which is more linguistic in nature, having to do with form and meaning.“

<sup>13</sup> Cf. Martin-Löf 1995, 188.

<sup>14</sup> Cf. Martin-Löf 1995, 189.

<sup>15</sup> Cf. Wittgenstein (TLP), 4.024.

<sup>16</sup> Cf. Skorupski 1997, 35f.

<sup>17</sup> Cf. Künne 1992, 232.

und modelltheoretischer Semantik, den Gebrauch interpretierter formaler Systeme an. Elemente, wie Urteile, die in einer modelltheoretischen Semantik nur implizit in der Metasprache verwendet werden, werden nun formal repräsentiert und sorgfältig gedeutet.<sup>18</sup> Soll eine syntaktische Form in die Form einer sprachlichen Handlung eingebracht werden, muß deren Semantik angegeben werden. Zu erklären ist, welche Handlung mittels eines Ausdrucks dieser Form ausgeführt wird. Und dies geschieht am leichtesten dadurch, daß man die Bedingungen für die Korrektheit der Ausführung einer Handlung dieser Form angibt.<sup>19</sup>

Wir tun dies nun für die sprachliche Handlung des Urteilens oder Behauptens, und zwar für die beiden Urteilsformen, die uns bei der Klärung des Propositionsbegriffs und des Begriffs der Wahrheit einer Proposition am nützlichsten sind. Es sind dies die bereits erwähnte Urteilsform ‚A ist eine Proposition‘ (A:PROP oder ‚A ist ein Objekt des Typs Proposition‘) und die bei Frege einzig diskutierte Urteilsform ‚A ist wahr‘.<sup>20</sup>

Auch hier zeigt sich eine Abhängigkeit: die Abhängigkeit korrekter Urteile der Form ‚A ist wahr‘ von der Korrektheit der Urteile der Form ‚A ist eine Proposition‘. Denn geht es darum zu bestimmen, ob eine Proposition A wahr ist, so kann das Urteil, daß A wahr ist, nur unter der Voraussetzung gerechtfertigt werden, daß man sich davon überzeugt hat, daß A eine Proposition ist. Ob A eine Proposition ist, stellt man fest, indem man sieht, was für eine Proposition A ist. Und was für eine Proposition A ist, weiß man, wenn man weiß, was als Beweis für die Proposition A zählt. Korrekt oder gerechtfertigterweise urteilen, daß A eine Proposition ist, heißt ein Verfahren kennen, mit dem A bewiesen werden kann. Dies muß einem Urteil, daß A wahr ist, vorausgehen oder dafür vorausgesetzt werden. Und ein Urteilender ist nur dann im Recht ‚A ist wahr‘ zu urteilen, wenn er einen Beweis für A kennt. ‚A ist wahr‘ heißt, daß es einen Beweis für A gibt oder daß A bewiesen werden kann oder daß A beweisbar ist.

Eine neue, nichtfregesche Deutung von (Freges) Sinn und Bedeutung läßt sich wie folgt angeben: Der Sinn eines Satzes, die Proposition, ist eine Vorschrift, einen Beweis für das Urteil ‚A ist wahr‘ zu führen. Der Sinn ist verstanden, wenn man ein Beweisverfahren kennt, mit dem man A beweisen kann. Die Bedeutung ist das Resultat der Ausführung dieser Vorschrift, nämlich ein Beweis von A.

Dies alles ist jedoch wenig erhellend, solange die Ambiguität des Urteilsbegriffs als Urteilsakt und Geurteiltes und des Beweisbegriffs, mit dem einmal der Prozeß

<sup>18</sup> Cf. Martin-Löf 1984, 3f. Ranta 1994, 17 weist darauf hin, daß dieses Expliziteitsideal auf einer Linie mit dem von Freges ursprünglicher Version der Prädikatenlogik in der *Begriffsschrift* angestrebten liegt. Frege 1879, 3: „Alles, was für eine richtige Schlussfolgerung nöthig ist, wird voll ausgedrückt; (...) nichts wird dem Errathen überlassen.“

<sup>19</sup> Cf. Ranta 1994, 138 u. ders. 1988, 388.

<sup>20</sup> Cf. Frege 1923, 73f., Anm. 3. Weitere kategorische Urteilsformen der Typentheorie, in der Urteile als Handlungen der Zuordnung betrachtet werden, sind:

$\alpha$ :TYPE	$\alpha$ ist ein Typ.
PROP:TYPE	Propositionen bilden einen Typ (sind dessen Objekte).
$A = B$ :PROP	A und B sind dieselbe Proposition.
$a$ :A	a ist ein Beweisobjekt für die Proposition A.
$a = b$ :A	a und b sind identische Beweisobjekte der Proposition A.

des Beweisens oder die Demonstration und zum anderen das Beweisobjekt oder der Wahrmacher gemeint sein kann, nicht aufgelöst ist. Das sei wie folgt versucht:

Handlungen können korrekt sein. Von Propositionen dagegen sagen wir, daß sie wahr sein können. Damit die sprachliche Handlung des Urteilens (Akt) korrekt ist, muß das damit Geurteilte (Objekt) in einem Beweisakt (Demonstration) bewiesen (demonstriert) werden. Eine Demonstration ist die Konstruktion eines Beweisobjekts *a* gemäß den durch die Proposition vorgeschriebenen Konstruktionsregeln.<sup>21</sup> Das Beweisobjekt macht die Proposition wahr, verifiziert sie. Daß die Proposition *A* wahr ist heißt, daß es ein Beweisobjekt *a* gibt, in dessen Kenntnis sich ein Urteilender mittels eines Beweis- oder Konstruktionsprozesses zu bringen vermag, so daß sein Urteil ‚*A* ist wahr‘ korrekt ist, denn dessen explizite Form drückt nun die Erkenntnis aus: ‚*a* ist ein Beweisobjekt für die Proposition *A*‘ oder ‚*a* macht die Proposition *A* wahr, verifiziert die Proposition *A*‘ (formal: *a:A*).

Dies kann als eine Variante der Korrespondenztheorie der Wahrheit angesehen werden; ein Prinzip, von dem nicht erst Dummett, sondern bereits James annimmt, es werde von Pragmatisten und Intellektualisten, Realisten und Antirealisten „in gleicher Weise als etwas Selbstverständliches gelten“ gelassen und akzeptiert und werde erst durch die unterschiedliche Interpretationen der Relata spezifiziert.<sup>22</sup> – Wie man sieht – und dies ist ein wichtiger Punkt –, kann die Typentheorie, anders als modelltheoretische Semantiken, die Relation von Wahrmacher und Wahrgemachtem ohne Metasprache in einer einzigen Sprache angeben.

Daß ein Urteil der Form ‚*A* ist wahr‘ korrekt ist, bedeutet, daß man sich das mit *a:A* ausgedrückte Wissen verfügbar machen kann. Das Urteil ‚*A* ist wahr‘ ist folglich nicht dann und nicht darum korrekt, weil *A* wahr ist, unabhängig davon, ob wir dies wissen oder nicht, sondern weil wir wissen, d. h. beweisen können, daß *A* wahr ist.<sup>23</sup>

Wahrheit ist intuitionistisch betrachtet Beweisbarkeit. Dies involviert den Begriff der Möglichkeit. Eine Proposition ist *potentiell* wahr, wenn sie *beweisbar* ist, d. h. wenn sie bewiesen wurde, gerade bewiesen wird oder bewiesen werden wird. *Actus est prior potentia* und *Ab esse ad posse valet consequentia*, folgt Martin-Löf Aristoteles und Thomas von Aquin.<sup>24</sup> Keineswegs gilt indes das Umgekehrte. Wir

<sup>21</sup> Cf. Sommaruga-Rosolemos 2000, 62.

<sup>22</sup> James 1907, 96; dt. 1975, 162. – Dummett 1993, 52: „If a statement is true, there must be something in virtue of which it is true.“ Cf. ders. 1978, 373. Cf. die Wendung „to render true“ in ders. 1993, 234. Realistische Deutungen des ‚Principle of Correspondence‘ finden sich u. a. bei Searle 1995, 211–213 u. Mulligan/Simons/Smith 1984, 211. Eine intuitionistische Deutung dieses Prinzips gibt Martin-Löf 1998, 112: „(T)he intuitionist, or verificationist, notion of truth is really a version of the correspondence notion of truth, truth as agreement with reality: the only novelty is that we call that thing in reality, or in the world, which has to be there in order for the proposition to be true, its proof, or verification.“ Cf. auch Sundholm 1994a.

<sup>23</sup> Martin-Löf 1996, 23 (vs. Aristoteles: *Metaphysik* Θ 10, 1051 b 6–9): „(T)he condition for it to be right of me to affirm a proposition *A*, that is, to say that *A* is true, is not that *A* is true, but that I know that *A* is true.“

<sup>24</sup> Cf. Martin-Löf 1991, 142f., cf. ders. 1996, 38, 46, 48, 50, 55, 57. Eine intuitionistische Anwendung dieses Prinzips findet sich bereits bei Heyting 1931, 114: „(W)enn wir die Aussage (Proposition, G. L.): ‚die Aussage *p* ist beweisbar‘ durch  $+p$  andeuten, so ist  $+p$  eine logische Funktion, die ‚Beweisbarkeit‘. Die Behauptungen  $\vdash p$  und  $\vdash +p$  haben genau dieselbe Bedeutung; denn wenn *p* bewiesen ist, so ist auch die

sind nicht allwissend. Nicht alles Beweismögliche ist auch tatsächlich bewiesen worden und damit *aktuell* wahr, noch haben wir Grund zu der Annahme, jede Proposition, mithin alles, für das ein Beweisverfahren verfügbar ist, werde auch einst bewiesen werden. Dem steht schon, wie James festhält, die Beschränkung und Verteilung von Gewichtungen zugunsten einer sinnvollen Lebensführung entgegen.<sup>25</sup> Haben wir aber eine Proposition *A* bewiesen, so haben wir uns das Urteil ‚*A* ist wahr‘ durch die Zuordnung eines Beweisobjekts evident gemacht, oder, was dasselbe ist, wir haben, zieht man wie Kant und Dewey die juristische der optischen Metapher vor, das Urteil gerechtfertigt.

Die Begriffe der Korrektheit und der Evidenz eines Urteils bestimmen wir darum zusammenfassend noch einmal so:

*Korrekte* Urteile sind demonstrierbare Urteile. Es ist einem Urteilenden bekannt, wie ein Beweisobjekt für die Proposition aussieht, die Gegenstand des Urteils ist, und wie ein solches Beweisobjekt gefunden werden kann. *Evident* ist ein Urteil, dessen Demonstration oder Beweisprozeß abgeschlossen ist. Ein konstantes Beweisobjekt für die Proposition ist gefunden bzw. konstruiert, die Proposition durch ein Beweisobjekt wahr gemacht. Noch kürzer: ‚Korrekt‘ heißt ‚demonstrierbar‘, ‚evident‘ heißt ‚erkannt‘.

Was aus der intuitionistischen Devise, nach der Wahrheit Beweisbarkeit ist und die Wahrheit einer Proposition ihre Erkennbarkeit impliziert,<sup>26</sup> erhellt, ist, daß der Begriff des Beweises einer Proposition in der begrifflichen Ordnung früher ist als der Begriff der Wahrheit. Wer sagt, eine Proposition sei wahr, drückt aus, daß er weiß, daß sie wahr ist, daß er sie beweisen kann. Da Propositionen konzeptuell von den Urteilen abhängen, in denen sie vorkommen und die ihre Beweisobjekte enthalten, stellt sich die Frage nach der Wahrheit einer Proposition unabhängig von jeglichem Wissen, d. h. nach der (absoluten) Wahrheit einer Proposition überhaupt nicht.<sup>27</sup> Eine Proposition, die nicht von einem Urteilkontext abhängig ist, der zumindest und gegebenenfalls nur ein (Beweisbarkeit anzeigendes) variables Beweisobjekt für ebendiese Proposition enthält, ist falsch.

Der Urteilkontext repräsentiert das Wissen und die Überzeugungen eines Urteilenden. Gewußt sein heißt, von jemandem gewußt werden. Insofern ist der Wahrheitsbegriff von menschlichem Wissen abhängig, ohne dadurch selbst zu einem epistemischen Begriff zu werden. Denn die Wahrheit (einer Proposition) wird typentheoretisch genau nicht, wie in manchen antirealistischen Bedeutungstheorien üblich,<sup>28</sup> durch Behauptbarkeit oder Überbehauptbarkeit ersetzt. Und es treten

---

Beweisbarkeit von *p* bewiesen“. Zu den Quellen dieses Prinzips cf. Aristoteles: *Metaphysik* Θ 8, 1049 b 5 u. Thomas v. Aquin: *In Duodecim Libros Metaphysicorum Aristotelis Expositio*, lib. 9, lect. 7 (1845, 1846).

<sup>25</sup> Cf. James 1907, 111; dt. 1975, 183 f. Cf. Graeser 1999.

<sup>26</sup> Zu Angriffen auf dieses Prinzip (Fitchs Argument in seinen Variationen) und seinen intuitionistischen Verteidigungen cf. Löhrer 1997 u. Hinzen 1997.

<sup>27</sup> Brouwer 1975, 488: „there are no non-experienced truths“.

<sup>28</sup> Cf. Fn. 5. Cf. Dummett 1978, 17 f., der diese Sicht inzwischen nicht mehr teilt. Cf. gegen ebendiese Sicht Martin-Löf 1995, 193 u. ders. 1998, 110 f. Zu Dummett cf. auch Sundholm 1994b, 162, bes. Anm. 57.

nicht Behauptbarkeitsbedingungen an die Stelle von Wahrheitsbedingungen. Behauptbarkeit gehört auf eine andere Ebene: sie definiert das Urteil oder die Behauptung.

### III. Idealistische (und pragmatistische) Elemente des Intuitionismus

Diese durch Brouwer, Heyting und Kolmogoroff inspirierte Sicht, die den Beweisbegriff dem Wahrheitsbegriff voranstellt, ist nun offensichtlich ein idealistisches Element des Intuitionismus; idealistisch im Sinne eines erkenntnistheoretischen Idealismus.<sup>29</sup> Für den Mathematiker Brouwer ist die wichtigste Quelle philosophischer Inspiration Kant, insbesondere Kants Bestimmung mathematischer Erkenntnis als eines „intuitiven [Vernunftgebrauchs] durch die Konstruktion der Begriffe“;<sup>30</sup> ein Verfahren, das Brouwer dann durchaus nicht auf das Gebiet der Mathematik eingeschränkt sehen wollte.

Die mathematische Erkenntnis resultiert, schreibt Kant in der *Kritik der reinen Vernunft*, „aus der Konstruktion der Begriffe. Einen Begriff aber konstruieren, heißt: die ihm korrespondierende Anschauung a priori darstellen.“<sup>31</sup> Dieses Apriori ist ein synthetisches. Mathematische Erkenntnis (in Geometrie und Arithmetik) durch „Construction der Begriffe“ muß nach dem Wortlaut der *Prolegomena*

(...) in ihren Sätzen über den Begriff zu demjenigen, was die ihm correspondirende Anschauung enthält, hinausgehen (...): so können und sollen ihre Sätze auch niemals durch Zergliederung der Begriffe, d. i. analytisch, entspringen und sind daher insgesamt synthetisch,<sup>32</sup>

und damit Urteile eines Typs, die Kant Erweiterungsurteile nennt.<sup>33</sup> Erst durch eine Konstruktion des durch den Begriff vorgeschriebenen mathematischen Objekts, das sich diesem Begriff als Resultat der Befolgung dieser Vorschrift zuordnen läßt, macht man sich das Urteil evident.

Diese Sicht der Mathematik widerspricht, so sieht es aus, der These Carnaps, Sätze der Arithmetik seien durchweg analytisch, so wie jedes Urteil der Form ‚A ist eine Proposition‘ analytisch sei.<sup>34</sup> Doch läßt sich dieser Widerstreit typentheoretisch auflösen. Ich wähle zur Erläuterung das Beispiel eines synthetischen Urteils *a posteriori*.<sup>35</sup>

Sage ich: „Im Film *From Russia with Love* von 1963 spielt Sean Connery den Agenten James Bond“, wird keine noch so große Anstrengung begrifflicher Analyse dessen, was in diesem Urteil enthalten ist, es bestätigen, daß Connery in diesem Film Bond spielt. Um sich davon zu überzeugen, bleibt uns nichts anderes übrig, als uns den Film anzusehen oder auf indirekte Weise, etwa durch Nachschlagen

<sup>29</sup> Cf. Martin-Löf 1987, 413 f., 419, ders. 1996, 37 u. Jacobs 1989, 400, 405.

<sup>30</sup> Kant (KrV), B 747.

<sup>31</sup> Kant (KrV), B 741. Cf. B 298 f. u. B 751 f.

<sup>32</sup> Kant (Prol), 272.

<sup>33</sup> Cf. Kant (KrV), B 11.

<sup>34</sup> Cf. Carnap 1956, 209; dt. 1972, 262 f.

<sup>35</sup> Cf. zum Folgenden Martin-Löf 1994, 89 f.

in einem Filmlexikon, eine entsprechende Einsicht zu erlangen. Somit ist der Film, den wir ansehen, oder die Lektüre des Lexikonartikels oder einfach das cineastische Wissen, auf das wir zurückgreifen, dasjenige, was uns das Urteil evident macht. Und das heißt eben, daß dieses Urteil ein synthetisches ist.

Betrachten wir dagegen den gesamten Komplex, bestehend aus der Äußerung „In *From Russia with Love* spielt Connery Bond“ und dem gesehenen Film, als ein Urteil, ist dieses Urteil analytisch oder ein Erläuterungsurteil: Es enthält alles, was nötig ist, um es sich evident zu machen. Jedes evidente synthetische Urteil fußt somit auf einem analytischen. Und man erhält das synthetische Urteil, indem man einen bestimmten Bestandteil des analytischen Urteils unterdrückt: nämlich die wahrmachenden Beweisobjekte oder Erfahrungen.

Nennt nun Kant mathematische Erkenntnis synthetisch, hat er mit dieser metamathematischen Bemerkung den Beweis- oder Konstruktionsprozeß im Sinn, mit dem man sich ein Urteil evident macht, während die Bestimmung der Mathematik als analytisches Geschäft à la Carnap von einem evidenten Urteil, der abgeschlossenen Zuordnung eines konstanten Beweisobjekts zu einer Proposition, ausgeht, was eine analytische Verbindung ist.

Wir haben hierbei Kants Begriff, der zur Gewinnung mathematischer Erkenntnis eine Konstruktion erfordert, als Proposition, als Vorschrift für die Konstruktion eines Beweisobjekts gedeutet. Intuitionistische Analysen des Verhältnisses von Proposition und Beweis gibt es mehrfach. Wir sind nicht auf eine einzige Terminologie verpflichtet. Kolmogoroff setzt an die Stelle von *Proposition* den Terminus *Aufgabe* und ersetzt *Beweisobjekt* durch *Lösung der Aufgabe*.<sup>36</sup> Computerwissenschaftler, die im Martin-Löf'schen Paradigma arbeiten, sprechen von einer Proposition oder einer Menge als der Spezifikation eines Programmierungsproblems und den Elementen dieser Menge als den Programmen, die die Spezifikation einlösen.<sup>37</sup>

Fig. 2

A	<i>a</i> : A	A ist wahr
Menge	<i>a</i> ist ein Element der Menge A	A hat ein Element
Proposition	<i>a</i> ist ein Beweisobjekt, das die Proposition A wahr macht	A ist wahr
Erwartung/Intention	<i>a</i> erfüllt die Erwartung A	A ist erfüllbar
Aufgabe	<i>a</i> ist ein Programm zur Lösung der Aufgabe A	A ist lösbar
Problem	<i>a</i> ist eine Lösung des Problems A	A hat eine Lösung
Spezifikation eines Programmierungsproblems	<i>a</i> ist ein Programm zur Einlösung der Spezifikation A	A ist einlösbar

<sup>36</sup> Cf. Kolmogoroff 1932, 59.

<sup>37</sup> Cf. Nordström/Pettersson/Smith 1990, 1 u. dies. (Ms.), 2. Cf. Martin-Löf 1982, 161 f.

## Bei dem Brouwer-Schüler Heyting lesen wir:

Ich unterscheide zwischen Aussagen und Sätzen: ein Satz ist die Behauptung einer Aussage. Eine mathematische Aussage [Proposition; G. L.] drückt eine bestimmte Erwartung aus; z.B. bedeutet die Aussage ‚Die Eulersche Konstante  $C$  ist rational‘ die Erwartung, man könne zwei ganze Zahlen  $a$  und  $b$  finden, derart, daß  $C=a/b$ . (...) Die Aussage ‚ $C$  ist nicht rational‘ bedeutet (...) die Erwartung, man könne aus der Annahme,  $C$  sei rational, einen Widerspruch herleiten. Es ist wichtig, zu bemerken, daß die Negation einer Aussage immer auf ein Beweisverfahren, welches den Widerspruch herbeiführt, Bezug nimmt, auch, wenn in der ursprünglichen Aussage von keinem Beweisverfahren die Rede ist.<sup>38</sup>

<sup>38</sup> Heyting 1931, 113. – Letzteres führt zu einer wesentlich strengeren Regel für die Negation als die klassische Logik sie kennt. Dort folgt nach dem Bivalenzprinzip ( $A \vee \neg A$ ) aus der Falschheit einer Proposition unmittelbar die Wahrheit ihrer Negation, weshalb eine und nur eine Urteilsform, ‚ $A$  ist wahr‘, hinreichend ist. Betrachten wir aber, wie im Intuitionismus, die Ebene der Urteile als grundlegend, wird die Wahrheit eines Urteils, das die Negation  $\neg A$  zum Gehalt hat ( $\neg A$  ist wahr), in Abhängigkeit von einem Urteil mit der Urteilsform ‚ $A$  ist falsch‘ gesehen. Analog zum Begriff der Wahrheit als Beweisbarkeit gilt, daß eine Proposition  $A$  *per definitionem* falsch ist, wenn  $A$  widerlegbar ist.  $A$  ist widerlegbar (‚ $A$  ist falsch‘) bzw. es gibt eine Widerlegung einer Proposition  $A$ , wenn es eine Funktion  $f$  gibt, die einen hypothetischen Beweis für  $A$  in einen Beweis für die Wahrheit eines Widerspruchs ( $\perp$  ist wahr) überführt. Diese Widerlegung ( $f$ ) ist ein Objekt des Funktionstyps *Reductio ad absurdum*:  $f : (A \text{ ist wahr}) \rightarrow \perp$  ist wahr, wobei der Ausdruck in Klammern für einen hypothetischen Beweis steht. Für das Urteil ‚Absurdität ist wahr‘ gibt es jedoch keine Korrektheitsbedingungen, für Falschheit keine Einführungsregeln. ‚ $A$  ist falsch‘ heißt: Die Proposition  $A$  ist nicht verifizierbar, die durch die Aussage ausgedrückte Erwartung nicht erfüllbar, was in der Interpretation Kolmogoroffs bedeutet: Absurdität ist das Problem, das keine Lösung hat. Cf. Kolmogoroff 1932, 60, Heyting 1956, 98 u. ders. 1958, 334, v. Dalen 1979, 133 u. Martin-Löf 1995, 192 f. u. 195.

Der Intuitionist hat demnach folgende Überlegung anzustellen: Wenn  $A$  eine Proposition ist, folgt aus der hypothetischen Annahme, daß  $A$  wahr ist, die Wahrheit eines Widerspruchs ( $\perp$  ist wahr):

$$\frac{\perp \text{ ist wahr } (A \text{ ist wahr})}{A \supset \perp \text{ ist wahr.}} \quad \text{Die explizite Form sieht wie folgt aus:} \quad \frac{b : \perp \text{ ist wahr } (x : A)}{(\lambda x)b(x): A \supset \perp.}$$

Die Prämisse bedeutet, daß  $b$  ein Beweis für  $\perp$  ist, unter der Voraussetzung, daß  $x$  ein Beweis für  $A$  ist.  $(x)b$  ist die Funktion, die durch Abstraktion von  $b$  gewonnen wird, so daß  $(\lambda x.b)x$ , wie es zu  $(x)b$  reduziert, ein Beweis für  $A \supset \perp$  ist (cf. Martin-Löf 1984, 26 u. 35 f. u. Sundholm 1997, 200). Das aber ist unmöglich der Fall, weil die absurde Proposition *per definitionem* dadurch bestimmt ist, daß nichts sie wahr machen kann. Und umgekehrt: Wenn  $A \supset \perp$  wahr ist und  $A$  wahr ist, so ist nach *Modus ponens*  $\perp$  wahr, was gleichfalls unmöglich ist. Folglich ist  $A$  falsch, wenn  $A \supset \perp$  wahr ist. Nur aufgrund des Beweises kann nun die Falschheit von  $A$  im Sinne von  $A \supset \perp$  durch die Wahrheit von  $\neg A$  ausgedrückt werden, denn  $\neg A$  bedeutet  $A \supset \perp$ . Doch gilt es dabei weiterhin zu beachten, daß „falsity is a notion in its own right“ (Martin-Löf 1995, 192). „That the proposition  $A$  is false still means that it is impossible to verify  $A$ , and this is a notion which cannot be reduced to the notions of negation, negation of propositions, that is, and truth. Denial comes before negation in the order of conceptual priority“ (Martin-Löf 1996, 53). Im ganzen haben wir folgendes Schema:

$$\begin{array}{c} (A \text{ ist wahr}) \\ \perp \text{ ist wahr} \\ \hline A \text{ ist falsch} \\ \hline \neg A \text{ ist wahr.} \end{array}$$

„Vielleicht noch besser als das Wort ‚Erwartung‘“, so noch einmal Heyting,

drückt das von den Phänomenologen geprägte Wort ‚Intention‘ aus, was hier gemeint wird. Ich gebrauche das Wort ‚Aussage‘ auch für die durch die Aussage sprachlich zum Ausdruck gebrachte Intention. (...) Die Behauptung einer Aussage bedeutet die Erfüllung der Intention (...) Die Behauptung einer Aussage ist selbst nicht wieder eine Aussage, sondern die Feststellung einer empirischen Tatsache, nämlich der Erfüllung der durch die Aussage ausgedrückten Intention.<sup>39</sup>

Das Urteil der Form ‚A ist wahr‘ ist ein Spezialfall des Existenzurteils. ‚A ist wahr‘ bedeutet: Es existiert ein Beweisobjekt, d. i. eine Erfüllung der durch A ausgedrückten Erwartung oder Intention.

Dies ist nun exakt der phänomenologische Wahrheitsbegriff aus Husserls *VI. Logischer Untersuchung*,<sup>40</sup> der vermittelt über Oskar Beckers Schrift *Mathematische Existenz* Heytings Analyse der Begriffe Proposition und Wahrheit bestimmt hat.<sup>41</sup> Ein erkenntnistheoretisch idealistisches Element des Intuitionismus: die Relation von Intention und Erfüllung ist eine interne. Andernfalls könnte die Relation abermals durch eine Relation derselben Art gedeutet werden, und diese wiederum usf.<sup>42</sup> Entsprechend ist der Existenzbegriff in ‚Es gibt eine Erfüllung *a* für die Intention *A*‘, nicht der der Existenzquantifikation.

Husserl hat den Intuitionisten in der Diskussion um Wahrheit die Unterscheidung von Akten und Objekten sowie die von epistemischen und nichtepistemischen Begriffen an die Hand gegeben. Wahrheit wird einerseits als objekthaftes Korrelat der Urteilevidenz bestimmt (noematisch) und kann andererseits das Wort für die Korrektheit des Urteils (noetisch) sein. In der Vierteilung des phänomenologischen Wahrheitsbegriffs, wie Husserl sie in der *VI. Logischen Untersuchung* vornimmt, zeigt sich abermals die Unmöglichkeit, den nichtepistemischen Begriff der wahren Proposition isoliert vom epistemischen Begriff des korrekten oder evidenten Urteils zu entwickeln.<sup>43</sup>

(1) Erstens, schreibt Husserl, „ist die Wahrheit als Korrelat eines identifizierenden Aktes ein *Sachverhalt* und als Korrelat einer deckenden Identifizierung eine *Identität: die volle Übereinstimmung zwischen Gemeintem und Gegebenem als solchem*.“<sup>44</sup> Ich übersetze: Wahrheit ist Wahrheit der Proposition, die durch ein Beweisobjekt wahrgemacht wird. Dieser Wahrheitsbegriff betrifft die Seite des Urteilsgegenstands und ist nichtepistemisch.

(2) „Ein anderer Begriff von Wahrheit betrifft das *ideale Verhältnis*, welches in der als Evidenz definierten Deckungseinheit *zwischen den erkenntnismäßigen Wesen der sich deckenden Akte* obwaltet.“<sup>45</sup> Wahrheit im zweiten Sinne ist Evi-

<sup>39</sup> Heyting 1931, 113.

<sup>40</sup> Cf. Husserl 1984, 540 u. ders. 1974, §§ 58, 59, 73. Zu letzterem cf. Sommaruga-Rosolemos 1997, 277 f.

<sup>41</sup> Becker 1927, bes. 58–60 u. 92 Anm. 1. Cf. Heyting 1931, 113, Martin-Löf 1987, 415, ders. 1996, 34 u. Sundholm 1994a, 121. Cf. auch Haaparanta 1994, 225–227.

<sup>42</sup> Cf. Sundholm 1994a, 118 f., der in diesem Zusammenhang auch auf Wittgenstein 1984, 31 verweist.

<sup>43</sup> Zu den Schwierigkeiten der Interpretation cf. Tugendhat 1967, 91–96, Rosen 1977, 53 f., Pietersma 1977 u. Mertens 1996, 193–196.

<sup>44</sup> Husserl 1984, 651 f.

<sup>45</sup> Husserl 1984, 652.

denz, d. h. die in (1) beschriebene Relation wird im Urteil demonstriert und ist für den Urteilenden eine Erkenntnis. Evidenz als – Husserl – „*Erlebnis*“ der *Wahrheit*<sup>46</sup> ist das Resultat eines Prozesses, durch den man sich etwas evident gemacht hat („Erfüllungssynthese“).<sup>47</sup> Und was ist das Erlebnis der Wahrheit einer Proposition? Es ist dies der Akt, ihre Wahrheit im Urteil zu erkennen. Evidenz eines Urteils heißt, daß das Geurteilte Erkenntnis wird.<sup>48</sup> Dieser Wahrheitsbegriff ist ein epistemischer und betrifft das Urteil als eine Handlung.

(3) „Wir erleben ferner auf Seite des Fülle gebenden Aktes in der *Evidenz den gegebenen Gegenstand in der Weise des gemeinten*: er ist die Fülle selbst. Auch dieser kann als das Sein, die Wahrheit, das Wahre bezeichnet werden, und zwar insofern, als er hier (...) als ideale Fülle für eine Intention, als *wahrmachender* erlebt ist; bzw. als ideale Fülle des *spezifischen* erkenntnismäßigen *Wesens der Intention*.“<sup>49</sup> Wahrheit wird an dieser Stelle, so mutmaßlich ich, emphatisch gebraucht. Der Gegenstand, das gefundene oder konstruierte Beweisobjekt, ist *wirklich* ein Objekt, das die Proposition wahr macht oder die Intention erfüllt.

Bleibt Wahrheit im vierten Sinn:

(4) „[V]om Standpunkt der Intention ergibt die Auffassung des Evidenzverhältnisses die Wahrheit als *Richtigkeit der Intention* (speziell z. B. *Urteilsrichtigkeit* [Korrektheit]), als ihr Adäquatsein an den wahren Gegenstand; bzw. als die *Richtigkeit des erkenntnismäßigen Wesens der Intention in specie*. (...) Darin ist aber die ideale, also generelle Möglichkeit ausgesprochen, daß sich überhaupt ein Satz solcher Materie im Sinne strengster Adäquation erfüllen läßt.“<sup>50</sup> Sehe ich richtig, handelt es sich hierbei um die Evidenz eines Urteils, das die Potentialität der Wahrheit als Erfüllbarkeit oder Beweisbarkeit einer Intention bzw. eines beurteilbaren Inhalts zum Gegenstand hat. Dieser letzte, im Unterschied zu (3) wiederum epistemische Wahrheitsbegriff involviert das Wissen, daß *A* eine Proposition ist oder daß *A* eine Intention ausdrückt, die erfüllbar ist. Er involviert mithin das Wissen, das sich typentheoretisch im Urteil ‚*A* ist eine Proposition‘ (*A:PROP*) ausdrückt. Urteile dieser Form – und das für ihre Korrektheit erforderliche Wissen – gehen den in (2) behandelten Urteilen voraus. Für letztere wird präsupponiert, daß man sich ein Urteil der Form *A:PROP* evident gemacht hat.

Husserl denkt bei Erfüllung an erfüllende Anschauung. Das legt es nahe, an Wahrheit als Erfüllung der Intention von Empirischem zu denken. Da jedoch eine Intention jeweils nur partiell, nämlich durch aspektive oder perspektivisch eingeschränkte Erfüllungen, erfüllbar zu sein scheint, führt Husserl die Gedanken der „*Erfüllungssteigerung*“ und der „*endgültige[n] und letzten*“<sup>51</sup> oder idealen Fülle ein.

Nun sollten Erfüllungen jedoch in Abhängigkeit von den Intentionen gesehen

<sup>46</sup> Ebd.

<sup>47</sup> Cf. Husserl 1975, 31 f. Cf. Mertens 1996, 176 u. 183.

<sup>48</sup> Cf. Martin-Löf 1987, 417 f.

<sup>49</sup> Husserl 1984, 652.

<sup>50</sup> Cf. Husserl 1984, 653.

<sup>51</sup> Cf. Husserl 1984, 647.

werden, deren Erfüllungen sie sind. Und so hindert uns nichts daran, bereits Intentionen als etwas Aspektives und Perspektivisches zu begreifen. Nichts zwingt uns, nie weniger als die vollständige und durchgängige Bestimmtheit eines Gegenstands zu intendieren. So betrachtet unterscheiden sich mathematische und empirische Propositionen nicht prinzipiell. Es gibt auf der einen Seite mathematische Propositionen wie die Goldbachsche Vermutung, für die ein Konstruktionsverfahren bekannt ist, dessen Anwendung jedoch möglicherweise nicht terminieren wird. Auf der anderen Seite läßt sich die Wahrheit der Proposition „Es gibt eine Bahnlinie von San Severo nach Péschici“ in einem endlichen Beweisprozeß demonstrieren. Auch ist San Severo als Halte- und Abfahrtspunkt in einem Fahrplan ein finites Objekt, die Stadt mit all ihrer Kultur-, Sozial-, Wirtschafts-, Militär- und Baugeschichte dagegen ein Objekt, das mittels eines Urteilskontextes, das ist eine Sequenz fortschreitend voneinander abhängiger Urteile, approximiert werden muß.<sup>52</sup> Das heißt nicht, daß die Proposition oder Intention nicht erfüllbar ist – denn dann wäre sie nach phänomenologischem und intuitionistischen Verständnis falsch –, doch kann nicht ausgeschlossen werden, daß der Approximationsprozeß nicht terminiert.<sup>53</sup>

„Der Evidenz entspricht“, wie Husserl mit den Intuitionisten sagt, „mit Rücksicht auf den korrelierten Fall des Widerstreits die *Absurdität*, als Erlebnis des völligen Widerstreits zwischen Intention und Quasi-Erfüllung.“<sup>54</sup> Parallel zum Ideal einer letzten Erfüllung gibt es das einer „*letzten Enttäuschung*“,<sup>55</sup> die ebenso in einem Prozeß herbeizuführen ist und als interne Relation verstanden werden muß.

Der hier präsentierte Idealismus verträgt sich aufs Beste mit einem Realismus, wenn der Ausdruck „Realismus“ der Abgrenzung gegenüber einem Subjektivismus oder Relativismus dient. Zweifel, „ob nicht mit derselben Materie (...) bei dem einen das Erlebnis der Evidenz und bei dem anderen aber das der Absurdität verknüpft sein könnte“, hält Husserl für absurd. Sie

waren nur solange möglich, als man Evidenz und Absurdität als eigenartige (positive bzw. negative) *Gefühle* deutete, welche, dem Urteilsakte zufällig anhängend, ihm jene besondere Auszeichnung erteilen, die wir logisch als Wahrheit bzw. Falschheit bewerten. Erlebt jemand die Evidenz (...), so ist es *evident*, daß kein zweiter die Absurdität desselben (...) erleben kann; denn, daß [etwas] evident ist, heißt: [es] ist nicht bloß gemeint, sondern genau als das, als was es gemeint ist, auch wahrhaft gegeben,<sup>56</sup>

gegeben als Resultat einer Demonstration, wie ich ergänze. Damit beruft man sich letztlich auf den Begriff der Korrektheit. Daß etwas als Verifikation einer Proposition zählt, ist keine Privatsache und nicht in das Belieben eines Urteilenden gestellt.<sup>57</sup>

Mit diesem Idealismus ist auch der Pragmatismus von James und Peirce verträglich. Die Welt ist kein „*ready-made*“. Vorstellungen müssen wahr gemacht wer-

<sup>52</sup> Cf. Ranta 1994, 53f. u. 148 über nichtmathematische Propositionen und Approximation u. Löhrer 1997, 179f.

<sup>53</sup> Cf. Martin-Löf 1995, 194–196. Cf. Ranta 1994, 57.

<sup>54</sup> Husserl 1984, 655f.

<sup>55</sup> Husserl 1984, 656.

<sup>56</sup> Ebd.

<sup>57</sup> Cf. Martin-Löf 1996, 34 u. 1987, 413 u. 419f.

den.<sup>58</sup> Wahrheit ist relevante Wahrheit, die den Urteilkontext im angegebenen technischen Sinn bestimmt und verändert, jenen interkontextuellen Zusammenhang,<sup>59</sup> den man mit Husserl ‚Lebenswelt‘, mit James ‚Leben‘ (*actual life*) nennen kann.<sup>60</sup> Ich unterdrücke nun eine Darstellung, die die Behauptung einer Verwandtschaft von Idealismus und Pragmatismus näher rechtfertigte. Stattdessen will ich andere Punkte als pragmatistische Elemente des Intuitionismus ausweisen. Doch während sich die Verbindungen des Intuitionismus zum Idealismus auch als historische nachweisen ließen, ist der Zusammenhang von Intuitionismus und Pragmatismus, habe ich nichts übersehen, allein meine systematische Erwägung.

#### IV. Pragmatistische Elemente des Intuitionismus

Es bleibt ein Begriff aus dem Katalog der zu klärenden Begriffe zu erläutern übrig: der Begriff des gültigen Beweises. Ist meine Auslegung richtig, ist dies auf Husserls Liste der Wahrheitsbegriff an dritter Stelle.

Ein gültiger Beweis ist *wirklich* ein Beweis, ist *wahrer* Beweis, ist *in Wahrheit* ein Beweis, ist ein Beweis, der den Namen eines Beweises zu Recht trägt. Wir müssen uns darauf verlassen, daß wir einen Beweis als Beweis erkennen, wenn wir in seinen Besitz gelangen oder er uns vorgelegt wird.<sup>61</sup> Und solange sich keine begründeten Zweifel regen, gibt es keinen Grund, einen Beweis nicht für schlüssig zu halten. Doch wie man sieht, ist der damit verbundene Wahrheitsbegriff ein emphatischer. Und diese Emphase weist, wie Emphasen zumeist, darauf hin, daß es hier wenig zu explizieren gibt.

Der Begriff eines gültigen Beweises tritt auf den Plan, weil wir ständig Fehler machen, auf allen Gebieten und auch beim Beweisen. Wären alle Beweise gültig, wäre die Emphase ebenso fehl am Platz wie dann, wenn wir über einen letztgültigen Beweis verfügten, mit dem ein beliebiger Beweis als gültiger Beweis ausgewiesen werden kann, als ein tauglicher Beweis, der seine Konklusion eben wirklich, wahrhaft, gültig beweist. Denn dann sollte dieses Verfahren von uns immer angewandt werden, um uns gegen Fehler abzusichern.<sup>62</sup>

<sup>58</sup> James 1907, 123: „The essential contrast is that *for rationalism reality is ready-made and complete from all eternity, while for pragmatism it is still in the making, and awaits part of its complexion from the future.*“ James 1903, 104; dt. 174: „Truth for us is simply a collective name for verification-process (...) Truth is *made* (...) in the course of experience.“ C. S. Peirce lobt den Kantschen Konstruktionsbegriff in der Mathematik. Cf. Peirce 1898, 3.560.

<sup>59</sup> Cf. Löhrer 1998, 279–281.

<sup>60</sup> Diese Deutung des Terminus „Lebenswelt“ gibt Martin-Löf 1991, 147. Cf. James 1907, 97f. u. 163–165 u. ders. 1909, 129f., 141, 143f. und den Dialog zwischen Pragmatist und Anti-Pragmatist in James 1909, 154–159. Cf. Peirce 1878, CP 5.398/W 263f./dt. 191.

<sup>61</sup> Dummett 1977, 6: „From an intuitionistic standpoint (...) an understanding of a mathematical statement consists in the capacity to recognize a proof of it when presented with one; and the truth of such a statement can consist only in the existence of such a proof.“

<sup>62</sup> Martin-Löf 1987, 418: „Now, there can be no proof, no conclusive proof, that a proof really proves its conclusion, because, if such a miraculous means were available to us, we would of course always use it and be guaranteed against mistakes.“

Von gültigen Beweisen sprechen wir und wir streiten darüber, ob etwas ein gültiger Beweis ist, weil sich manche Beweise im Lichte neuer Erfahrung und neuer Information und damit eben neuer Beweise als nicht schlüssig, als vermeintliche oder scheinbare Beweise herausgestellt haben.<sup>63</sup> Unser Wissen wächst nicht monoton. Neue Erfahrungen können nicht nur zur Erweiterung, sondern auch zur Revision unseres Urteilkontextes führen. Nicht jede Proposition, für die es in einem Kontext  $\Gamma$  ein Beweisobjekt gibt, wird bei einem durch neue Erfahrung induzierten Übergang dieses Kontexts in einen Kontext  $\Delta$  auch im Kontext  $\Delta$  ein Beweisobjekt haben.

Wie James erklärt: Wir müssen „mit der Wahrheit leben, die wir heute erreichen können, und müssen uns darauf gefaßt machen, diese Wahrheit morgen einen Irrtum zu nennen.“<sup>64</sup> Das Forschen, so Peirce in *The Fixation of Belief* (1877), muß,

wenn es das völlig genügende Ergebnis, das man Beweis [demonstration] nennt, erreichen will, nur mit Sätzen beginnen, die völlig frei von jedem wirklichen Zweifel sind. Wenn die Prämissen faktisch überhaupt nicht angezweifelt werden, können sie nicht zufriedenstellender sein, als sie tatsächlich sind. (...) Wir müssen anerkennen, daß später Zweifel über sie entstehen können, aber wir können keine Sätze finden, die einer solchen Möglichkeit nicht unterworfen wären.<sup>65</sup>

Nun hat der Pragmatismus jedoch ein weiteres Wahrheitskonzept vorgelegt, das er eine große philosophische Hoffnung nennt. Er spricht von einem „absolut Wahre[n] in dem Sinne, daß keine künftige Erfahrung es ändern kann“, als einem „ideale[n] Punkt, gegen den alle unsere heutigen Wahrheiten konvergieren werden.“<sup>66</sup> An diesem Punkt wären wir im Besitz eines Beweises, der nicht mehr erschüttert oder überholt werden kann. Und ein jeder wäre im Besitz eines solchen Beweises. Die Deutung der Wahrheit oder Realität als Konvergenz der Meinungen erhält durch den Begriff des Beweises das Moment der Objektivität. Nicht das zufällige Faktum einer Konsensbildung verbürgt am Ende alles Forschens Wahrheit, sondern der Umstand, daß alle, alle Forschenden, in den Besitz ein und desselben Beweises gelangt sind. Dieses „große Gesetz“, lautet Peirces bekanntes Diktum in *How to Make Our Ideas Clear* (1778),

ist im Begriff von Wahrheit und Realität beschlossen. Die Meinung, die vom Schicksal dazu bestimmt ist [fated], daß ihr letztlich jeder der Forschenden zustimmt, ist das, was wir unter Wahrheit verstehen, und der Gegenstand, der durch diese Meinung repräsentiert wird, ist das Reale. So würde ich Realität erklären.<sup>67</sup>

Die Bewegung zu diesem Endpunkt vollzieht sich allein durch die tatsächlich ausgeführten Demonstrationen hindurch. Die absolute Wahrheit wird mittels der

<sup>63</sup> Husserl 1974, 164: „Die Möglichkeit der Täuschung gehört mit zur Evidenz der Erfahrung und hebt ihren Grundcharakter und ihre Leistung nicht auf, obschon das evidente Innwerden der Täuschung die betreffende Erfahrung oder Evidenz selbst ‚aufhebt‘. Die Evidenz der neuen Erfahrung ist es, an der die vordem unbestrittene Erfahrung die Glaubensmodifikation der Aufhebung, der Durchstreichung erleidet, und nur so kann sie sie erleiden. Evidenz der Erfahrung ist also hierbei immer schon vorausgesetzt.“

<sup>64</sup> James 1907, 107; dt. 1975, 177.

<sup>65</sup> Peirce 1877, CP 5.376 u. 5.377 Anm. 1/W 284/dt. 158 u. 177 Anm. 26.

<sup>66</sup> James 1907, 106f.; dt. 1975, 177.

<sup>67</sup> Peirce 1878, CP 5.407/W 3.273/dt. 205. Ebd. CP Anm. 1; W Anm. 2: „Fate means merely that which is sure to come true, and can nohow be avoided.“

Menge verifizierter Einzelerfahrungen und deren systematischer Verknüpfung erzeugt.<sup>68</sup> Gleichwohl geschieht dies, darin idealistischen Geschichtskonzeptionen verwandt, zielsicher über die Köpfe der jeweiligen Urteilenden hinweg. Wahrheit oder Realität ist vom Denken *in toto*, nicht vom Denken einzelner abhängig.<sup>69</sup>

Verstehen wir dieses Programm als eschatologische Verheißung und schicksalhaftes Wirken,<sup>70</sup> ist an ein Zusammenfinden von Pragmatismus und Intuitionismus nicht zu denken. Verträglicher mit einer intuitionistischen Position scheint diese Überlegung zu sein, wenn sie (1) als Bild für ein logisches Prinzip oder (2) als Einführung des Gedankens eines „regulative[n] Begriff[s] (*regulative notion*)“<sup>71</sup> für gegenwärtige Erfahrung gedeutet wird.

(1) Der Gedanke der Realität als eines letzten Wißbaren kann dazu dienen, Realität einer unerkennbaren Art auszuschließen,

to exclude reality of an ‚unknowable‘ sort, of which no account in either perceptual or conceptual terms can be given. It includes of course any amount of empirical reality independent of the knower. Pragmatism is thus ‚epistemologically‘ realistic in its account.<sup>72</sup>

Intuitionistisch gewendet: Gibt es unentscheidbare Propositionen? Was wäre, wenn wir eine Proposition vor uns hätten, deren Wahrheit ebensowenig erkannt werden kann wie ihre Falschheit?

Wenn die Wahrheit einer Proposition nicht erkannt werden kann, so kann die Wahrheit ihrer Negation erkannt werden. Das Urteil ‚A ist falsch‘, wenn aus der Annahme der Wahrheit von A ein Widerspruch folgt, und das Urteil ‚ $\neg A$  ist wahr‘ sind auseinander ableitbar ( $\neg A = A \supset \perp$  ist wahr, wobei A eine Proposition ist. Siehe Fn. 38):

A ist falsch	$\neg A$ ist wahr
$\neg A$ ist wahr	A ist falsch.

Die intuitionistische Position ist folglich ebensowenig wie die pragmatistische die, daß es unentscheidbare Sätze *gibt*. Dies wäre eine ungerechtfertigte Existenzbehauptung. Es läßt sich kein solcher Satz angeben.

Doch während der Intuitionist die Existenz solcher Sätze auch nicht ausschließen kann,<sup>73</sup> scheint der Pragmatist genau dies unter den Titeln einer großen oder frohen Hoffnung, einer freudigen Überzeugung oder eines großen Gesetzes im Sinn zu haben: das Versprechen, daß alle Beweisprozesse notwendig zu einem bestimmten Ende kommen, so daß alle Propositionen bestimmterweise entweder wahr oder falsch sind. Von diesem philosophischen Versprechen kann man sagen, es sei me-

<sup>68</sup> Cf. James 1907, 107; dt. 1975, 178.

<sup>69</sup> Cf. Peirce 1878, CP 5.408f./W 3.274/dt. 205–207. Cf. Pape 1998, 125.

<sup>70</sup> In diesem Sinne liest sich die Darstellung beim frühen Peirce an vielen Stellen. Cf. beispielhaft Peirce 1878, CP 5.407/W 3.273/dt. 205.

<sup>71</sup> James 1907, 107; dt. 1975, 178.

<sup>72</sup> James 1903, 59, Anm. 8.

<sup>73</sup> Diesen Punkt verdanke ich der Konversation mit Wolfram Hinzen.

taphysisch motiviert. Ich neige aber dazu, es zunächst einmal metalogisch motiviert zu nennen. Es erlaubt, die Ebene der Urteile im Rahmen theoretischer Bemühungen für primär zu erachten, und garantiert doch durch die Präsupposition eines erfolgreichen Endes aller Beweisprozesse in einer letzten Meinung (*final opinion*), die Wahres und Falsches vollständig und ein für allemal scheidet, die Geltung des Bivalenzprinzips und damit überhaupt der klassischen Logik.

Dieses metalogische Motiv kann nun jedoch seinerseits als metaphysisch, und zwar regelmetaphysisch motiviert betrachtet werden. Der Pragmatist geht davon aus, daß ein Forschungsprozeß nur dann als regelgeleiteter denkbar ist, wenn der regulative Begriff (Idee) eines Endes dieses Prozesses ins Spiel gebracht wird, eines Endes, in dem die Wahrheitswerte aller Propositionen bestimmt und bekannt sind und menschliches Wissen allumfassend und unüberholbar geworden ist. Der Erfolg aller Demonstrationsbemühungen wird durch ein teleologisches Konzept verbürgt: Forschungsgeschichte terminiert der Idee nach in einem semantischen Realismus – statt ihn wie realistische Semantiken von Beginn an vorauszusetzen –, und diese Idee verleiht der Abfolge der Momente dieser Geschichte, in der Terminologie der Peirceschen Semiotik: den Zeichenprozessen (Semiosen), eine Zielgerichtetheit und Regelgeleitetheit, die sie aus sich selbst nicht erzeugen können, da ohne Beziehung zu einer denk- und erfahrungsunabhängigen Realität (*simpliciter*) ausschließlich ein Anschluß an ihresgleichen oder der Verweis auf ihresgleichen – auf weitere Momente oder weitere Zeichen – möglich wäre.

Pragmatismus ist, so betrachtet, eine sehr subtile Spielart des Realismus. Ausgeschlossen wird die von Realisten sonst geteilte Ansicht, daß es (vielleicht) Propositionen gibt, die wahr sind, deren Wahrheit jedoch nicht nur faktisch niemals bewiesen wird, sondern auch nicht bewiesen werden kann.<sup>74</sup> Mit dem Realisten stimmt der Pragmatismus für den Moment der *final opinion* indes darin überein, daß alle Propositionen hinsichtlich ihres Wahrheitswerts determiniert sind. Doch ist eben zu beachten, daß der als ideales Resultat konzipierte Realismus des Pragmatisten allein eine regulative Funktion für einen Prozeß besitzt, der ein solches Resultat in Zeiten menschlicher Geschichte nicht erreichen wird. Die Idee einer letzten Meinung, die am Ende des Forschungsprozesses herrschen wird, dient dazu, dem Prozeß in jedem Moment seiner Geschichte eine Zielgerichtetheit zuzudenken, die das den Forschenden für die Ausrichtung ihrer Forschung zur Verfügung stehende Wissen und die dabei verantwortbaren und zu verantwortenden Entscheidungen übersteigt.

In der Theorie des Zeichenprozesses des späten Peirce wird dieser Gedanke von der Annahme flankiert, jedes Zeichen mache sein Objekt nicht allein als ein zeicheninternes, ebenso unmittelbares wie perspektivisches Objekt (*Immediate Object*) thematisch, sondern zugleich auch immer als ein ihm nicht verfügbares und nicht durch das Denken affiziertes reales oder dynamisches Objekt (*Dynamical/Dynamoid Object*), als ein Objekt, das, indem es mittels einer Determination des unmittelbaren Objekts das Zeichen (*Sign itself*) determiniere, als unabhängiges Korrektiv

<sup>74</sup> Cf. Künne 1992, 241 u. 244 über Rechtfertigungstranszendenz.

für den Zeichenprozesses fungiere.<sup>75</sup> Am wiederum ideal konzipierten Ende dieses Prozesses fallen das in unendlicher Approximation verwandelte unmittelbare und das reale Objekt zusammen.<sup>76</sup>

Dies ist eine Regelgeleitetheit aus der Idee eines realen Objekts oder absolute Korrektheit. Es ist durch das oben Ausgeführte offenkundig, daß Pragmatismus und Intuitionismus hier nicht mehr denselben Weg gehen und daß diese Sicht auch kein Element des Intuitionismus mehr ist,<sup>77</sup> wenngleich, wie sich im folgenden zeigt, die Typentheorie über ein formales Instrumentarium verfügt, mit dem sich das, was dem Pragmatisten vorschwebt, zumindest partiell modellieren läßt.

(2) Arrangiert James in *The Meaning of Truth* (1909) eine Verknüpfung des Ideals vollständiger Erfahrung mit gegenwärtiger Erfahrung, bedient er sich Kant-scher Terminologie:

[T]he process of experience leads men so continually to supersede their older objects by newer ones which they find more satisfactory to believe in, that the notion of an *absolute* reality inevitably arises as a *grenzbegriff*, equivalent to that of an object that shall never be superseded, and belief in which shall be *endgültig*.<sup>78</sup>

Ich gebe eine intuitionistische Deutung:

Am Anfang eines Erkenntnisprozesses besitzt der Urteilende ein durch Erfahrung gewonnenes Wissen, das durch einen Kontext

$$\Gamma = x_1:A_1, x_2:A_2(x_1), \dots, x_n:A_n(x_1, \dots, x_{n-1})$$

repräsentiert wird, wobei ein Kontext eine Sequenz fortschreitend voneinander abhängiger Urteile ist. Der Ordnung nach frühere Urteile enthalten die propositionale Information und die Beweisobjekte, welche einen Urteilenden ins Recht setzen, weitere Behauptungen zu machen. Der Ordnung nach spätere Urteile sind von den Beweisobjekten früherer Urteile abhängig. Diese Abhängigkeiten werden in der Notation in nachgestellten runden Klammern angezeigt. Der Urteilende darf behaupten, daß  $A_1$ , wenn er über das Beweisobjekt  $x_1$  verfügt, und behaupten, daß

<sup>75</sup> Peirce 1977, 83: „It is usual and proper to distinguish two Objects of a Sign, the Mediate without, and the Immediate within the Sign. Its Interpretant is all that the Sign conveys: acquaintance with its Object must be gained by collateral experience. The Mediate Object is the Object outside of the Sign; I call it the *Dynamoid* Object. The Sign must indicate it by a hint; and this hint, or its substance, is the *Immediate* Object.“ Peirce 1977, 84: „[I]t follows from the definition of a Sign that since the Dynamoid Object determines the Immediate Object, Which determines the Sign itself, which determines the Destinate Interpretant, which determines the Effective Interpretant, which determines the Explicit Interpretant (...)“ – Schönrich 1990, 129: „Ein Zeichen hat nach Peirce zwei Objekte: das Objekt, so wie es repräsentiert wird, und das Objekt an sich (in itself) (CP 8.343). Genauer gesagt handelt es sich nicht um zwei Objekte, sondern um zwei Thematisierungen ein und desselben Objekts, deren Unterschied in den Begriffen eines *dynamischen* und eines *unmittelbaren Objekts* nun terminologisch fixiert wird.“ Ebd. 130: „Das unmittelbare Objekt *ist* das akzidentell weiter bestimmbare dynamische Objekt.“

<sup>76</sup> Cf. Peirce 1976, 843. Cf. Pape 1989, 308, 311, 317.

<sup>77</sup> Cf. Brouwer 1975, 489f.

<sup>78</sup> James 1907, 130. Cf. Kant (KrV), B 310f.

$A_2$ , wenn er über das Beweisobjekt  $x_2$  verfügt, unter der Voraussetzung, daß er das Beweisobjekt  $x_1$  kennt, d. h. zuvor  $\vdash A_1$ , explizit  $x_1:A_1$ , geurteilt hat.

Durch neue Information geht, wie erwähnt, der Kontext

$$\Gamma = x_1:A_1, x_2:A_2(x_1), \dots, x_n:A_n(x_1, \dots, x_{n-1})$$

des Urteilenden in einen Kontext

$$\Delta = y_1:B_1, y_2:B_2(y_1), \dots, y_m:B_m(y_1, \dots, y_{m-1})$$

über. Ist der Urteilende im Besitz einer Funktion  $f$ , die einen Kontext  $\Gamma$  konservativ in einen Kontext  $\Delta$  überführt ( $f: \Gamma \rightarrow \Delta$ ), wird das hypothetische Urteil

$$x(x_1, \dots, x_n):A(x_1, \dots, x_n) (x_1, \dots, x_n: \Gamma)$$

zu einem Urteil

$$x(f(y_1, \dots, y_m): A(y_1, \dots, y_m) (y_1, \dots, y_m: \Delta)).$$

Das variable Beweisobjekt  $x$  aus  $\Gamma$  existiert durch  $f$  in einer erweiterten Variante in  $\Delta$  fort. Der Beweisprozeß ist damit freilich noch nicht abgeschlossen, das variable Beweisobjekt noch nicht auf ein konstantes hin evaluiert. Nun ist dieses Beweisobjekt jedoch, wie der Pragmatismus nahelegt, zeit menschlicher Geschichte als einer Forschungsgeschichte erweiterbar und revidierbar.<sup>79</sup>

Ein Beweis für die Wahrheit der Proposition kann, obschon wir unseren Kontext ständig erweitern, womöglich niemals vollständig geführt werden. Das heißt nicht, daß die Proposition falsch, sondern daß der Beweisprozeß noch ungeschlossen ist. Wir sind noch zu keinem definiten Wahrheitswert gekommen.

Wir können uns aber im Gedankenexperiment als letzte Extension von  $\Gamma$  einen Erkenntnisstand  $W$  denken, in dem die Frage, ob  $A$  wahr ist, durch eine Sequenz von Kontexten  $W_k$  und Abbildungen  $f_k: W_{k+1} \rightarrow W_k$  beantwortet ist. Jeder Kontext  $W_n$  ist eine Annäherung an  $W$ . Was in  $W_n$  gewußt wird, wird mittels der Funktion  $f$  an seine Extensionen weitergegeben.  $W$  ist die Gesamtheit der Gehalte der  $W$  approximierenden Kontexte.<sup>80</sup>

Dies kann man, ersetzt man den Wissenstand  $W$  durch *Welt* oder *Realität*, ein pragmatistisches Element des Intuitionismus nennen.  $W$  ist eine Welt in dem (größlich geheimnislosen) Zustand, in dem alle Fragen eine Antwort erhalten haben<sup>81</sup> und alle Antworten von den Fragenden so gewußt werden, daß neue Fragen un-

<sup>79</sup> Weitere Formen der Kontextexpansion, Kontextkontraktion und Kontextrevision diskutiere ich in Löhrer 1999, 60–66.

<sup>80</sup> Cf. Ranta 1994, 148. Cf. Martin-Löf 1990, 195–197.

<sup>81</sup> Ranta 1994, 148: „every question has received an answer“. Peirce 1871, CP 8.12/W 2.469/dt. 115: „Es gibt also auf jede Frage eine wahre Antwort, eine endgültige Konklusion, zu der die Meinung eines jeden Menschen beständig hingezogen wird.“

möglich aufgeworfen werden können und keine Antworten gegeben werden, die alte Antworten überholen. Realität und was in ihr gegeben ist, ist exakt durch die Gesamtheit der approximierenden Kontexte bestimmt, d.h. ist von der Gesamtheit der geführten Demonstrationen abhängig und nur von ihr abhängig.<sup>82</sup>

Doch garantiert intuitionistisch eben nichts, daß der Beweisprozeß terminiert. Für die Darstellung eines realen Objekts als Korrektiv seiner Approximation durch dynamische Objekte ist keine Logik verfügbar. Darum sieht der Intuitionist keinen Grund, sich von einer realistisch gedeuteten Hoffnung des Pragmatisten anstecken zu lassen. Und das bedeutet, daß eine Verbindung von Intuitionismus und Pragmatismus, sofern sich dessen Position nicht mit einer erkenntnistheoretisch idealistischen deckt, weit weniger gesichert scheint als die Beziehung zum Idealismus.

Doch so leicht geht die Sache nicht auf. Approximation mit Ranta in einer linearen Struktur zu denken,

$$\dots \rightarrow f_{k+1}:W_{k+1} \rightarrow f_k:W_k \rightarrow f_{k-1}:W_{k-1} \dots \rightarrow f_2:W_2 \rightarrow f_1:W_1 \rightarrow \dots,$$

das macht bereits von einer Idealisierung Gebrauch.<sup>83</sup> Zum einen ist es natürlicher, Forschung als ein disparateres Unternehmen zu beschreiben, bei dem zur selben Zeit  $k$  verschiedene Forscher unterschiedliche, konkurrierende oder einander widerstrebende Erkenntnisstände (Theorien)  $W_k^1, W_k^2, \dots, W_k^n$  haben, von denen aus andere Kontexte erreichbar sind. Zum anderen verhält es sich in grundlegenden Fragen der Forschung zumeist nicht so, daß ein Problemstand geradlinig abgearbeitet wird. Vielmehr wächst mit dem Wissen das Fragepotential, und zwar nicht stetig, sondern exponentiell. Entsprechend entzieht sich nach diesem Bild auch der anvisierte Endzustand, die *final opinion*, exponentiell.

Bringt der Intuitionist gleichwohl den Gedanken einer kontinuierlichen Approximation eines Erkenntnisstands an die vollständige Darstellung eines Gegenstands ins Spiel, so bedient er sich des pragmatistischen Grenz- oder Ordnungsbegriffs eines letzten Erkenntnisstands, der es erst erlaubt, überhaupt von Annäherung – in welchem Stadium auch immer – zu sprechen. Idealisiert wird damit genauer nicht das Ziel, sondern eine Eigenschaft des Prozesses. Ob der Approximationsprozeß terminiert oder nicht, ist für diese Überlegung unerheblich. Unaufhebbar aber bleibt die Differenz zwischen Intuitionismus und Pragmatismus darin, daß für ersteren der Grenzbegriff allein als ein Limes von Abbildungen (Urteilkontexte) konzipiert ist, während sich der Pragmatist auf einen – empirisch

<sup>82</sup> Cf. Ranta 1994, 148.

<sup>83</sup> Auf diesen wichtigen Punkt hat mich Christian Wenzel hingewiesen. – Allerdings sollte – entgegen der hier vorgestellten Position – auch erwogen werden, ob nicht ein Zuwachs an Wissen sowie dessen Neuformierung und Revision (natürlicher) anders denn als Annäherung an den Zustand eines vollständigen und unüberholbaren Wissens darzustellen wäre. Man betrachte dafür folgende Sicht: Wissensstände werden auf ihren Informationsgehalt und ihr (zunächst hypothetischer) Wandel wird auf seinen Zugewinn, Verlust oder Austausch an Information abgeschätzt und beurteilt. Erkenntnisstände sind hinsichtlich ihres Informationsgehaltes stärker oder schwächer im Vergleich zu einem vorhergehenden Erkenntnisstand, nicht aber bessere oder schlechtere Repräsentationen eines vollständigen Wissens. – Ich werde diesen Punkt an anderer Stelle untersuchen.

nicht nachweisbaren und logisch nicht repräsentierbaren – korrigierenden Einfluß eines Dinges an sich (selbst betrachtet) beruft. Die Logik, die der Intuitionist oder Antirealist in Anspruch nimmt, ist nichtklassisch.<sup>84</sup> Und dies könnte von entscheidendem Vorteil sein, solange keine Logik in Sicht ist, die geeignet wäre, die grundlegende Intuition des Pragmatisten zu beschreiben und zu explizieren.

#### ABSTRACT

*Idealist and Pragmatist Elements of Intuitionism* – Contrary to the main stream of logical and semantic theories of the 20th century, which attempt to eliminate epistemic concepts from these disciplines, intuitionism and P. Martin-Löf's Intuitionist Type-Theory have re-introduced such concepts into logic and semantics. In this essay I explain what motivates this development and what conceptual means have allowed for it. The concepts of judgement and proof are purged of ambiguities. The non-epistemic concept of the truth of a proposition and the epistemic concepts of the correctness of a judgement and the validity of a proof are explained and put into conceptual order. Seeing the truth of a proposition in its dependence on the correctness qua demonstrability of that judgement which has the proposition as its object is interpreted as an idealist element of intuitionism, traceable back to Kant and Husserl. I argue that the working-out of an intuitionist semantics ultimately involves the utilization of pragmatist conceptions in addition to idealist ones.

*Éléments idéalistes et pragmatistes de l'intuitionnisme.* Contre le courant principal des théories logiques et sémantiques du 20<sup>e</sup> siècle, qui ont essayé de bannir les concepts épistémiques de ces disciplines, l'intuitionnisme et la théorie des types intuitionniste de P. Martin-Löf ont réintroduit ces concepts dans la logique et la sémantique. Dans l'article suivant, j'explique ce qui motive ce développement et quels sont les termes conceptuels qui l'ont permis. Les concepts du jugement et de la preuve ont été dégagés de toutes les ambiguïtés. Le concept non-épistémique de la vérité d'une proposition ainsi que les concepts épistémiques de la correction d'une jugement et de la validité d'une preuve sont expliqués et mis dans un ordre conceptuel. Voir la vérité d'une proposition en fonction de la correction comme démontrabilité du jugement, qui a pour objet la proposition, est interprété comme élément idéaliste de l'intuitionnisme qui remonte à Kant et Husserl. L'élaboration d'une sémantique intuitionniste implique finalement, à mon avis, outre l'emploi de conceptions idéalistes celui de conceptions pragmatistes.

Gegen den Hauptstrom logischer und semantischer Theorien im 20. Jahrhundert, die epistemische Begriffe aus diesen Disziplinen zu verbannen suchen, haben der Intuitionismus und die Intuitionistische Typentheorie P. Martin-Löfs Begriffe dieses Typs in Logik und Semantik wieder eingeführt. In diesem Aufsatz erläutere ich, was diesen Schritt motiviert und mit Hilfe welcher begrifflichen Bestimmungen er vollzogen wird. Urteils- und Beweisbegriff werden disambiguiert, der nichtepistemische Begriff der Wahrheit einer Proposition und die epistemischen Begriffe der Korrektheit eines Urteils und der Gültigkeit eines Beweises werden erläutert und in einer Ordnung der Begriffe plziert. Die Wahrheit einer Proposition in Abhängigkeit von der Korrektheit als Demonstrierbarkeit des Urteils zu sehen, das die Proposition zum Gegenstand hat, wird als idealistisches Element des Intuitionismus gedeutet, das sich auf Kant und Husserl zurückverfolgen läßt. Die Ausarbeitung einer intuitionistischen Semantik involviert schließlich, wie ich argumentiere, über die idealistischen hinaus die Inanspruchnahme pragmatistischer Konzeptionen.

<sup>84</sup> Die Fertigstellung dieser Arbeit wurde von der FAZIT-Stiftung unterstützt. Für Hinweise, Einwände und Korrekturvorschläge zu früheren Fassungen danke ich Karl Mertens, Giovanni Sommaruga-Rosolemos, Christian Strub und Christian Wenzel. Eine erste Ausarbeitung habe ich im Juni 1998 beim 10. Symposium der Académie du Midi, „Pragmatismus & Idealismus“, in Alet-les-Bains (F) vorgetragen und diskutiert.

## Literatur

- Aristoteles: *Metaphysica*, ed. W. Jaeger (Oxford 1957).
- Becker, O.: *Mathematische Existenz. Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene* (Halle a. d. S. 1927).
- Brouwer, L. E. J.: „Consciousness, Philosophy, and Mathematics“, in: *Collected Works*, vol. 1 (*Philosophy and Foundations of Mathematics*), ed. A. Heyting (Amsterdam 1975) 480–495.
- Carnap, R.: „Empiricism, Semantics, and Ontology“, in: *Meaning and Necessity. A Study in Semantics and Modal Logic*, enlarged edition (Chicago 1956) 205–221; dt.: „Empirismus, Semantik und Ontologie“, in: *Bedeutung und Notwendigkeit. Eine Studie zur Semantik und modalen Logik* (Wien 1972) 257–278.
- Dalen, D. v.: „Interpreting Intuitionistic Logic“, in: P. C. Baayen (ed.): *Proceedings Bicentennial Congress, Wiskundig Genootschap*, Vol. I (Amsterdam 1979) 133–148.
- Dummett, M.: *Elements of Intuitionism* (Oxford 1977).
- Dummett, M.: *Truth and other Enigmas* (London 1978).
- Dummett, M.: *The Seas of Language* (Oxford 1993).
- Flügel, M./Gfeller, T./Walser, C. (eds.): *Werte und Fakten. Eine Dichotomie im Spiegel philosophischer Kontroversen* (Bern 1999).
- Frege, G.: 1879, „Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formalsprache des reinen Denkens“, in: *Begriffsschrift und andere Aufsätze*, ed. I. Angelelli (Darmstadt 1964).
- Frege, G.: 1918, „Der Gedanke“, in: *Logische Untersuchungen*, ed. G. Patzig (Göttingen 1966) 30–53.
- Frege, G.: 1923, „Gedankengefüge“, in: *Logische Untersuchungen*, ed. G. Patzig (Göttingen 1966) 72–91.
- Graeser, A.: „Gewichtungen“, in: Flügel/Gfeller/Walser (eds.) (1999) 15–34.
- Haaparanta, L.: „Intentionality, Intuition and the Computational Theory of Mind“, in ders. (ed.): *Mind, Meaning and Mathematics. Essays on the Philosophical Views of Husserl and Frege* (Dordrecht 1994) 211–233.
- Heyting, A.: „Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik“, in: *Erkenntnis* 2 (1931) 106–115.
- Heyting, A.: „Blick von der intuitionistischen Warte“, in: *Dialectica* 12 (1958) 332–345.
- Heyting, A.: 1956, *Intuitionism. An Introduction* (Amsterdam 1976).
- Hinzen, W.: „Was ist ein ‚epistemischer Wahrheitsbegriff‘?“, in: *Logos*, N. F. 4 (1997) 137–155.
- Hinzen, W.: (Ms.), „Anti-Realist Semantics“ (Manuskript [1998], erscheint in *Erkenntnis*).
- Husserl, E.: *Formale und transzendente Logik. Versuch einer Kritik der logischen Vernunft*, ed. P. Janssen (Husserliana Bd. XVII) (Den Haag 1974).
- Husserl, E.: *Logische Untersuchungen*. Erster Band: *Prolegomena zur reinen Logik*, ed. E. Holenstein (Husserliana Bd. XVII) (Den Haag 1975).
- Husserl, E.: *Logische Untersuchungen*. Zweiter Band, zweiter Teil: *Untersuchungen zur Phänomenologie und Theorie der Erkenntnis*, ed. U. Panzer (Husserliana Bd. XIX,2) (Den Haag 1984).
- Jacobs, B.: „The Inconsistency of Higher Extensions of Martin-Löf’s Type Theory“, in: *Journal of Philosophical Logic* 18 (1989) 399–422.
- James, W.: 1907, *Pragmatism (=The Works of William James, vol 1)* (Cambridge, Mass. 1975); dt.: ders.: „Der Wahrheitsbegriff des Pragmatismus“, in: E. Martens (ed.): *Texte der Philosophie des Pragmatismus* (Stuttgart 1975) 161–187.
- James, W.: 1909, *The Meaning of Truth (=The Works of William James, vol 2)* (Cambridge, Mass. 1975).
- Kant, I.: (Prol), *Prolegomena zu einer künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können*, in: *Kants gesammelte Schriften*. Hg. v. der Königlichen Preussischen Akademie der Wissenschaften, Bd. 4 (Berlin 1903/11) 253–384.
- Kant, I.: (KrV), *Kritik der reinen Vernunft*, nach der ersten und zweiten Original-Ausgabe neu hg. v. R. Schmidt (Hamburg 1956).
- Kolmogoroff, A.: „Zur Deutung der intuitionistischen Logik“, in: *Mathematische Zeitschrift* 35 (1932) 58–65.
- Künne, W.: „Bolzanos blühender Baum – Plädoyer für eine nicht-epistemische Wahrheitsauffassung“, in: *Forum für Philosophie*. Bad Homburg (ed.): *Realismus und Antirealismus* (Frankfurt a. M. 1992) 224–244.
- Löhner, G.: „Der perfekte Mord. Eine philosophische Fiktion und ihre antirealistische Herausforderung“, in: *Conceptus* 30 (1997) Nr. 77, 165–180.

- Löhrer, G.: „Verstehen als kontextuelle Mitwisserschaft. Eine intuitionistische Sicht“, in: *Logos*, N. F. 5 (1998) 265–283.
- Löhrer, G.: „Moralische Erfahrungen, Wertungen und Kontexte. Zur Logik moralischer Urteile und ihrer Revisionen“, in: Flügel/Gfeller/Walser (eds.) (1999) 35–70.
- Martin-Löf, P.: „Constructive Mathematics and Computer Programming“, in: L. J. Cohen et al. (eds.): *Logic, Methodology and Philosophy of Science VI (= Studies in Logic and the Foundations of Mathematics 104)* (Amsterdam 1982) 153–175.
- Martin-Löf, P.: *Intuitionistic Type Theory* (Naples 1984).
- Martin-Löf, P.: „Truth of a Proposition, Evidence of a Judgement, Validity of a Proof“, in: *Synthese* 73 (1987) 407–420.
- Martin-Löf, P.: „Mathematics of Infinity“, in: ders./G. Mints (eds.): *COLOG-88. International Conference on Computer Logic*, Tallinn, USSR, December 12–16, 1988, Proceedings (= *Lecture Notes in Computer Science* 417) (Berlin 1990) 147–197.
- Martin-Löf, P.: „A Path from Logic to Metaphysics“, in: G. Corsi/G. Sambin (eds.): *Atti del Congresso 'Nuovi Problemi della Logica e della scienza'*. Viareggio, 8–13 gennaio 1990, vol. II (Bologna 1991) 141–149.
- Martin-Löf, P.: „Analytic and Synthetic Judgements in Type Theory“, in: P. Parrini (ed.): *Kant and Contemporary Epistemology* (Dordrecht 1994) 87–99.
- Martin-Löf, P.: „Verificationism Then and Now“, in: W. DePauli-Schimanovich/E. Köhler/F. Stadler (eds.): *The Foundational Debate: Complexity and Constructivity in Mathematics and Physics* (Dordrecht 1995) 187–196.
- Martin-Löf, P.: „On the Meaning of the Logical Constants and the Justifications of the Logical Laws“, in: *Nordic Journal of Philosophical Logic* 1 (1996) 11–60.
- Martin-Löf, P.: „Truth and Knowability: On the Principles C and K of Michael Dummett“, in: H. G. Dales/G. Oliveri (eds.): *Truth in Mathematics* (Oxford 1998) 105–114.
- Mertens, K.: *Zwischen Letztbegründung und Skepsis. Kritische Untersuchungen zum Selbstverständnis der transzendentalen Phänomenologie Edmund Husserls* (Freiburg/München 1996).
- Mulligan, K./Simons, P./Smith, B.: „Truth-Makers“, in: *Philosophy and Phenomenological Research* 44 (1984) 287–321.
- Nordström, B./Pettersson, K./Smith, J. M.: *Programming in Martin-Löf's Type Theory* (Oxford 1990).
- Nordström, B./Pettersson, K./Smith, J. M.: (Ms.), „Martin-Löf's Type Theory“ (noch nicht im Druck publ. Kap. des *Handbook of Logic in Computer Science*; als file unter „<http://www.cs.chalmers.se/~bengt/course/plan.html>“ verfügbar).
- Pape, H.: *Erfahrung und Wirklichkeit als Zeichenprozeß. Charles S. Peirces Entwurf einer spekulativen Grammatik des Seins* (Frankfurt a. M. 1989).
- Pape, H.: „Was ist der Sinn der Wirklichkeit? Der kategoriale Zusammenhang von Peirces Pragmatismus und Metaphysik“, in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 46 (1998) 113–136.
- Peirce, C. S.: 1871, „Fraser's Edition of The Work of George Berkeley“, in: C. Hartshone/P. Weiss (eds.): *Collected Papers* (Cambridge 1931–1935, <sup>2</sup>1960) 8.7–38 (= *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition* [W]; vol. 2, ed. E. C. Moore (Bloomington 1984) 2.462–487); dt.: „Fraser's Ausgabe der Werke von George Berkeley“, in: ders.: *Schriften zum Pragmatismus und Pragmatizismus*, ed. K. O. Apel (Frankfurt a. M. 1991) 106–138.
- Peirce, C. S.: 1877, „The Fixation of Belief“, in: C. Hartshone/P. Weiss (eds.): *Collected Papers* [CP] (Cambridge, Mass. 1931–1935, <sup>2</sup>1960) 5.358–387 (= ders.: *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition* [W]; vol. 3, ed. C. J. W. Kloesel (Bloomington 1986) 3.242–257); dt.: „Die Festlegung einer Überzeugung“, in: ders.: *Schriften zum Pragmatismus und Pragmatizismus*, ed. K. O. Apel (Frankfurt a. M. 1991) 149–181.
- Peirce, C. S.: 1878, „How to Make Our Ideas Clear“, in: C. Hartshone/P. Weiss (eds.): *Collected Papers* [CP] (Cambridge 1931–1935, <sup>2</sup>1960) 5.388–410 (= ders.: *Writings of Charles S. Peirce. A Chronological Edition* [W]; vol. 3, ed. C. J. W. Kloesel (Bloomington 1986) 3.257–276); dt.: „Wie unsere Ideen zu klären sind“, in: ders.: *Schriften zum Pragmatismus und Pragmatizismus*, ed. K. O. Apel (Frankfurt a. M. 1991) 182–214.
- Peirce, C. S.: 1898, „The Logic of Mathematics in Relation to Education“, in: C. Hartshone/P. Weiss (eds.): *Collected Papers* [CP] (Cambridge 1931–1935, <sup>2</sup>1960) 3.553–562l.
- Peirce 1976: Eisele, C. (ed.): *The New Elements of Mathematics by Charles S. Peirce* (Den Haag 1976) vol. 2.

- Peirce 1977: Hardwick, C. S. (ed.): *Semiotic and Significs. The Correspondence between Charles S. Peirce and Victoria Lady Welby* (Bloomington 1977).
- Pietersma, H.: „Husserl's Views on the Evident and the True“, in: F. A. Elliston/P. McCormick (eds.): *Husserl. Expositions and Appraisals* (Notre Dame 1977) 38–53.
- Ranta, A.: „Propositions as Games as Types“, in: *Synthese* 76 (1988) 377–395.
- Ranta, A.: „Anaphora in Game-Theoretical Semantics and in Intuitionistic Type Theory“, in: L. Haaparanta/M. Kusch/J. Niiniluoto (eds.): *Language, Knowledge, and Intentionality: Perspectives on the Philosophy of Jaakko Hintikka* (*Acta Philosophia Fennica* 49) (Helsinki 1990) 165–274.
- Ranta, A.: „Intuitionistic Categorical Grammar“, in: *Linguistics and Philosophy* 14 (1991a) 203–239.
- Ranta, A.: „Constructing possible worlds“, in: *Theoria* 57 (1991b) 77–99.
- Ranta, A.: *Type Theoretical Grammar* (Oxford 1994).
- Rosen, K.: *Evidenz in Husserls deskriptiver Transzendentalphilosophie* (Meisenheim am Glan 1977).
- Schönrich, G.: *Zeichenhandeln. Untersuchungen zum Begriff einer semiotischen Vernunft im Ausgang von Ch. S. Peirce* (Frankfurt a.M. 1990).
- Searle, J.: *The Constitution of Social Reality* (Harmondsworth 1995).
- Skorupski, J.: „Meaning, use, verification“, in: B. Hale/C. Wright (eds.): *A Companion to the Philosophy of Language* (Oxford 1997) 29–59.
- Sommaruga-Rosolemos, G.: *History and Philosophy of Constructive Type-Theory* (Dordrecht 2000).
- Sommaruga-Rosolemos, G.: „Quelques aspects épistémologiques de la théorie constructive des types“, in: D. Miéville (ed.): *Introduction aux logiques non classiques* (= *Travaux de logique* 11) (Neuchâtel 1997) 273–288.
- Sundholm, G.: „Existence, Proof and Truth-Making: A Perspective on the Intuitionistic Conception of Truth“, in: *Topoi* 13 (1994a) 117–126.
- Sundholm, G.: „Vestiges of Realism“, in: B. McGuinness/G. Oliveri (eds.): *The Philosophy of Michael Dummett* (Dordrecht 1994b) 137–165.
- Sundholm, G.: „Implicit Epistemic Aspects of Constructive Logic“, in: *Journal of Logic, Language and Information* 6 (1997) 191–121.
- Thomas v. Aquin: *In Duodecem Libros Metaphysicorum Aristotelis Expositio*, ed. M.-R. Cathala (Rom 1964).
- Tugendhat, E.: *Der Wahrheitsbegriff bei Husserl und Heidegger* (Berlin 1967) 91–96.
- Wittgenstein, L.: (TLP), *Tractatus logico-philosophicus*, kritische Edition, ed. B. McGuinness u. J. Schulte (Frankfurt a.M. 1989).
- Wittgenstein, L.: *Vorlesungen 1930–1935*, ed. J. King/D. Lee/A. Ambrose/M. Macdonald (Frankfurt a.M. 1984).
- Wright, C.: *Realism, Meaning and Truth* (Oxford 1987).
- Wright, C.: *Truth and Objectivity* (Cambridge, Mass. 1992).