Das Eine und das Viele

Godehard LINK (München)

1. *Einleitung: „Reiche“ vs. formale Metaphysik*

Von Alfred Whitehead, dem Mathematiker, Ko-Autor von Bertrand Russell und späteren Prozeß-Metaphysiker, stammt die bekannte Bemerkung, daß die Geschichte der europäischen Philosophie im wesentlichen eine Ansammlung von Fußnoten zu Platon sei.[1] Auch für einen von der modernen Logik geprägten analytischen Philosophen wie mich ist es gewiß angebracht, an dieses Diktum zu erinnern, wenn ich mich anschicke, einige Überlegungen zum Thema dieses Aufsatzes anzustellen. Das Verhältnis vom Einen zum Vielen ist ein zentrales platonisches Motiv, welches in der Philosophiegeschichte bis hin zu Hegel und Heidegger in direktem Bezug auf und in Auseinandersetzung mit Platon immer neu beleuchtet und beschrieben wurde. Andererseits ist es auch von derart archetypischer Allgemeinheit, daß es nicht verwundert, daß diese Opposition in der Ideengeschichte je nach Charakter der Epoche und auch des Kulturkreises, je nach Wissens- oder Lebensbereich die verschiedensten Gestalten annahm. So kennt etwa auch die klassische chinesische Philosophie den Gegensatz von dem Einen (dem *dao* [Weg, natürliche Ordnung], oder in neo-konfuzianischer Form, dem *li* [Form, Prinzip, Gesetz]), und den vielen, den „zehntausend Dingen“. Im *Daodejing* wird das Dao der Ursprung der zehntausend Dinge und Mutter von Himmel und Erde, dem dualistischen Prinzip des *Yin* und *Yang*, genannt.

Im Abendland spiegelt sich die Opposition wider in philosophischen Begriffspaaren wie: die *Idee* und die *Erscheinungen,* das *Ganze* und die *Teile,* der *Begriff* und die *Einzeldinge,* das *Grenzenlose* und das *Begrenzte,* das *Unbestimmte* und das *Bestimmbare,* das *Absolute* und seine *Erscheinungsformen.* In den Wissenschaften finden sich Dichotomien wie das *Unendliche* und das *Endliche,* das *Axiom* und seine *Folgerungen,* die *Theorie* und ihre *Modelle,* das *Einfache* und das *Zusammengesetzte,* das *Reine* und das *Gemischte, Naturprinzip* und *Naturphänomene,* das *Unbewußte* und die *bewußten Empfindungen.*

Die bisher genannten Paare beziehen sich alle auf gewisse logische oder theoretische Aspekte unserer Grundopposition. Dabei beläßt es die Geschichte der Ideen jedoch nicht. Diese Gegensätze und andere der gleichen Art werden auf die verschiedenste Weise miteinander gekoppelt und rekombiniert und erzeugen so weitere Analogiereihen. Vor allem aber unterliegen sie einem Prozeß der *Valorisie-*

[1] A. N. Whitehead, Process and Reality. An Essay in Cosmology (New York 1929) 39.

rung, um einen Ausdruck Gaston Bachelards zu verwenden,[2] d.h. sie werden wertemäßig „aufgeladen". So wird dem Einen mit seinen Aspekten das Attribut der *Vollkommenheit* beigelegt. Bei Platon sind die Erscheinungen nicht real, sondern „Schein", und nur dem Einen, der Idee, kommt der Charakter des Wirklichen zu. Zugleich wird die Idee des Guten und Schönen zum erstrebenswerten Leitbild für die Lebensführung. In diese Reihe fügt sich vor allem natürlich der Gottesbegriff ein, der unter anderem den mathematischen Begriff der Unendlichkeit theologisch valorisiert und insgesamt die Idee der Vollkommenheit selbst verkörpert.

Aber auch in der Geschichte der Wissenschaften sieht man den Mechanismus der Valorisierung am Werk. Weil die Kreisform die einfachste geometrische Figur ist, galt sie zugleich als die *vollkommenste* Figur und wurde in der griechischen Astronomie zum Prinzip aller Himmelsbewegungen erklärt. Das Ptolemäische System der Epizyklen wendet beträchtlichen Scharfsinn auf, um die erratisch wirkenden Planetenbewegungen (speziell die Oppositionsschleifen, die Mars oder Jupiter vollziehen) als Resultat von Kreisbewegungen darzustellen. Die Valorisierung des Einen spielt dabei eine ambivalente Rolle, wie sich sehr gut an der Reaktion von Galilei auf die Keplerschen Ellipsenbahnen zeigen läßt: Galilei lehnte die Ellipsen ab, da er die Abweichungen von der Kreisbahn auf Fehler in den Beobachtungen zurückführte. Zwar ist auf der einen Seite die Vernachlässigung von Meßfehlern zugunsten eines einfachen Bewegungsgesetzes methodologisch geboten; auf der anderen Seite kann die Valorisierung des Einfachen jedoch zu einem Hindernis für den Erkenntnisfortschritt werden.

Nun fand in der Moderne eine charakteristische Umpolung der Bewertung der Beziehung vom Einen zum Vielen statt. Natürlich büßte das Einfache, die Generalisierung, das Reduzieren auf ein einziges oder wenige Prinzipien seinen hervorgehobenen Platz in der Strukturierung des menschlichen Wissens keineswegs ein; vor allem in den Naturwissenschaften wurde die Methodologie der Vereinheitlichung immer wichtiger. Erst in unserem Jahrhundert, mit der Ankunft der Quantenmechanik, macht es überhaupt Sinn, von der „Einheit der Natur" zu sprechen, d.h. von einem einheitlichen physikalischen Weltbild, welches Biologie und Chemie als Teiltheorien umfaßt. Daraus ergab sich dann sogar die Suche nach der einen „Weltformel", der theoretischen Zusammenführung aller Arten pyhsikalischer Kräfte, an der allerdings so überragende Forscher wie Einstein und Heisenberg (letzterer ein erklärter Platon-Bewunderer) erst einmal scheiterten. Zum Ausgang dieses Jahrhunderts eröffnen die theoretischen *Super-String*-Modelle der *Quantenkosmologie* gewisse Perspektiven auf eine akzeptable Version der Weltformel, welche allerdings nach den aktuellen Vorstellungen ihre Wirkung, wenn überhaupt, dann nur zur sog. *Planck-Zeit,* d.h. etwa 10^{-43} Sekunden nach Beginn des Universums, entfaltet haben können. Etwas bescheidener, aber inhaltsreicher und unter dem Einheitsgedanken für Physiker wirklich faszinierend sind die *Grand Unification Theories* (GUT), die alle Grundkräfte der Natur bis auf die Gravitation zusammenfassen.

---

[2] G. Bachelard, La formation de l'esprit scientifique. Contribution à une psychoanalyse de la connaissance objective (Paris 1938).

In der Wissenschaftsphilosophie dagegen ist die Grundstimmung eher pluralistisch: Der Wert von Reduktionen von einer Theorie auf eine andere, „grundlegendere" (wie etwa die von Thermodynamik auf statistische Mechanik) wird zwar anerkannt; allerdings verliert dadurch die reduzierte Theorie nicht ihre Existenzberechtigung; die Vorstellung ist vielmehr die eines ganzen *Netzes von Theorien,* welche einzeln nur einen lokalen Bereich von Naturphänomenen beschreiben und erst in ihrer Gesamtheit ein (möglichst) vollständiges wissenschaftliches Weltbild ergeben.

Die pluralistische Umpolung in der Valorisierung unseres Themas, von der ich oben sprach, führte auf der anderen Seite in der Geschichte des Denkens, hervorgerufen durch wissenschaftliche und politische Umwälzungen, zu einer Entwicklung, in der die Idee des Einen den eher negativ besetzten Charakter des Uniformen, des Geschlossenen annahm; dem entgegengesetzt wurde die nun positiv bewertete Produktivität des Vielfältigen, des Offenen. Man könnte dabei z.B. an Karl Popper denken, der in seiner Polemik *Die offene Gesellschaft und ihre Feinde* nicht nur – wie zu Zeiten des kalten Krieges im Westen mit Beifall zur Kenntnis genommen wurde – den Marxismus angriff, sondern eben auch den platonischen Staat, was meist als eine wenig reflektierte und zeitbedingte „Verirrung" beiseitegelegt wird. Ich möchte aber zur Thematik des „Offenen" ein in meinen Augen bedeutsameres und zugleich charakteristisches Beispiel geben, das man als zwei verschiedene Reaktionen auf die Erschütterungen der Französischen Revolution betrachten kann: Während *Hegel* noch gewissermaßen in einer letzten historischen Anstrengung die Idee des Einen in das allumfassende Absolute steigert, interpretiert sein Jugendfreund *Hölderlin* im eigenen poetischen Lebensentwurf das Aufbrechen der alten Ordnung als kreative Chance (indem er übrigens die astronomischen Tatbestände der Keplerschen Ellipsenbahnen durch sein lebensphilosophisches Konzept der „exzentrischen Bahn" valorisiert – dem Dichter ist das gestattet!). In der Elegie *Brot und Wein* formuliert er:

> ... So komm! daß wir das Offene schauen,
> Daß ein Eigenes wir suchen, so weit es auch ist.
> Fest bleibt Eins; sei es um Mittag oder es gehe
> Bis in die Mitternacht, immer bestehet ein Maß
> Allen gemein, doch jeglichem auch ist eignes beschieden,
> Dahin gehet und kommt jeder, wohin er es kann.

Dies ist der Entwurf einer positiven *Vielfalt* von Lebensformen, die durchaus und gerade auch in unserer Zeit paßt. Auch vom „lebensphilosophischen" und nicht nur vom wissenschaftstheoretischen Standpunkt aus gesehen, erscheint es also wichtig, in diesem Spannungsverhältnis bei allem „Einheitsdruck" die wichtige Rolle des Vielen nicht zu vernachlässigen.

Zu all diesen ideengeschichtlichen Verzweigungen und Kreuzungen, so interessant sie sein mögen, habe ich außer einer allgemeinen „Sicht der Dinge" wenig beizutragen und verweise auf die Arbeiten kompetenterer Autoren. Dagegen will ich im folgenden versuchen, zum *begriffslogischen Kern* unseres Grundverhältnisses zurückzukehren. Ich knüpfe damit eher an eine Denktradition an, die mit Platons Dialog *Parmenides* begründet wurde. Es wird darum gehen zu analysieren, wie sich eine Mehrzahl von Dingen als „Vielheit" beschreiben läßt und unter welchen Bedingungen sie zu einer genuinen Einheit zusammengefügt werden kann. Eine solche Untersuchung stellt einen Beitrag zu einer *formalen Metaphysik* dar, die im Gegensatz zur eben skizzierten „reichen Metaphysik" im wesentlichen moderne Begriffslogik ist. Ihr Ziel ist es, die Grundbeziehungen und Operationen des Denkens mit den in unserer Zeit verfügbaren logischen Mitteln zu analysieren und zu klären. Zu jenem Arsenal von Grundbeziehungen und Operationen zählen speziell: (i) Identität, (ii) Prädikation, (iii) Abstraktion, (iv) Quantifikation, (v) die Teil-Ganzes-Beziehung, (vi) Modalität. Die Lehre von der Teil-Ganzes-Beziehung ist die *Mereologie;* im folgenden wird es vor allem um die Mereologie der Vielheiten gehen. Abschließend werde ich noch auf die Rolle der *Mengenlehre* zu sprechen kommen, die an dem Punkt ins Spiel kommt, wo *unendliche Vielheiten* betrachtet werden.

2. *Wie sprechen wir über Vielheiten?*

Beginnen wir mit einer sprachlogischen Klärung von „Eines" und „Vieles". Wann sagen wir, daß etwas eines sei, und wann, daß es sich um mehrere oder viele Dinge handle?[3] Und wie beziehen wir uns auf Vielheiten? Hypostasieren wir dabei Vielheiten als eigene Entitäten, und wenn ja, wie ist das Verhältnis dieser Entitäten zu den Dingen zu denken, die zu ihnen gehören?

Wenden wir uns zunächst dem Begriff des Einzeldings zu und versuchen wir ein wenig, seine immer irgendwie vorausgesetzte Klarheit zu problematisieren. Stellen wir uns vor, daß vor uns auf der Matte eine gewöhnliche Hauskatze mit Namen Tibbles sitzt. Tibbles hat mindestens 1000 Haare, $h_1, \ldots, h_{1000}$. Sei c_n wie Tibbles, aber ohne das n-te Haar, für alle n zwischen 1 und 1000. Wir werden kaum abstreiten können, daß c_n eine Katze ist. Dies sagen wir dann offenbar mit gleichem Recht von allen Objekten $c_1, \ldots, c_{1000}$. Nun sitzen aber vor uns mindestens 1001 Katzen auf der Matte, was natürlich absurd erscheint.[4] Was ist hier falsch gelaufen? Warum sollten wir annehmen, daß die 1000 Objekte c_n überhaupt Katzen sind? Peter Geach, von dem dieses Beispiel stammt und der als Kenner der Scholastik wohl vertraut ist mit logischen Denkübungen dieser Art, gibt folgende Begründung: Da wir schlecht sagen können, daß das Auszupfen eines einzelnen Haares eine Katze erzeugt, muß jedes c_n wohl schon vorher eine Katze gewesen sein. Andererseits sind die c_n nach dem Leibniz'schen Identitätskriterium[5] paarweise verschieden voneinander, da jedem ein anderes Haar fehlt.

---

[3] Ich ignoriere die präzisere sprachliche Opposition viele vs. wenige. Mit dem Vielen sei hier „mehr als eins" gemeint; in diesem Sinn wird ja auch das Abstractum „Vielheit" gebraucht.

[4] P. Geach, Reference and Generality (Ithaca, NY 1980) 215f.; D. Lewis, ‚Many, but almost one', in: J. Bacon et al., Ontology, Causality, and Mind. Essays in Honour of D. M. Armstrong (Cambridge 1993) 23–38.

[5] „Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate." G. W. Leibniz, ‚Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis', Def. 1, in: Schriften zur Logik, Bd. IV der Philosophischen Schriften, hrsg. von H. Herring (Darmstadt 1992) 156. Die eklatante Vermischung von Verwendung und Erwähnung von Termen sei hier ignoriert.

Wie reduzieren wir in diesem Fall die vielen Objekte c_n auf eine einzige Katze, wie es sein soll? Es ist klar, daß eine Lösung davon abhängt, welche Objekte wir als gleich ansehen. Damit steht unsere Konzeption von Identität auf dem Prüfstand. Geach selbst kommt zu dem Schluß, daß das Leibnizsche Gesetz zu strikt angewendet wurde: In der realen Welt gibt es keine absolute Identität wie in der Logik. Ein paar Haare mehr oder weniger machen aus Tibbles nicht *andere* Katzen. Dies ist richtig, aber nicht, weil die Identitätsrelation vage wäre, sondern weil unsere Bezugnahme auf Katzen vage ist. Wir sind an Katzen interessiert, die Mäuse fangen oder im Sessel schnurren, und beide Eigenschaften sind unabhängig von der genauen Anzahl der Haare. (Sollte sich dennoch ein Zusammenhang herausstellen, so würden wir unseren Katzenbegriff möglicherweise revidieren.) Vor allem aber zählen wir nicht 1001 Katzen, weil wir damit weit über 99% des „Klumpens von Katzengewebe", wie Geach sich ausdrückt, da vor uns auf der Matte tausendmal zählen müßten. Unsere Praxis des Zählens ist aber eine andere: Dinge, die unter ein *Sortal* wie den Begriff Katze fallen, werden unter normalen Umständen *disjunkt* und nicht *überlappend* gezählt. Dies ist Teil der Art und Weise, wie wir auf konkrete Dinge in unserer Umwelt Bezug nehmen. Meine Reaktion auf die 1001 Katzen ist also eine doppelte: Ich stimme Geach zu, daß das Leibnizsche Gesetz nicht unreflektiert angewendet werden darf, würde aber die logische Beziehung der Identität nicht relativieren wollen. Daß trotzdem nicht plötzlich ganz viele Katzen die Matte bevölkern, liegt an der Art und Weise, wie wir auf Objekte referieren.

Nebenbei sei angemerkt, daß Lewis, der „Scholastiker" unter den analytischen Philosophen, verschiedene technische Lösungen präsentiert, denen es m.E. aber an Plausibilität mangelt. Mir hat das Beispiel hier dazu gedient, um auf die verschiedenen Zählweisen aufmerksam zu machen; davon wird im folgenden Gebrauch gemacht.

Nehmen wir also jetzt an, wir hätten den Spuk der 1001 Katzen auf der Matte gebannt und das Identitätsproblem zu unserer Zufriedenheit gelöst. Damit wissen wir, unter welchen Bedingungen wir *ein einzelnes* Ding vor uns haben. Betrachten wir jetzt mehrere von solchen Dingen. Wie können wir uns sprachlich auf sie beziehen?

Zumindest in den westlichen Sprachen wie dem Deutschen oder auch dem Griechischen gibt es die Numerus-Unterscheidung zwischen Singular und Plural, die einen ersten Anhaltspunkt liefert. Ein grammatischer Singular bezieht sich meist auf ein Einzelding (z.B. *der Berg dort, das Haus auf der anderen Straßenseite*) und ein Plural auf mehrere Dinge (z.B. *die Berge dort, die Häuser auf der anderen Straßenseite*). Aber ein Singular kann sich auch auf eine Vielheit und ein Plural auf eine Einheit beziehen; Beispiel: *die Nationalmannschaft war müde* (Müdigkeit ist eine Eigenschaft von Menschen, nicht von Kollektiven wie Mannschaften); aber umgekehrt auch: *die reellen Zahlen sind überabzählbar* (Abzählbarkeit bzw. Überabzählbarkeit ist eine Eigenschaft von Mengen, nicht von einzelnen Zahlen). Es gibt sogar Fälle, in denen ein und derselbe Ausdruck je nach Kontext mal eine Einheit, mal eine Vielheit bezeichnet. In dem Satz *die Montagues sind eine Adelsfamilie aus Verona* steht der Pluralausdruck für eine Einheit, die Familie; dagegen steht er in dem Satz *die Montagues hassen die Capulets* für eine Vielheit (denn *hassen* ist eine Eigenschaft von individuellen Menschen).

Bertrand Russell zeigt in seinem frühen Werk *The Principles of Mathematics*[6] deutlich seine Unentschlossenheit, wie er Vielheiten, die er schon mit dem technischen Ausdruck *Klassen* bezeichnet, in Bezug auf unser Begriffspaar Eines-Vieles einordnen soll. Er schreibt:

> Eine Klasse ist zumindest in einem Sinn verschieden von dem Ganzen, welches sich aus ihren Termen zusammensetzt, den dieses ist lediglich und wesentlich eins, während jene, falls sie viele Terme besitzt, ... gerade die Art von Objekt ist, dem man das Attribut *viele* zuschreibt. (PoM:68)

Wenig später in dem Buch kommt Russell auf das Problem zurück und stellt explizit die Frage, ob denn nun eine Klasse mit vielen Termen[7] eine oder viele sei; er fährt fort:

> Wenn wir die Klasse einfach als äquivalent zur numerischen Konjunktion „*A* und *B* und *C* und etc." ansehen, so scheint es klar zu sein, daß sie eine Vielheit ist [it is many]; dennoch ist es durchaus notwendig, daß wir in der Lage sind, Klassen jeweils als ein Objekt zu zählen, und wir sprechen ja auch in der Regel von *einer* Klasse. Also scheint es, daß Klassen in einem Sinn Einheiten und in einem anderen Vielheiten sind [one in one sense and many in another]. (PoM:76)

Russell macht eine gewisse Tendenz in der Sprachverwendung aus, Klassen als viele und Klassen als eine zu identifizieren; sein Beispiel lautet *alle Menschen* und *die Menschheit* (*all men* and *the human race*). Aber er kommt doch zu dem Schluß, es sei korrekter, eine strikte Trennung zwischen Klassen als vielen und Klassen als einer vorzunehmen, und zu sagen, das Viele sei nur vieles und das Eine sei nur eins. Hier stört zunächst, daß der Russell der *Principles* noch die Nominalphrase *alle Menschen* als einen denotierenden Ausdruck auffaßt (kurze Zeit später kommt er davon ab); aber er meint damit offensichtlich die Vielheit, die er auch durch die erwähnte Konjunktion „*A* und *B* und *C* und etc." mitteilt, wobei man sich hier alle Menschen aufgezählt zu denken hat. Diese Vielheit ist die Klasse als viele. Dagegen kann, so Russell, „die Klasse als eine mit dem Ganzen identifiziert werden, das sich aus den Termen der Klasse zusammensetzt, i.e., im Fall der Menschen ist die Klasse als eine die Menschheit" (ebd.). Aufgrund der Art dieses Beispiels leuchtet natürlich ein, daß Russell die beiden Klassenauffassungen nicht identifizieren will: Der Ausdruck *Menschheit* (bei ihm heißt es *the human race,* also eigentlich die Spezies Mensch) meint wirklich etwas anderes als die Klasse oder Menge aller Menschen; Russell fügt hier durch den Wechsel des Ausdrucks unbemerkt Inhalt hinzu, der bei der rein logischen Operation der Klassenbildung natürlich nicht mitgeliefert wird. Er nimmt nicht genügend Rücksicht auf die semantischen Feinheiten der sprachlichen Ausdrücke. Auf der anderen Seite ist er so sehr im „Bann der Grammatik", daß er eine strikte semantische Korrelation (Singular $\Rightarrow$ Einheit) sowie (Plural $\Rightarrow$ Vielheit) annimmt. In dieser Auffassung tritt das zutage, was ich das *grammatische Problem* der Referenz auf Vielheiten nennen möchte: die Auf-

[6] London 1903; i.f. als PoM abgekürzt. Übersetzungen von Zitaten stammen vom Verf.

[7] Russell nennt beliebige Dinge, insbesondere aber, wenn sie als Elemente einer Klasse auftreten, Terme.

fassung nämlich, daß sich in der grammatischen Singular/Plural-Distinktion eine ontologische Unterscheidung Einheit vs. Vielheit spiegelt.

Das grammatische Problem ist nur eines von den begrifflichen Hindernissen, die bei der Frage, was denn nun Eines sei und was Vieles, Schwierigkeiten machen. Ein weiteres solches Problem wird von Gottlob Frege in den *Grundlagen* thematisiert.[8] In den Passagen, in denen er die höherstufige Auffassung seines Zahlbegriffs entwickelt (Zahlen als Eigenschaften von Begriffen), versucht er die in seinen Augen „naive" Vorstellung John Stuart Mills zu unterminieren, Zahlen seien Eigenschaften von Ansammlungen von Dingen, die Mill „Aggregate" nennt. Mill unterstellt nämlich, daß es eine charakteristische Weise gibt, in der ein solches Aggregat in seine Teile zerlegt werden kann. Frege führt dagegen ins Feld, daß man etwa ein Bündel Stroh auf die verschiedenste Weise zerlegen könne und daher eine Zählung der Teile unmöglich sei, und er fragt rhetorisch weiter: „Giebt es eigentlich Aggregate von Beweisen eines Lehrsatzes oder von Ereignissen? und doch kann man auch diese zählen" (GAr: § 23). Allerdings entstünde für Mill ein Problem nur dann, wenn Frege zeigen könnte, daß es unmöglich ist, eine *Einheit* des jeweiligen Zählprozesses im Sinne von *Maßeinheit* zu fixieren. Aber natürlich ist das Spezifizieren einer Einheit gang und gäbe und im Normalfall völlig unproblematisch. Man kann also Aggregate oder Vielheiten mit Zahlen belegen. Und was abstrakte Aggregate wie Vielheiten von Beweisen oder Ereignissen betrifft, so verhalten sie sich im Prinzip nicht anders, sofern nur geklärt ist, von welcher Art die Ausgangsobjekte sind.

Die Fregesche Schwierigkeit nenne ich das Problem der *nicht spezifizierten Einheit*, welches jedoch kein ernsthaftes Hindernis für die Bezugnahme auf Vielheiten darstellt. Ich will aber noch ein drittes Hindernis anführen, das ich das *Problem der Mehrfach-Zählung* nenne. Man stelle sich vor, auf einem Tisch liegen zwei Holzquader mit mindestens einer gleichgroßen Außenfläche, an der sie aneinandergelegt sind. Die gemeinsame Gestalt bildet dann wiederum einen Quader. Haben wir es nun mit zwei Quadern zu tun oder mit dreien? Das kommt darauf an, wie wir zählen; *ohne Überlappung* zählen wir zwei und *mit Überlappung* drei: Der Gesamtquader enthält die Ausgangsquader als Teile. Beide Zählweisen können übrigens sinnvoll sein. Normalerweise halten wir natürlich unsere Zählobjekte säuberlich auseinander und räumlich getrennt. Aber wir müssen nicht zu so außergewöhnlichen Fällen wie siamesischen Zwillingen greifen, um das Zählen mit Überlappen zu belegen. Im Mühlespiel z. B. gewinnt man auf zweierlei Weise zwei Mühlen: mit sechs Steinen und (interessanter) mit fünf Steinen; diese Mühlen überlappen sich aber.

Diese Beobachtung könnte für sich genommen den 1001 Katzen auf der Matte neue Legitimität verleihen. In der Tat gibt es streng genommen jene 1001 verschiedenen Klumpen von Katzengewebe. Aber ich deutete schon an, daß die Art unserer

[8] G. Frege, Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl (Hamburg 1988); i.f. als GAr abgekürzt.

Bezugnahme auf Katzen typischerweise nicht-überlappend ist, weil wir unter das sortale Prädikat „Katze“ gewisse lebende Organismen und keine Materieklumpen subsumieren.

Diese Überlegungen zeigen, daß die Unterscheidung Eines vs. Vieles *absolut gesehen* gar nicht greifbar ist. Diese Diagnose wird noch augenfälliger, wenn wir homogene Stoffe wie Wasser betrachten. Vor mir auf dem Tisch steht ein Behälter mit einem Liter Wasser; wie viele Wasser-Portionen befinden sich in dem Behälter? Eine, aber zugleich auch unvorstellbar viele. Das braucht uns aber nicht zu beunruhigen. Die Vielheit steht in einer ein-eindeutigen Beziehung zu dem Ganzen, dem Liter Wasser. Dieses ist die eindeutige mereologische „Fusion“ der vielen Portionen, und aus dem Ganzen kann man umgekehrt auf eindeutige Weise die Vielheit aller Teilportionen erzeugen.

3. Vielheiten als Pluralitäten

Man betrachte nun derartige Ansammlungen von Dingen, die wahlweise als Vielheiten, Aggregate, Kollektionen oder Pluralitäten bezeichnet werden können. Wenn man die relevante Einheit spezifiziert und sich zugleich auf eine feste Zählweise festlegt (vorrangig natürlich die disjunkte), so kann man den Pluralitäten eine charakteristische Zahl zuordnen, die Anzahl ihrer Elemente.

Es stellt sich dann die Frage, ob solchen Vielheiten ein Platz in unserer Ding-Ontologie eingeräumt werden soll. Existiert zu jeder Anzahl von Objekten einer gegebenen Art auch deren Aggregat oder Pluralität? Michael Dummett etwa hält die Annahme solcher Objekte für vollkommen abwegig. „There is no such thing as a ‚plurality‘, which is the misbegotten invention of a faulty logic.“[9] Dummett diskutiert den § 46 der Fregeschen *Grundlagen*, in dem Zahlaussagen untersucht werden wie „der Wagen des Kaisers wird von vier Pferden gezogen“. Nach Freges Analyse schreibt diese Aussage dem Begriff *Pferd, das den Wagen des Kaisers zieht* die Zahleigenschaft Vier zu. Was sowohl Frege als auch Dummett entgeht, ist allerdings der Umstand, daß in diesem Beispielsatz das Prädikat *den Wagen des Kaisers ziehen* für eine *kollektive* Eigenschaft steht, die keinem der vier Pferde für sich genommen zukommt; die Pferde ziehen vielmehr den Wagen gemeinsam, da typischerweise der Wagen für ein Pferd allein zu schwer wäre. Damit fällt keines der Tiere unter den von Frege genannten Begriff *Pferd, das den Wagen des Kaisers zieht;* also ist der Begriff leer und hat somit die Zahl-Eigenschaft Null. Derartige Prädikate heißen *kollektive Prädikate* und bezeichnen kollektive Eigenschaften. Die Frage ist, von welcher Art die Objekte sind, die solche Eigenschaften haben. Pluralitäten würden sich anbieten, wenn sie nicht Dummetts Bannstrahl getroffen hätte. Ich denke, Dummett würde als Ersatz die typischen Objekte der modelltheoretischen Semantik anbieten: *Mengen* bzw. *Klassen.*[10] Die Extension oder der Um-

[9] M. Dummett, Frege. Philosophy of Mathematics (Cambridge, MA 1991) 93.

[10] Philosophen wie Russell und Quine verwenden die Ausdrücke ‚Menge‘ und ‚Klasse‘ synonym. Von

fang des Begriffs *Pferd* bestünde dann aus gewöhnlichen Pferden aus Fleisch und Blut, während sich die Extension eines kollektiven Prädikatbegriffs wie *den Wagen des Kaisers ziehen* aus Klassen von Pferden zusammensetzte. Nun sind nach landläufiger Meinung Klassen abstrakte Objekte, unveränderlich und außerhalb von Raum und Zeit. Das aber ist ein Problem.

Man stelle sich vor, Wilhelm II. hätte die Wirren des Ersten Weltkriegs unbeschadet überstanden und wäre auch noch in den zwanziger Jahren deutscher Kaiser gewesen. Am Fortschritt teilnehmend hätte er statt der vier Pferde ein Automobil vor seinen Prunkwagen gespannt, wäre jedoch am Sedanstag aus Tradition weiterhin mit den vier Pferden ausgefahren. Dann könnte man sagen, daß nicht nur eine Klasse von vier Pferden in der Extension unseres kollektiven Prädikats sei, sondern auch jenes Automobil. Konkreta und Abstracta würden also gleichermaßen unter die Eigenschaft, den Wagen des Kaisers zu ziehen, fallen. Das wäre für sich genommen noch kein Widerspruch; aber ist es auch plausibel?

Zum Zweck eines weiteren Beispiels gehe ich zurück an die Wirkungsstätte von Platon und Aristoteles, die Stadt Athen mit der Akropolis. Neben dem alles beherrschenden Parthenon-Tempel findet sich ein architektonisches Detail von außergewöhnlicher Schönheit, die Korenhalle des Erechtheions. Dort stützen sechs marmorne Frauengestalten, *Karyatiden* genannt, das Dach dieser Vorhalle. Wir stellen uns nun folgende kontrafaktische Baugeschichte vor: danach besaß der Vorbau ursprünglich gewöhnliche Wände. Diese Wände waren ästhetisch wenig ansprechend, und so fügten die Architekten zunächst, um Licht zu schaffen, Fenster ein, nahmen dann ganze Wandteile heraus und setzten schließlich jene Karyatiden als Gebälkstützen ein. Es ist klar, daß die ursprüngliche Wand ein konkretes, raumzeitliches Objekt ist, das unter die Eigenschaft *E, das Gebälk der Vorhalle des Erechtheions zu stützen,* fällt. Zu einem späteren Zeitpunkt fällt die Klasse der Karyatiden, ein Abstractum, unter diese Eigenschaft. Wann aber genau in der Baugeschichte wandelt sich das *E* erfüllende Objekt von einer konkreten in eine abstrakte Entität? Diesen mysteriösen Übergang möchte ich hier einmal das *Abstraktionsmirakel* nennen.

Eine durchaus berechtigte Reaktion könnte darin bestehen, die modelltheoretische Semantik für das Abstraktionsmirakel verantwortlich zu machen; dort werden üblicherweise Mengen von konkreten Individuen als die Bedeutungen (Extensionen) von Prädikaten wie „Pferd“ oder eben auch „Karyatide“ angesehen. Damit haben wir es gerade mit jener Mischontologie zu tun, in der Konkreta durch Mengenkomprehension zu einer neuen, jetzt abstrakten Entität zusammengefaßt werden. Ich werde gleich auf die Frage der Mischontologie zurückkommen; hier sei zunächst jedoch bemerkt, daß vorerst nicht von Prädikatbedeutungen die Rede ist, welche in der Dichotomie Individuum vs. Universale auf der Seite der *subsumierenden* Universalien zu finden sind, sondern von Aggregaten, die von (kollektiven) Prädikaten *subsumiert werden* und als solche auf die Seite der Individuen gehören.

dieser Verwendungsweise muß die Mengen/Klassen-Dichotomie in der Mengenlehre unterschieden werden.

Was nun das Abstraktionsmirakel betrifft, so scheint mir in der Tat die Auffassung unannehmbar, daß dann, wenn eine Vielheit von konkreten Objekten eine (kollektive) Eigenschaft erfüllt, sie automatisch zu einem Abstraktum wird. Es erscheint vielmehr offensichtlich, daß die Karyatiden „zusammengenommen", also als Vielheit oder Pluralität, genauso konkret sind wie die marmornen Einzelfiguren. Gegen Dummett gilt es also festzuhalten, daß das Urteil der „scheußlichen Erfindung einer falschen Logik" von Pluralitäten zumindest vorschnell gefällt wurde. In der Tat läßt sich eine kohärente Logik von Pluralitäten entwickeln, wie ich weiter unten andeuten werde.

Zunächst möchte ich aber eine Verbindung herstellen zwischen dem Status von Pluralitäten und dem der Mengen als Prädikatbedeutungen. In der gegenwärtigen Philosophie der Mathematik ist der Status von Mengen als abstrakten Objekten außerhalb von Raum und Zeit sehr umstritten, ganz unabhängig davon, ob es sich dabei nun um *reine* Mengen handelt, die aus der leeren Menge aufgebaut sind, oder um Mengen *mit Urelementen,* also wie in unserem Beispiel solchen mit Marmorstatuen als Elementen. Was insbesondere Schwierigkeiten bereitet, ist die Frage nach der *epistemischen Zugänglichkeit* von abstrakten Objekten im allgemeinen und speziell auch von mathematischen Objekten wie Zahlen und Mengen. Um die Position von Mengen in diesem Punkte zu verbessern, entwickelte Penelope Maddy in ihrem Buch *Realism in Mathematics*[11] eine Argumentation, die zeigen soll, daß Mengen gar nicht ein unzugängliches Reich von Abstrakta bevölkern, sondern direkt wahrnehmbar sind. So schreibt sie:

> Betrachten wir den folgenden Fall: Steve braucht zwei Eier für ein gewisses Kochrezept. Die Eierschachtel, die er aus dem Kühlschrank holt, fühlt sich verdächtig leicht an. Er macht sie auf und sieht zu seiner Erleichterung drei Eier darin. Ich behaupte nun, daß Steve eine Menge von drei Eiern wahrgenommen hat (op. cit., 58).

Vorher hat Maddy eine Art Wahrnehmungstheorie für Mengen skizziert, die ihre Behauptung plausibel machen soll. Aber was sie dafür auch immer an Plausibilität beanspruchen kann, leitet sich einfach aus dem Umstand ab, daß Maddy das *Mengen nennt,* was in Wahrheit raum-zeitliche Vielheiten sind! Sie ist sogar bereit, einen dann nur konsequenten Schritt zu tun und Mengen den Charakter des Abstrakten abzusprechen: „... das bedeutet, daß Mengen nicht mehr länger als ‚abstrakt' gelten. Sei's drum; ich lege dem Ausdruck keine Bedeutung bei" (op. cit., 59).

Es gibt natürlich Gründe für die Identifikation von Mengen und Vielheiten. *Strukturell gesehen* verhalten sie sich vollkommen gleich. Den Vielheiten ist eine natürliche Teilrelation aufgeprägt, die ihre Entsprechung in der Inklusionsbeziehung zwischen Mengen hat. So ist die Teilrelation *reflexiv* (jede Vielheit ist Teil von sich selbst), *transitiv* (der Teil eines Teils einer Vielheit ist wieder ein Teil) und *antisymmetrisch* (was wechselseitig Teil voneinander ist, ist identisch), kurz: Die Teilbeziehung ist eine *Halbordnung.* Nun ist aber die Mengeninklusion das Paradigma einer Halbordnung, und die Vielheiten über einem gegebenen Grundbereich von

[11] Oxford 1990; Zitate wurden vom Verf. übersetzt.

Einzeldingen, zusammen mit der Teilrelation, können in eine Struktur-isomorphe Beziehung zu der Potenzmengenalgebra, der Gesamtheit aller Teilmengen über diesem Bereich gesetzt werden. Dabei sei die leere Menge ausgeschlossen, da es so etwas wie die leere Vielheit nicht zu geben scheint; „singularische Vielheiten" seien dagegen zugelassen: Sie sind einfach identisch mit den Einzeldingen. Ihre Entsprechungen in der Potenzmengenalgebra sind die Einermengen.

Somit bilden Vielheiten zusammen mit der Teilrelation *klassische Mereologien*, deren Modelle gerade Potenzmengenalgebren minus Null sind. Vom mathematischen Standpunkt aus ist es also vollkommen gerechtfertigt, diese Strukturen zu identifizieren. Das bedeutet, daß Vielheiten sich durch Mengen repräsentieren oder *modellieren* lassen. Dieser Umstand macht sie selbst allerdings nicht schon zu abstrakten Objekten; eine solche Auffassung hieße, die Repräsentationen mit den repräsentierten Objekten zu verwechseln.

Das bis hierher entwickelte Bild sieht also so aus: Über den Einzeldingen der Welt baut sich eine Superstruktur von Vielheiten auf, die nach Art einer klassischen Mereologie strukturiert ist. Wir bekommen dadurch nicht „mehr Objekte", solange wir nicht, wie vorhin erörtert wurde, die Einheit und die Zählweise wechseln. Diese Vielheiten sind ontologisch von der gleichen Art wie die Objekte, aus denen sie bestehen. Betrachten wir drei Katzen zusammen, so sind wir lediglich mit „mehr Katzengewebe" konfrontiert, als wenn wir eine Katze allein vor uns haben; keineswegs verflüchtigen sie sich in die fragwürdige „Feinstofflichkeit" abstrakter Gebilde. Die Vielheiten sind immer schon da, auch wenn wir nur in gewissen Zusammenhängen unser Augenmerk auf sie richten. Sie nehmen keinen extra Platz weg, sondern sind genau dort, wo ihre elementare Teile, die Einzeldinge, sind. Sie sind jedoch nicht redundant, da sie spezielle, *kollektive* Relationen eingehen können, die Einzeldingen verschlossen bleiben. Und wie wir unten sehen werden, können wir ferner in einer spezifischen Weise über sie quantifizieren, die nicht auf die Quantifikation über Einzeldinge reduzierbar ist.

Es ist wichtig anzumerken, daß die Theorie der Vielheiten als Mereologie, wie ich sie verstehe, lediglich ein detaillierteres Bild von den Individuen oder *Einzeldingen* im Sinne der englischen *particulars* in unserer Welt entwirft. Sie sagt nichts über das Universalienproblem, speziell nichts über eine mereologische Rekonstruktion von Allgemeinbegriffen bzw. Eigenschaften in einer nominalistischen Ontologie. Sie hat nur insofern einen nominalistischen Anstrich, als sie den Begriff der Vielheit nicht zum Anlaß nimmt, abstrakte Gegenstände wie Klassen zu postulieren, sofern das Ausgangsmaterial nicht von dieser Art ist. Sie ist aber verträglich mit der klassischen Auffassung von Prädikation als der Subsumtion von Einzeldingen unter einen Allgemeinbegriff; in dieser Opposition gehören die Vielheiten, wie oben bereits erwähnt, zu den „Einzeldingen" in einem erweiterten Sinn (in diesem Punkt ist die Logik mit der Grammatik nicht zur Deckung zu bringen).

Da die Vielheiten mereologischen Gesetzen gehorchen, werden sie in mereologischer Terminologie auch als *Aggregate, Fusionen* oder *Individuensummen* bezeichnet. Es gilt für sie das *Prinzip der unbeschränkten mereologischen Komposi-*

tion: Wann immer man eine gewisse Anzahl von Einzeldingen hat, existiert auch ihre Fusion. Wenn links auf meiner Terrasse eine Katze sitzt und rechts eine andere, dann ist damit automatisch ihre Summe, *die Katzen auf meiner Terrasse*, mitgegeben. Wenn meine Ontologie individuelle Katzen enthält, so gehe ich keine weiteren ontologischen Verpflichtungen durch die Anerkennung von Katzen-Vielheiten ein. Das einzige ist, daß eine Katzen-Vielheit, wenn sie mehr als eine Katze enthält, selbst keine Katze (Singular) mehr ist. Aber das ist auch gut so; räumlich getrennte Klumpen von Katzengewebe sind keine gute Basis für einen funktionierenden Katzenorganismus.

Das Prinzip der ontologischen Voraussetzungslosigkeit mereologischer Summen drückt David Armstrong so aus:[12]

> Ontologisch gesehen fügt ein mereologisches Ganzes allen seinen Teilen nichts hinzu, noch sind die Teile gegenüber dem aus ihnen bestehenden Ganzen etwas ontologisch Zusätzliches. Daraus folgt, daß ein mereologisches Ganzes *identisch* ist mit all seinen Teilen zusammengenommen.

Armstrong spricht in diesem Zusammenhang von einer *Supervenienz-Beziehung* zwischen dem Ganzen und seinen Teilen: Das Ganze superveniert auf seinen Teilen. Er meint damit, daß eine mereologische Fusion mit ihren Teilen notwendig mitgegeben ist und ontologisch nichts hinzufügt.

Auch wenn ich geneigt bin, dem zuzustimmen, möchte ich mich jedoch einer etwas subtileren Frage bezüglich mereologischer Fusionen zuwenden, die Armstrongs Zitat offen läßt. Eine Ontologie kann nämlich auf zweierlei Weise verstärkt werden: erstens durch Hinzunahme einer neuen *Art* von Objekten, also etwa durch die Anerkennung von Begriffen zusätzlich zu den Einzeldingen; aber zweitens auch durch die Erzeugung von *mehr Objekten der gleichen Art*; jene müssen durch *qualitative Existenzannahmen* gesichert werden, diese durch *quantitative Existenzannahmen*. Zum Beispiel können wir unser Mengenuniversum, welches qualitativ nur aus Mengen besteht, durch spezielle Mengenexistenzannahmen dichter bevölkern. Armstrongs Bemerkung nun sagt nur etwas über die qualitative Konstanz beim Übergang zu einem mereologischen Ganzen aus: *Wenn* das Ganze schon da ist, liefert es qualitativ nichts Neues. Ob dagegen jene Ansammlung von Teilen auch ein mereologisches Ganzes besitzt, ist dagegen eine andere Frage; es könnte ja sein, daß die Operation der mereologischen Fusion ohne spezielle quantitative Existenzannahmen aus dem Bereich der bestehenden Objekte hinausführt. Zum Beispiel stellt die Bildung der Vereinigungsmenge in der Mengenlehre eine mereologische Operation dar, die, angewandt etwa auf alle Einermengen des Mengenuniversums, aus diesem Universum hinausführt (die Forderung der Existenz dieser Vereinigungsmenge ist sogar inkonsistent). Insofern ist Mereologie durchaus nicht immer „ontologisch unschuldig".

Meine Behauptung ist nun, daß die Mereologie der Pluralitäten nicht nur in qualitativer, sondern auch in quantitativer Hinsicht ontologisch unschuldig ist. Dies drückt sich im erwähnten Prinzip der unbeschränkten mereologischen Komposi-

[12] A World of States of Affairs (Cambridge 1997) 12; Übersetzung des Verf.

tion aus. Eine Pluralität ist die in einem präzisierbaren Sinn detaillierteste, am meisten „entfaltete" mereologische Struktur über den zu ihr gehörenden Einzelobjekten. In algebraischer Terminologie handelt es sich um eine Fusion in dem „freien Verband" über dem Grundbereich; sie möge daher *freie Verbands-Fusion* heißen. Andere mereologische Fusionen nenne ich *substantielle Fusionen.*

Nur freie Verbands-Fusionen sind ontologisch unschuldig. Sie existieren immer. Zum Beispiel stellen *die natürlichen Zahlen* eine freie Verbands-Fusion dar, eine Vielheit, zu der jede natürliche Zahl und nichts sonst gehört. Dagegen ist die *Menge der natürlichen Zahlen N* eine substantielle Fusion; nehmen wir wieder die Bildung der Vereinigungsmenge als Fusionsoperation, dann ist *N* die Fusion aller endlichen Mengen von natürlichen Zahlen, deren Existenz nur durch ein entsprechendes mengentheoretisches Existenzaxiom gesichert ist. Ich räume allerdings ein, daß diese Betrachtungsweise, soll sie nicht-trivial sein, die Denkmöglichkeit voraussetzt, *daß es „die natürlichen Zahlen" gibt, ohne daß es die Menge der natürlichen Zahlen zu geben braucht.* Das mag manchem gewiß paradox erscheinen. Aber wir können den Kontrast noch verschärfen, indem wir als unsere Einzelobjekte Mengen selbst nehmen. Eine Menge heiße *selbstelementig,* wenn sie sich selbst als Element enthält. Betrachten wir nun *die nicht-selbstelementigen Mengen.* Nach dem Gesagten gibt es diese Vielheit, aber sie kann nicht zu einer Menge zusammengefaßt werden, wie die Russell-Antinomie zeigt.

Georg Cantor nannte solche Vielheiten inkonsistent. In einem Brief an Dedekind aus dem Jahre 1899 schreibt er:[13]

> Eine Vielheit kann nämlich so beschaffen sein, daß die Annahme eines „Zusammenseins" *aller* ihrer Elemente auf einen Widerspruch führt, so daß es unmöglich ist, die Vielheit als eine Einheit, als „ein fertiges Ding" aufzufassen. Solche Vielheiten nenne ich *absolut unendliche* oder *inkonsistente Vielheiten.*
>
> Wie man sich leicht überzeugt, ist z.B. der „Inbegriff alles Denkbaren" eine solche Vielheit[.]

Und weiter:

> Wenn hingegen die Gesamtheit der Elemente einer Vielheit ohne Widerspruch als „zusammenseiend" gedacht werden kann, so daß ihr Zusammengefaßtwerden zu „*einem* Ding" möglich ist, nenne ich sie eine *konsistente Vielheit* oder eine „Menge" (ebd.).

Im Einklang mit dem Vorigen können wir Cantor also dahingehend interpretieren, daß diese Vielheiten, deren Konsistenz erst gesichert werden muß, damit man sie zu Mengen zusammenfassen kann, Pluralitäten sind, die *der Mengenbildung vorausgehen.* Wir haben also einen Begriff von Vielheit, der unabhängig ist vom modernen *iterativen* Konzept der Cantorschen Mengenlehre; dieses in der reinen Begriffslogik gegründete Konzept wird manchmal auch der *logische Begriff der Menge* genannt. Um Verwirrung zu vermeiden, ziehe ich es jedoch vor, den Ausdruck ‚Menge' ausschließlich im technischen, iterativen Sinn zu verwenden und Pluralität als den allgemeineren Begriff von Vielheit zu verstehen.

---

[13] G. Cantor, Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts (i.f. GA genannt) (Berlin 1980) 443.

An einer anderen Stelle des Briefwechsels räumt Cantor übrigens ein, daß zwar nur „Grenzvielheiten" wie die Menge alles Denkbaren oder die Menge aller Ordinalzahlen zu Inkonsistenzen führen, daß jedoch ein positiver Beweis für die Konsistenz sogar für endliche Vielheiten nicht zu führen ist:

Mit anderen Worten: Die Tatsache der „Konsistenz" endlicher Vielheiten ist eine einfache, unbeweisbare Wahrheit, es ist das Axiom *der Arithmetik* (im alten Sinn des Wortes). Und ebenso ist die „Konsistenz" der Vielheiten, denen ich die Alefs als Kardinalzahlen zuspreche, „das Axiom der erweiterten transfiniten Arithmetik" (op.cit., 447 f.).

Cantor deutet hier klar auf die Notwendigkeit einer axiomatischen Grundlegung der Mengenlehre hin, deren erste Kodifizierung wenige Jahre später von Ernst Zermelo vorgenommen wurde.[14]

4. *Die logische Ausdruckskraft von Pluralitäten*

Wie lassen sich Pluralitäten in das Gefüge der üblichen klassischen Logik einbauen? Ich hatte schon erwähnt, daß sie nicht mit Prädikat-Extensionen konkurrieren sollen. Trotz ihres mereologischen Charakters werden sie nicht zur nominalistischen Rekonstruktion der elementaren Prädikationsbeziehung eingesetzt. Andererseits sind sie doch aufgrund der Strukturgleichheit zur Potenzmengenalgebra (minus der leeren Menge) hinreichend „mengenartig", daß sie die logische Stärke der Theorie erhöhen. So lassen sich zum Beispiel mit ihnen *minimale Abschluß-Konstruktionen* ausdrücken, die erststufig nicht definierbar sind. Bereits Freges *Begriffsschrift* enthält das Beispiel einer solchen Konstruktion, die Vorfahr-Beziehung oder das *Anzestral.*[15] Man kann auf folgende Weise das Prädikat „Vorfahre einer Person" definieren:

(1) x ist *Vorfahre von* y genau dann, wenn x Element einer jeden Klasse ist, die y's Eltern enthält und ebenso die Eltern eines jeden beliebigen anderen ihrer Elemente.

Diese Bestimmung enthält eine Quantifikation über Klassen oder Mengen und ist daher nicht in der elementaren Prädikatenlogik, sondern nur in der Prädikatenlogik der zweiten Stufe definierbar, die Quantifikationen über Mengen zuläßt. In der Logik der Pluralitäten läßt sich die Eigenschaft jedoch ebenfalls ausdrücken:

(2) *x ist Vorfahre von y* genau dann, wenn x atomarer Teil[16] einer jeden Pluralität ist, welche y's Eltern als Teilpluralität enthält und ebenso die Eltern eines jeden beliebigen anderen ihrer atomaren Teile.

[14] Zu Cantors eigenen Schritten in diese Richtung siehe Abschnitt 5 unten.

[15] G. Frege, Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens (Halle 1879) Kap. III.

[16] Ein atomarer Teil ist eine bereits oben erwähnte „singularische" Vielheit, die nur aus einem Objekt besteht.

Natürlich nimmt der Begriff der (Teil-)Pluralität hier einen technischen Charakter an, und so verwundert es nicht, daß auf diese Weise in der Umgangssprache höherstufige Eigenschaften formulierbar sind. Dennoch zeigt das folgende Beispiel, welches von George Boolos angegeben wurde,[17] daß allein das Instrument der natürlichsprachlichen *Pluralquantifikation* zu echt höherstufiger Ausdruckskraft führt. Auch dieser Satz ist in der Logik der Pluralitäten ausdrückbar.

(3) Es gibt einige Pferde, die alle schneller als Zeno sind und auch schneller als der Vater von jedem Pferd, das langsamer als alle von ihnen ist.

Wir können die deskriptiven Ausdrücke in diesem Beispiel auf folgende Weise „arithmetisch umdeuten": Ersetze ‚Pferd' durch ‚natürliche Zahl', ‚schneller' durch ‚größer', ‚Zeno' durch ‚Null', ‚Vater' durch ‚Nachfolger' sowie ‚langsamer' durch ‚kleiner'. Dann ergibt sich:

(4) Es gibt einige natürliche Zahlen, die alle größer als Null sind und auch größer als der Nachfolger einer jeden Zahl, die kleiner als alle von ihnen ist.

Das Resultat ist aber nun ein Satz, der eine Bedingung an mögliche Modelle der Arithmetik stellt, die gerade so beschaffen ist, daß sie in keinem Standardmodell (d.h. in der üblichen Zahlenmenge) erfüllt ist, jedoch in allen sog. Nicht-Standardmodellen, die sich aus der beschränkten Ausdruckskraft der erststufigen Zahlentheorie ergeben. Das bedeutet aber, daß dieser Satz Standard- von Nicht-Standardmodellen trennen kann, was keinem erststufigen arithmetischen Satz möglich ist. Also ist die Quantifikation über Pluralitäten nicht auf die erste Stufe reduzierbar. Mit diesem negativen Resultat geht jedoch ein philosophischer Gewinn einher: Es eröffnet die Möglichkeit, die Logik der zweiten Stufe, deren Ontologie Quine „schwindelerregend" (*staggering*) nennt,[18] als ein System aufzufassen, das ontologisch nicht voraussetzungsreicher ist als ihr erststufiger Bereich. Ontologisch gesehen läßt sich der Quantifikationsbereich der zweitstufigen Variablen, d.h. der Bereich der Pluralitäten von erststufigen Objekten, als ein Bereich von Objekten auffassen, die von *gleicher Art* wie ihre erststufigen Bestandteile sind, aus denen sie aufgebaut sind. Von dem auch ontologisch voraussetzungsreichen Mengenbegriff wird hier noch nicht Gebrauch gemacht.[19] Diese Deutung der Logik zweiter Stufe berührt allerdings ihre gegenüber der ersten Stufe ungleich höhere Ausdruckskraft nicht, welche erkauft wird durch einen Folgerungsbegriff von erheblicher größerer Komplexität.[20] Die Beschreibung dieser Komplexität, welche der

[17] G. Boolos, ‚To be is to be a value of a variable (or to be some values of some variables)', in: Journal of Philosophy 81 (1984) 434.

[18] W.v.O. Quine, Philosophy of Logic (Englewood Cliffs, NJ, 1970) 68.

[19] Zu dieser „nominalistischen" Auffassung der zweitstufigen Variablen siehe G. Link, Algebraic Semantics in Language and Philosophy (Stanford 1998) Kap. 14, und dort zitierte Literatur.

[20] Siehe z.B. S. Shapiro, Foundations without Foundationalism. A Case for Second-order Logic (Oxford 1991).

Schlüssel zum eigentlichen „Verständnis" der Logik zweiter Stufe ist, macht aber von der modernen Mengenlehre wesentlichen Gebrauch. Insofern scheint die Theorie der Mengen trotz dieser relativen ontologischen Reduktion unhintergehbar.

5. Vielheit und Unendlichkeit

Die Theorie der konkreten Pluralitäten ist ein Versuch, den begriffslogischen Teil des Problems der Vielheit von genuin mathematischen Fragen zu trennen. Die rein ontologischen Fragen können in diesem Rahmen befriedigend diskutiert werden, einschließlich des Universalienproblems. Ich habe hier offen gelassen, ob Universalien realistisch als Entitäten *sui generis* gedeutet werden, unter die viele Einzeldinge subsumiert werden können, oder ob sie in einer nominalistischen Theorie zugunsten einer Ontologie von Einzeldingen eliminiert werden; in beiden Fällen reicht als formales Instrumentarium das der Mereologie aus. Man ist jedenfalls nicht gezwungen, zur Charakterisierung der Idee der Universalien oder Allgemeinbegriffe den modernen Begriff der Menge oder Klasse einzuführen, wie es in der heutigen formalen Philosophie üblich ist.

Die Philosophie des Einen und Vielen wird erst dann auf die Mathematik verwiesen, wenn sie sich der Frage der *Größe* von Vielheiten zuwendet. Endliche Vielheiten können gezählt werden, aber von jeher schien es philosophisch ausgeschlossen, beim Endlichen stehenzubleiben:[21] Da man von jeder gegebenen endlichen Anzahl zu einer größeren fortschreiten kann, rückt unweigerlich die Idee des unbegrenzt Großen ins Blickfeld und damit der Begriff der Unendlichkeit.

Von Anfang an verfing sich ein an der Anschauung endlicher (und ziemlich kleiner!) Gesamtheiten von Dingen der Alltagswelt orientiertes Denken in den sog. Paradoxien des Unendlichen; diese stellten eine Ansammlung gewisser widersprüchlich erscheinender Fallbeispiele dar, welche aber ohne den Einsatz moderner mengentheoretischer Mittel nicht befriedigend behandelt werden können. Das einfachste Beispiel besteht etwa in der Überlegung, daß die natürlichen Zahlen mit ihren Verdopplungen, also den geraden Zahlen, in eineindeutiger Entsprechung stehen, obwohl diese nur „halb so viele" ausmachen.[22][23] Die bekannte Antwort war

---

[21] Auch die moderne elementare Logik kann dort nicht „stehenbleiben": Der Begriff der Endlichkeit kann in der Logik erster Stufe nicht charakterisiert werden; genauer: Besitzt eine beliebige Satzmenge Modelle beliebiger endlicher Größe, so hat sie bereits ein unendliches Modell (Kompaktheitssatz). Siehe z.B. Chang/Keisler, Model Theory (Amsterdam 1973).

[22] So noch bei Leibniz (der auf der anderen Seite in seinem Differentialkalkül mit genuin infinitesimalen Größen arbeitete): „Numerus autem omnium numerorum implicat, quod sic ostendo: Cuilibet numero datur respondens numerus par qui est ipsius duplus. Ergo numerus numerorum omnium non est major numero numerorum parium, id est totum non est majus parte" (G.W. Leibniz, Die philosophischen Schriften, hrsg. von C. Gerhardt, Bd. 1 [Berlin 1875, Nachdruck Hildesheim/New York 1978] 338). – Galilei hatte den paradoxen Eindruck dieses Beispiels bereits dahingehend verschärft, daß er statt der Verdopplungen die Paarung der Zahlen mit ihren Quadraten anführte, welche ja im Laufe der Progression „immer seltener" werden; G. Galilei, Discorsi e dimostrazioni mathematiche intorno a due nuove scienze, in: Opere, a cura di F. Brunetti, vol. 2, 604; dt. Unterredungen und mathematische Demonstrationen etc., hrsg. von A.v. Oettingen (Darmstadt 1973) 31f.

seit Aristoteles, nur vom *Potentiell-Unendlichen* zu sprechen, was sowohl das Unendlich-Große als auch das Unendlich-Kleine betraf. Diese Auffassung verband Philosophen und Mathematiker bis ins 19. Jahrhundert.[24] Im Jahr 1831 etwa schrieb Gauss emphatisch: „So protestiere ich gegen den Gebrauch einer unendlichen Größe als einer vollendeten, welche in der Mathematik niemals erlaubt ist."[25] Dies ist vor dem Hintergrund der damaligen Diskussion um die unendlich kleinen Größen zu sehen, die in der Infinitesimalrechnung zwar als *façon de parler* hingenommen wurden, aber keine logische Fundierung besaßen. Erst die Cauchy-Weierstraß'sche Epsilontik aus derselben Zeit gestattete eine einwandfreie Definition von Stetigkeit und Differenzierbarkeit; sie kommt ohne unendlich kleine Größen aus und ist in ihrer Konzeption potentialistisch. Insofern hatte damit eine philosophische Auffassung gewissermaßen einen technischen Erfolg erzielt.[26]

All dies änderte sich erst mit Cantor, der eine Theorie *unendlich großer Zahlen* vorlegte und daraus die allgemeine Mengenlehre entwickelte. Es ist aufschlußreich zu sehen, daß Cantor sich zur konzeptuellen Begründung seiner Theorie mit der philosophischen Tradition explizit auseinandersetzte. In der Schrift *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*[27] unterscheidet er nicht weniger als drei Unendlichkeitsbegriffe, von denen er zwei der Tradition zuordnet und nur den dritten neu einführt. Der erste Begriff, von Cantor das *Uneigentlich-Unendliche* genannt, besitzt die „Bedeutung einer veränderlichen, entweder über alle Grenzen hinauswachsenden oder bis zur beliebigen Kleinheit abnehmenden, aber stets *endlich* bleibenden Größe" (GaM:165). Dies ist das übliche Potential-Unendliche, welches man weniger negativ als Cantor auch das *Prozeß-Unendliche* nennen könnte. Eigentlich philosophisch ist der zweite Unendlichkeitsbegriff, das „wahre Unendliche oder Absolute", von dem Cantor sagt, daß es in Gott sei und keinerlei Determination gestatte (GaM:175). Dieses Absolute, religiös oder nicht religiös gefaßt, hat durchaus Verwandtschaft mit dem Begriff des „wahrhaften Unendlichen" Hegels;[28] dieser unterscheidet sich allerdings von Cantor (zumindest) darin, daß er die Prozeß-Unendlichkeit negativ valorisiert: „Diese *Unendlichkeit* ist die *schlechte*

---

[23] Die Existenz einer gleichmächtigen echten Teilmenge, für Leibniz gerade der Widerspruch, wurde später von R. Dedekind zum Kriterium für Unendlichkeit gemacht; siehe z.B. H. D. Ebbinghaus, Einführung in die Mengenlehre (Darmstadt 1977) 72, 116.

[24] Ausnahmen bilden wieder Galilei und Leibniz, dieser aus dem eben erwähnten Grund, jener aufgrund einer atomistischen Grundvorstellung, die er allerdings eher halbherzig ins Infinitesimale fortsetzt: op. cit., 619–623; dt. 43–47.

[25] Zitiert nach Das Problem des Unendlichen. Mathematische und philosophische Texte von Bolzano, Gutberlet, Cantor, Dedekind, hrsg. von H. Meschkowski (München 1974) 17. – Dieses Anathema des berühmten Mathematikers seiner Zeit ist sicherlich einer der Gründe, weshalb Cantor mit seiner Theorie des Aktual-Unendlichen in der Mathematikerzunft auf Ablehnung stieß.

[26] Diese Theorie ist im Bereich der Analysis bis heute vorherrschend; allerdings hat die Einsicht in die Nicht-Charakterisierbarkeit mathematischer Strukturen durch erststufige Theorien zu der Entdeckung geführt, daß auch eine Theorie aktual-unendlich kleiner Größen in kohärenter Weise entwickelt werden kann; siehe A. Robinson, Non-Standard-Analysis (Amsterdam 1966).

[27] Leipzig 1883, i.f. GaM; zitiert nach G. Cantor, GA, 165–209.

[28] G. W. F. Hegel, Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften (1830), hrsg. von F. Nicolin und O. Pöggeler (Hamburg 1991) § 95.

oder negative Unendlichkeit, indem sie nichts ist als die Negation des Endlichen" (ebd., § 94); und ferner:

> Ein solches Unendliches, welches nur ein Besonderes ist, *neben* dem Endlichen ist, an diesem eben damit seine Schranke, Grenze hat, ist *nicht* das, was es sein soll, nicht das Unendliche, sondern ist nur *endlich.* – In solchem Verhältnisse, wo das Endliche *hüben,* das Unendliche *drüben,* das erste *diesseits,* das andere *jenseits* gestellt ist, wird dem Endlichen die *gleiche Würde* des *Bestehens* und der *Selbständigkeit* mit dem Unendlichen zugeschrieben; das Sein des Endlichen wird zu einem absoluten Sein gemacht[.] (§ 95)

Ohne Hegel beim Namen zu nennen, verwahrt sich Cantor zunächst gegen diese Abwertung des Prozeß-Unendlichen: „Das Uneigentlich-unendliche ist oft von neueren Philosophen ‚schlechtes' Unendliche genannt worden, meines Erachtens mit Unrecht, da es sich in der Mathematik und in den Naturwissenschaften als ein sehr gutes, höchst brauchbares Instrument bewährt hat" (GaM:172). Dabei bezieht sich Cantor auf die oben erwähnte Rolle dieses Begriffs in der Grundlegung der Analysis. Bei Cantor erhält die Prozeß-Unendlichkeit jedoch noch eine zweite Funktion: als eines der Bildungsprinzipien zur Erzeugung von aktual-unendlichen Größen. Diese fallen unter den dritten Unendlichkeitsbegriff, den Cantor das *Eigentlich-Unendliche* oder das *bestimmt Unendliche* nennt. Von diesem mathematischen Begriff bleibt das Absolute unberührt. Unter den dritten Begriff subsumiert Cantor zunächst unendlich große Zahlen und erst in einem späteren Stadium seiner Theorie unendliche Mengen.

Interessanterweise findet sich nicht nur in dem zuletzt erwähnten Paragraphen von Hegels *Enzyklopädie* ein Hinweis auf Platons Dialog *Philebos,* sondern auch bei Cantor, allerdings mit umgekehrten Vorzeichen. Während Hegel gewissermaßen zur Bestätigung seiner Analyse der „Nichtigkeit des Verstandes-Gegensatzes vom Endlichen und Unendlichen" den *Philebos* zum Vergleich empfiehlt, beruft sich Cantor zur Stützung seines Mengenbegriffs auf den Begriff der Mischung (μικτόν) in jenem Dialog. Nach einer der zwei häufig zitierten Bestimmung des Mengenbegriffs, die Cantor gegeben hat („Unter einer ‚Mannigfaltigkeit' oder ‚Menge' verstehe ich nämlich allgemein jedes Viele, welches sich als Eines denken läßt"),[29] fährt er fort:

> ... und ich glaube hiermit etwas zu definieren, was verwandt ist mit dem Platonischen εἶδος oder ἰδέα, wie auch mit dem, was Platon in seinem Dialoge „Philebos oder das höchste Gut" μικτόν nennt. Er setzt dieses dem ἄπειρον, d.h. dem Unbegrenzten, Unbestimmten, welches ich Uneigentlich-unendliches nenne, sowie dem πέρας d.h. der Grenze entgegen und erklärt es als ein geordnetes „Gemisch" der beiden letzteren. (GaM:204, Anm. 1 des Verf.)

Cantor identifiziert hier also das Platonische ἄπειρον mit dem Prozeß-Unendlichen, was etwa so zu verstehen ist, daß dieses wie jenes den unbestimmten Raum des Möglichen oder die „Dimension" eines Prozesses angibt, ohne selbst durch

[29] Die zweite, noch bekanntere lautet: „Unter einer ‚Menge' verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unsrer Anschauung oder unseres Denkens ... zu einem Ganzen" (GA:282).

Grenzziehungen zu einem bestimmten Ganzen zu werden. Cantors Neuerung besteht nun darin, daß dieser unbestimmte Raum eine unbeschränkte Ausdehnung haben kann, wie etwa die Progression der Zahlen, und durch das Setzen einer Grenze („Limes“) zu etwas Bestimmt-Unendlichem wird. Unendlichkeit zieht also nicht Unbestimmtheit nach sich; im Gegenteil ist der *Bereich des Unendlichen in hohem Maße strukturiert.* Die Tätigkeit des Verstandes bei dieser Mischung ist alles andere als nichtig oder unfruchtbar; sie erweist sich vielmehr als im hohen Grade kreativ.

Die Struktur des Unendlichen entsteht aus einem Wechselspiel (dem geordneten Gemisch) unbeschränkter Prozesse und Limesbildungen. Der einfachste derartige Prozeß ist die Bildung eines Nachfolgers einer Zahl; dies ist Cantors *erstes Erzeugungsprinzip* (GaM:195). Das *zweite Erzeugungsprinzip* betrifft die Limesbildung: „daß, wenn irgendeine Sukzession definierter ganzer realer Zahlen vorliegt, von denen keine größte existiert, ... eine neue Zahl geschaffen wird, welche als *Grenze* jener Zahlen gedacht ... wird“ (GaM:196). Auf diese Weise entsteht nach Cantor die geordnete Folge der endlichen und transfiniten Ordinalzahlen:

$$1, 2, 3, \ldots, \omega, \omega + 1, \omega + 2, \ldots, \omega + \omega, \omega + \omega + 1, \omega + \omega + 2, \ldots$$

Damit dieser Prozeß nicht gänzlich ins Uferlose iteriert wird, nimmt Cantor noch ein *Hemmungs- oder Beschränkungsprinzip* an (GaM:197), welches die bestimmt-unendlichen Zahlen in ihrer Mächtigkeit eingrenzt.

Der hier angedeutete Erzeugungsprozeß von unendlichen Zahlen ist natürlich von der vollen Mengenlehre noch weit entfernt.[30] Aber die Prinzipien sind verallgemeinerbar: Cantors erstes Prinzip ist ein *Generierungsprinzip,* das die wiederholte, *rekursive* Anwendung einer endlichen Regel beinhaltet. Die Regel kann lauten: „Füge 1 hinzu“, oder es handelt sich, schon ein wenig komplexer, um ein endliches Arsenal ineinandergreifender Regeln, wie es der generativen Grammatik in der modernen Linguistik zugrundeliegt. Schließlich kann die Regel eine mengentheoretische Operation sein, etwa die Bildung aller Teilmengen einer gegebenen Menge (*Potenzmengenoperation*). Das zweite Prinzip, der Limesschritt, ist in der Kontinuumsmathematik allgegenwärtig, ist jedoch in seiner mengentheoretischen Verallgemeinerung der eigentliche Schritt in die Aktual-Unendlichkeit und in die Mengenlehre. Dieses Prinzip sagt aus, daß sich die Resultate der unbegrenzten Iteration ein und derselben Regel „als Eines denken lassen“.

Da Cantor platonischer Realist bezüglich mathematischer Objekte war, kam er nicht auf den Gedanken, daß der Limesschritt nicht „kostenlos“ zu haben ist. In ihm verbirgt sich das *Unendlichkeitsaxiom* der Mengenlehre, welches zwar im Gegensatz zur Auffassung der Tradition widerspruchsfrei, aber keineswegs logisch not-

[30] Die Einführung unendlicher Zahlen war bei Cantor durch immanente mathematische Überlegungen inspiriert, etwa die formale Nützlichkeit eines unendlich fernen Punktes in der komplexen Zahlenebene; geometrisch entspricht dieses Verfahren, in der Topologie Ein-Punkt-Kompaktifizierung genannt, der „Wölbung“ der Zahlenebene zu einer Kugel, wobei das ehedem Unendlich-Ferne in den „obersten“, die Kugel abschließenden Punkt übergeht. Dies ist noch reine Mathematik der Zahlen, nicht der Mengen.

wendig ist. Wenn nicht die Existenz mindestens einer unendlichen Menge postuliert wird, gelingt der Sprung ins Transfinite nicht. Einmal dort angelangt, kann der Limesschritt zur *Vereinigungsoperation* auf den Mengen verallgemeinert werden. Das Cantorsche Hemmungsprinzip schließlich kann man als eine Vorform des *Aussonderungsaxioms* der Mengenlehre auffassen. So entsteht im wesentlichen der Anfangsabschnitt der kumulativen Mengenhierarchie, wie sie von Zermelo beschrieben wurde.[31]

Mit der Einführung des Beschränkungsprinzips zeigt Cantor, daß er sich schon früh der Gefahr „hemmungsloser" Generierungsprozesse bewußt war. Sie würden zu jenen inkonsistenten Vielheiten führen, von denen oben die Rede war. Auf den Punkt gebracht könnte man das auch so ausdrücken, *daß das wahrhaft Unbegrenzte, Absolute, sich somit gar nicht als Eines, sondern nur als Vieles, als Pluralität, denken ließe.*[32]

6. *Schlußbemerkungen*

Ich fasse zusammen. Ich habe einige logische Probleme im Verhältnis vom Einen zum Vielen angesprochen und vor allem aufzuzeigen versucht, wie wir einen in Bezug auf die Cantorsche Mengenlehre präparadigmatischen *Begriff von Vielheit* wiedergewinnen können, der eine nützliche Rolle in unserer Ontologie spielen kann und nicht beladen ist mit dem Problem der Existenz von Klassen oder Mengen. Mathematische Begriffsbildungen wie die algebraische Struktur der Teil-Ganzes-Beziehung als auch Methoden der modernen Logik haben sich bei dieser Untersuchung als hilfreich erwiesen.

Wird die reine Begriffslogik durch geeignete *Unendlichkeitsannahmen* verstärkt, so erschließt sich der formalen Metaphysik auch der Bereich der Unendlichkeiten, der die eigentliche Domäne der Mengenlehre darstellt. Die Mengenlehre ist nicht nur zur *lingua franca* der zeitgenössischen Wissenschaften geworden, sondern vermißt und erweitert im Zusammenspiel mit der Logik auch den Raum des Denkbaren in ungeahnter Weise. Logik und Mengenlehre bergen eine Fülle von tiefen Einsichten zum Problem des Einen und des Vielen, die nun im substantiellen Sinn keine bloßen Fußnoten zu Platon mehr sind. Diese Entwicklung ist historisch gesehen

---

[31] Technisch gesprochen: mit dem kleinsten Modell $V\omega+\omega$; siehe z.B. H. Enderton, Elements of Set Theory (Orlando 1977) 252.

[32] Ob Cantor dem so zustimmen würde, läßt sich allerdings schwer ausmachen. Sein Verhältnis zum Absoluten ist ambivalent. Auf der einen Seite valorisiert er es wie in der philosophischen Tradition religiös und setzt es eins mit Gott; vgl. die oben erwähnte Passage in GaM:175. Auf der anderen Seite gibt er wenige Zeilen später zu verstehen, daß er das Absolute doch als (wenn auch unerreichbaren) Fluchtpunkt auf derselben „Achse" mit den mathematischen Begriffen ansiedelt: „Die Annahme, daß es außer dem Absoluten, durch keine Determination Erreichbaren, und dem Endlichen keine Modifikation geben sollte, die, obgleich sie nicht endlich, dennoch durch Zahlen bestimmbar und folglich das sind, was ich Eigentlich-Unendliches nenne – diese Annahme finde ich durch nichts gerechtfertigt [.]" (GaM:176). Hier scheint das Absolute nicht transzendent zu sein, sondern zur „Mischung" zu taugen, um mathematische Objekte, die bestimmt unendlichen Zahlen, zu erzeugen.

vollkommen neu und ist erst in diesem Jahrhundert mit der Herausbildung der mathematischen Logik möglich geworden. Das macht die Mengenlehre noch nicht zu einem Teil der Philosophie; diese wird sich aber von jener unverzichtbar *informieren* lassen müssen, wenn sie nicht in einer philosophiehistorischen Nische Althergebrachtes perpetuieren, sondern dem Ziel der Einheit des Wissens näherkommen will. Diese Einheit, zugegebenermaßen ein Ideal, kümmert sich nicht darum, in welchem zufälligen Winkel der Universitas ein Problem erforscht wird; was allein zählt, ist, daß und auf welche Weise wir unser Wissen erweitern können, und dies durchaus in kollektiver und arbeitsteiliger Anstrengung (hier finden formallogische wie philosophiehistorische Forschung ihren Platz). Mit diesem Einheitsgedanken konterkariert am Ende die List der Vernunft das eingangs vorgetragene Plädoyer für die Pluralität; auf der damit betretenen Metaebene aber sollten wir uns dem gern unterwerfen.

ABSTRACT

A distinction is made between *rich* and *formal* metaphysics. The paper is a contribution to formal metaphysics, which is basically modern concept logic. An attempt is made to develop an ontologically useful *notion of multitude* that draws on the elementary relation between parts to a whole (mereology) and is different from the modern notion of set. In a second part the expressive power of a theory of multitudes and special problems of infinite multitudes are discussed. It is only in studying the structure of infinity that metaphysics is necessarily referred to the mathematics of sets.

Es wird eine Unterscheidung getroffen zwischen *reicher* und *formaler* Metaphysik. Der Aufsatz stellt einen Beitrag zur formalen Metaphysik dar, die im wesentlichen moderne Begriffslogik ist. Im Rückgriff auf das elementare Verhältnis von Teilen zu einem Ganzen (Mereologie) wird versucht, einen ontologisch nützlichen *Begriff von Vielheit* zu entwickeln, der nicht mit dem modernen Mengenbegriff gleichgesetzt wird. In einem zweiten Teil werden die logische Ausdruckskraft einer Theorie der Vielheiten sowie die speziellen Probleme unendlicher Vielheiten erörtert. Erst die Struktur des Unendlichen verweist die Metaphysik notwendig auf die Mathematik der Mengen.