

# Die actuell unendliche Zahl in der Philosophie und in der Natur.

Von Joseph Baur in Lambrecht (Rheinpfalz).

(Fortsetzung.)

## I. Ist eine actuell unendliche Zahl metaphysisch möglich?

1. Die Antwort fiel im Laufe der Zeit ungemein verschieden aus. Die griechischen Atomisten, an ihrer Spitze Demokrit<sup>1)</sup>, verfochten die Möglichkeit einer derartigen Reihe. Aristoteles hingegen suchte die Unmöglichkeit einer solchen Zahl darzuthun<sup>2)</sup>. Von den späteren Aristotelikern folgten die meisten, wie in anderen Punkten so auch hierin, der Lehre des Meisters. Doch fehlte es nicht an Aristotelikern, welche in dieser Frage ihre eigenen Wege gingen. Unter den Arabern legten namentlich Avicenna und Algazel, unter den Christen besonders die Scotisten<sup>3)</sup> eine Lanze ein für die actuell unendliche Zahl. Dagegen bekämpfte der hl. Thomas nachdrücklich eine derartige Annahme. Immerhin machte er ein Zugeständniss, das manche seiner Anhänger nicht wenig verdross, er gab nämlich die metaphysische Möglichkeit einer unendlichen Zeit zu<sup>4)</sup>. Allein die meisten seiner sonstigen Verehrer halten diese Stellung des hl. Thomas für widerspruchsvoll. Denn entweder, sagen sie, glaubt man an eine unendliche Zeit: — dann steht diese, eben weil sie bereits abgelaufen ist, als ein *infinitum actu* vor uns; oder man

<sup>1)</sup> Vgl. über ihn Zeller, Philosophie der Griechen (5. Aufl.), Leipzig. 1892. 1. Bd. — <sup>2)</sup> Ebends. II. Theil. 2. Abth. — <sup>3)</sup> Vgl.: Joh. Werner, Scholastik des späteren Mittelalters. Wien. 1881. 3. Bd. — <sup>4)</sup> „Infinitum, etsi non sit simul in actu, potest tamen esse in successione, quia sic quodlibet infinitum acceptum finitum est. Quaelibet igitur circulationum praecedentium solis transire potuit, quia finita fuit; in omnibus autem simul consideratis, si mundus semper fuisset, non esset accipere primam et ita nec transitum, qui semper exigit duo extrema“  
*Cont. gent.* II, 38.

glaubt nicht daran, sondern lässt die Zeit irgend einmal beginnen: — dann hat man eben etwas Endliches vor sich.

Die Naturphilosophen der späteren Epoche, ein Cartesius, ein Pascal, ein Kant, ein Laplace, ein Humboldt, preisen zwar mit begeistertem Munde die Unermesslichkeit des Weltalls, ohne sich indes klar darüber auszusprechen, ob sie einer actuellen oder bloß einer potentiellen Unendlichkeit das Wort reden. Erst neuerdings wird diese Unterscheidung von beiden Parteien mit der wünschenswerthen Schärfe hervorgehoben. So lässt sich Böhner<sup>1)</sup> vernehmen:

„Das Weltall ist sowohl nach Raum als Zeit für unsere menschliche Fassungskraft unermesslich; allein in Wirklichkeit kann nichts von dem, was wir im Weltgebäude erblicken, unendlich sein.“

Desgleichen meint Flammarion<sup>2)</sup>:

„Ohne Zweifel vermag keine auch noch so grosse Zahl actuell unendlich zu sein, da man sie immer in Gedanken noch vermehren kann.“

Auch Tilm. Pesch<sup>3)</sup> hält fest

„an der begrifflichen Unmöglichkeit einer actuellen, aus Einheiten bestehenden Zahl, welche unendlich wäre.“

Ebenso meint Wilh. Meyer<sup>4)</sup>:

„Durch die Einführung der Idee von einer vollendeten Unendlichkeit lässt sich alles und nichts beweisen. Sehr schön hat Wilh. Wundt die Unterscheidung der vollendeten (actuellen) von der werdenden (potentiellen) Unendlichkeit gemacht. Nur mit der letzteren dürfen wir endliche Geschöpfe rechnen, d. h. wir dürfen unendlich kleine Differentiale zur Integralen von endlicher Grösse summiren.“

2. Allein die Vertheidiger der Möglichkeit einer actuell unendlichen Zahl stehen weder an Zahl noch an Autorität hinter ihren Gegnern zurück. Jene Vertheidiger erblicken ihre Hauptaufgabe darin, die mannigfachen Argumente zu widerlegen, welche man gegen die Möglichkeit einer derartigen Reihe in's Feld zu führen pflegt. Diese Gründe und Gegengründe haben wir nunmehr kritisch zu würdigen.

Ein erstes Argument, welches man gegen die actuell unendliche Zahl in's Treffen führt, besteht in ihrer soeben berührten begrifflichen Unmöglichkeit oder wenn man lieber will unmöglichen Begreiflichkeit. Wir haben vier Männer zusammengestellt, von denen jeder eine gänzlich verschiedene Weltanschauung hegt: Böhner, Flammarion, Pesch und Meyer. Wir sahen sie gemeinsamen Anstoss nehmen an dieser scheinbar unüberwindlichen Schwierigkeit. Dem-

<sup>1)</sup> In seinem schwungvollen Werke: Kosmos, Bibel der Natur. Hannover, 1864. I, 167. — <sup>2)</sup> In seiner Schrift: *Uranie*. 30. Aufl. Paris. 1893. S. 43. —

<sup>3)</sup> Die grossen Welträthsel. Freiburg. 1883. I, 683. — <sup>4)</sup> Das Weltgebäude. Leipzig 1898. S. 642.

gegenüber möchten wir hinweisen auf den gewaltigen Unterschied zwischen Erkenntniss des Inhaltes und zwischen Erkenntniss der Existenz eines Objectes. Wer vermag z. B. die Gottesidee vollständig und erschöpfend zu begreifen? Darf ich aber deswegen an der Existenz oder gar an der begrifflichen Möglichkeit Gottes rütteln? Wir brauchen nicht einmal so hoch zu steigen. Wer vermag z. B. den Kraftbegriff uns klar zu machen? Darf ich darum folgern: Ich begreife das innere Wesen der Kraft nicht, also gibt es auch keine Kraft, ja es kann nicht einmal eine solche geben? Wir unsererseits räumen gerne ein, dass kein Mensch den Inhalt einer actuell unendlichen Zahl zu erfassen vermag; wir wollen sogar zugeben, dass kein Mensch<sup>1)</sup> den Inhalt einer potentiell unendlichen Reihe erschöpfen kann. Dagegen rechnen wir die Erkenntniss der Existenz sowohl einer potentiell wie einer actuell unendlichen Zahl zu den Begriffen, welche unser Geist wohl zu bilden vermag.

Eine zweite Schwierigkeit wird in folgenden Syllogismus gekleidet:

„Jede actuell existirende Menge gehört irgend einer Zahlenspecies an. Nun aber sind die Zahlenspecies endlich. Folglich auch jede actuell existirende Menge.“<sup>2)</sup>

Hiegegen bemerken wir: Die üblichen Zahlenspecies sind allerdings endlich. Allein hieraus folgt noch lange nicht, dass keine dieser Zahlenspecies sich actuell unendlich vervielfachen lasse; vielmehr ist jede einzelne Zahlenspecies, die Einer, Zweier, Dreier usw. actuell unendlich Mal vermehrbar.

Einen dritten Beweis glaubt man in Folgendem zu finden:

„Angenommen, es gäbe eine actuell unendliche Menge, so sage ich + 1. Dann frage ich: Wird die angenommene actuell unendliche Menge durch diese Addition vermehrt oder nicht? Man mag antworten, wie man will, so ergibt sich ein Widerspruch. Denn sagt man, sie werde vergrössert, so steht man vor dem Absurdum, dass eine actuell unendliche Menge sich noch vergrössern lasse. Erwidert man aber, sie werde nicht vermehrt, so steht man vor dem anderen Absurdum, dass eine Zahl trotz der Addition einer zweiten Zahl sich nicht verändere.“

<sup>1)</sup> Der hl. Thomas untersucht die schwierige Frage, ob wenigstens ein höher begabtes Wesen, z. B. ein Engel, den Inhalt einer potentiell unendlichen Reihe erschöpfend begreifen könne, und kommt zu einem bejahenden Resultate. (*Qq. disp. de scientia animae Christi* a. 4.) — <sup>2)</sup> Liberatore, der sich l. c. I, 349 auf dieses Argument stützt, meint damit nicht die arithmetischen Zahlenspecies (Addiren, Subtrahiren usw.), sondern die Reihen der verschiedenen Zahlen, also die Einer, Zweier, Dreier usw.

Dieses Dilemma, welches unser Philosophieprofessor seinerzeit mit besonderer Wucht vortrug, verfehlte nicht seinen Eindruck auf uns. Es bildete den Hauptgrund, warum wir eine Zeit lang verzweifelten an der Möglichkeit einer actuell unendlichen Reihe. Erst später merkten wir den Pferdefuss. Zu einer vollendet unendlichen Zahl kann man nämlich nichts mehr addiren; denn Addiren, Multipliciren und Potenziren sind Operationen, die sich nur an endlichen Grössen vornehmen lassen. Man vermag darum bei einer actuell unendlichen Menge nur mit dem Munde, aber nicht mit dem Verstande zu sagen  $+ 1$ .

„Aber wie, wenn man — viertens — von der angenommenen actuell unendlichen Zahl irgend etwas, z. B. 1, abzieht? Auch dann scheint sich ein doppelter Widerspruch zu ergeben. Denn sagt man, jene Menge wird verringert, so stehen wir vor dem Absurdum, dass eine als actuell unendlich betrachtete Zahl durch den Abzug von 1 plötzlich zu einer endlichen herabsinke. Behauptet man dagegen, jene Menge werde nicht verringert, so stehen wir vor dem anderen Absurdum, dass eine Zahl trotz des Abzuges einer zweiten Zahl sich nicht verändere.“

Wir antworten: Von einer actuell unendlichen Menge darf man beliebig viel wegnehmen, ohne sie dadurch zu einer endlichen herabzudrücken. Sie ist — für jede geschaffene Kraft — geradezu unverwüsthlich. Sie gleicht hierin dem Vogel Phönix, der immer wieder neu verjüngt aus seiner Asche hervorgeht.

Ein fünfter Einwand lautet:

„Ich denke mir eine actuell unendliche Reihe von Fünfern und daneben irgend eine andere gleichfalls actuell unendliche Reihe z. B. von Sechsern. Erklärt man die zweite Reihe für grösser, so gelangt man zu dem Absurdum, dass es zwei actuell unendliche Reihen von verschiedener Grösse gebe. Hält man dagegen die beiden Reihen für gleich, so bekommt man die Gleichung:  $\infty \times 5 = \infty \times 6$ . Wenn man hierauf mit dem Factor  $\infty$  auf beiden Seiten kürzt, steht man vor dem zweiten Absurdum  $5 = 6$ “

Unsere Erwiderung geht dahin, dass eine actuell unendliche Reihe von Fünfern genau so viel gilt als eine entsprechende Reihe von Sechsern. Nur bei endlichen Reihen kommt es auf die Beschaffenheit und auf die Stellung der Ziffern an. Bei einer unendlichen Reihe dagegen bleibt es vollkommen gleichgiltig, ob ich mit Fünfern oder Sechsern oder sonst etwas hantiere. Ebenso bleibt es bei einer wahrhaft unendlichen Reihe durchaus gleichgiltig, ob eine Ziffer zehntausend Stellen früher oder hunderttausend Stellen später steht. Denn was bedeutet 5? 5 bedeutet nur eine abgekürzte Schreibweise für  $1+1+1+1+1$ . Und was bedeutet 6? Nur eine

vereinfachte Schreibart für  $1+1+1+1+1+1$ . Dasselbe liesse sich bei allen übrigen Ziffern wiederholen. Nun aber enthält sowohl die Fünferreihe als die Sechserreihe als jede andere aus beliebigen Ziffern bestehende unendliche Reihe actuell unendlich viele Einheiten. Folglich kommt es gar nicht darauf an, ob ich meine wahrhaft unendliche Zahl aus diesen oder jenen Ziffern zusammensetze. Was ferner den Factor  $\infty$  betrifft, so ist es unzulässig, denselben überhaupt in eine Gleichung einzuführen, da sich eine Gleichung nur mit endlichen, aber niemals mit actuell unendlichen Grössen befassen darf. Höchstens würden wir die Einführung eines potentiell unendlich Grossen oder Kleinen zugeben. Wie viele actuell unendliche Reihen soll es aber dann geben, wird der Leser ungeduldig ausrufen? Actuell unendlich viele. Wenigstens liegt kein Grund vor, deren Menge irgendwie und irgendwo zu beschränken.

„Wie steht es — so fragt man sechstens — wenn man eine auf beiden Seiten actuell unendliche Reihe vergleicht mit einer solchen, die blos nach einer Seite hin unendlich, jedoch nach der anderen endlich ist? Hat man dieselben als gleich oder als ungleich anzusehen? Und wenn als ungleich, worin liegt der Grund der Ungleichheit?“

Allein eine Reihe, die nach einer Seite hin endlich, nach der anderen hingegen actuell unendlich wäre, gibt es nicht und kann es nicht geben; entweder ist sie nach beiden Seiten hin endlich oder nach beiden Seiten hin unendlich. Dagegen steht nichts im Wege, sich eine Reihe zu denken, die nach einer oder nach beiden Richtungen hin sich potentiell unendlich weit ausdehnt<sup>1)</sup>.

Jetzt kommt aber siebentens ein Seeschlangentödter und zerschneidet die arme actuell unendliche Zahl an irgend einer Stelle in zwei Stücke. Dann lässt er uns spöttisch die Wahl:

„Diese beiden Stücke sind entweder beide endlich oder beide unendlich, oder das eine endlich und das andere unendlich. In allen drei Fällen ergibt sich ein Widerspruch. Denn erklärt man beide Stücke für endlich, so stünde man vor dem Absurdum, dass etwas Unendliches aus zwei endlichen Theilen erwachse; hält man beide Stücke für unendlich, so würde man zu der Annahme gedrängt, dass etwas Unendliches aus zwei gleichfalls unendlichen Theilen sich zusammensetze; betrachtet man endlich das eine Stück als endlich, das andere als unendlich, so liesse sich nicht der geringste Grund für diese Willkür anführen.“

<sup>1)</sup> Der hl. Thomas bemerkt hiezu: „Nihil prohibet, aliquod esse infinitum uno modo, quod est alio modo finitum, sicut si imaginemur superficiem, quae sit secundum longitudinem infinita, secundum latitudinem autem finita.“ (3. p. q. 10. a. 3.)

Wir antworten: Eine actuell unendliche Zahl lässt sich niemals in Stücke zerlegen; die Zerlegbarkeit und -Theilbarkeit bilden nur eine Eigenschaft von endlichen Reihen. Höchstens kann ich bei einer actuell unendlichen Menge erst nach der einen, dann nach der anderen Richtung schauen, während die Menge eine einzige bleibt. Ich kann ja auch zuerst die eine, dann die andere Seite eines aufgeschlagenen Buches betrachten; aber habe ich darum zwei Bücher? Oder ich kann von der Terrasse des Strassburger Münsters zuerst hinunter auf den Platz und dann hinauf zur Spitze des Thurmes blicken; aber habe ich deswegen zwei Münster? Cantor suchte zwar den gordischen Knoten zu zerhauen durch die Behauptung: Das Unendliche = jedem beliebigen seiner Theile. Allein mit Recht erklärt dies Evellin<sup>1)</sup> für einen inneren Widerspruch.

„Eine Kette — so sagt man<sup>2)</sup> achtens — kann unmöglich des Anfanges und des Endes entbehren. Nun aber ist jede Zahlenreihe gleichsam eine Kette. Folglich bedarf sie unbedingt des Anfanges wie des Endes.“

Allein das Nebeneinandersein und Nebeneinanderwirken actuell unendlich vieler Dinge darf man nur in bildlichem, niemals im eigentlichen Sinne als eine Kette bezeichnen.

„Alle Dinge in der Natur — so schliesst man<sup>3)</sup> neuntens — wurden geschaffen. Nun aber ist alles Geschaffene endlich. Also kann es niemals actuell unendlich viele Dinge geben.“

Wenn man unter »alles Geschaffene« die Einzeldinge versteht, so räumen wir den Untersatz ein. Wenn man aber hierunter die Gesamtheit der Dinge begreift, so unterscheiden wir zwischen Endlichkeit inbezug auf das innere Wesen und zwischen Endlichkeit inbezug auf die Anzahl. Die erstere bekennen auch wir<sup>4)</sup>, die letztere dagegen stellen wir entschieden in Abrede.

3. Der geneigte Leser dürfte erwarten, dass wir jetzt mit directen Gründen für die Möglichkeit einer actuell unendlichen Zahl hervortreten, nachdem wir bisher nur indirect wider die gegnerischen Argumente aufgetreten sind. Solche directe Gründe gibt es nicht, oder besser gesagt, unser endlicher Verstand vermag dieselben nicht aufzufassen. Schon in der Mathematik werden manche Sätze indirect bewiesen, weil sie sich auf directem Wege schwer oder gar nicht erhärten lassen. Aehnliche Sätze treffen wir auch in der Philosophie,

<sup>1)</sup> L. c. 142. Höchstens könnte man Cantor's Aufstellung dahin umdeuten, „que les infinis, quels qu'ils soient, sont soustraits par leur définition même aux comparaisons d'égalité et d'inégalité.“ — <sup>2)</sup> z. B. Böhner a. a. O. I, 167. — <sup>3)</sup> z. B. Liberatore l. c. I, 349. — <sup>4)</sup> Die Gründe führt der hl. Thomas auf 1. p. q. 7. a. 2.

und dazu rechnen wir nicht zuletzt die actuell unendliche Reihe. Man versuchte zwar verschiedene directe Gründe hiefür namhaft zu machen. Allein diese fadenscheinigen Gründe werden von den Gegnern dermaassen zerzaust, dass nichts mehr von ihnen übrig bleibt. Vernehmen wir einige von diesen vermeintlichen directen Gründen für die actuell unendliche Zahl.

„Jede Potenz lässt sich umsetzen in den entsprechenden Act. Nun aber wird allgemein die Möglichkeit eines potentiell Unendlichen zugestanden. Also kann dieses auch in ein actuell Unendliches übergehen.“

Wie jedoch Liberatore<sup>1)</sup> und andere richtig bemerken, beruht diese ganze Beweisführung auf einem unzulässigen Schlusse vom bloßen Können auf das wirkliche Sein.

Ein anderer Versuch lautet:

„Gott erfasst mit einem einzigen Blicke alle möglichen Dinge und erkennt, dass sie potentiell unendlich sind. Was aber Gott erkennt, vermag er auch zu erschaffen.“

Die Gegner können hierauf erwidern: Gott erkennt allerdings, dass die erschaffbaren Dinge der Zahl nach potentiell unendlich sind; er erkennt aber auch, dass sie niemals gleichzeitig, sondern bloß nacheinander existiren können.

„Unser Verstand — so sagt man drittens — besitzt eine unbegrenzte Ausdehnungsfähigkeit, denn er erkennt das Allgemeine (*ens universale*), welches sich auf unendlich viele Einzeldinge erstreckt. Also erfasst unser Verstand eine actuell unendliche Reihe.“

Die Gegner räumen ein, dass sich dieses unbestimmte Allgemeine auf potentiell unendlich viele Einzeldinge erstrecken kann, verwahren sich aber gegen eine Ausdehnung auf actuell unendlich viele Einzeldinge.

Ueberhaupt möchten wir alle Freunde der Möglichkeit einer actuell unendlichen Reihe gebeten haben, derartige stumpfe Waffen liegen zu lassen. Man erreicht doch nichts damit und gibt nur den Gegnern Gelegenheit, diese vermeintlichen Beweise triumphirend wegzudistinguiren. Viel weiter kommen wir mit der indirecten Methode, indem wir ruhig den Angriff erwarten und den gegnerischen Argumenten ein Colenso bereiten.

## II. Existirt in der Natur eine actuell unendliche Reihe?

4. Von der Möglichkeit bis zur Wirklichkeit ist ein weiter Schritt. Unzählige Dinge, welchen man die Möglichkeit nicht absprechen kann, existiren noch nicht oder nicht mehr. Wie steht es diesbezüglich

<sup>1)</sup> L. c. I, 353 sq.

mit unserer actuell unendlichen Zahl? „Sobald wir das Gebiet des actuell Existirenden betreten, hört jede actuelle Unendlichkeit auf“, urtheilt Pesch<sup>1)</sup>. Sehen wir zu, ob dies auch zutrifft. Untersuchen wir unsere Frage nach den beiden Seiten hin, nach welchen sie sich zugänglich zeigt, nämlich inbezug auf den Raum und inbezug auf die Zeit.

### 1. Gibt es eine unendliche Zeit?

Wie wir vom hl. Thomas erfuhren<sup>2)</sup> wäre eine unendliche vergangene Zeit an sich nicht unmöglich. Ansehnliche Theologen, wie Durandus, Caietanus, Sotus, Bañez, Vasquez theilen seine Ansicht. Gemeinsam aber wenden sich die christlichen Theologen und Philosophen wider ihren sonstigen Meister Aristoteles, der gleich den meisten — um nicht zu sagen allen — griechischen Philosophen die Welt thatsächlich als ewig ansah<sup>3)</sup>. Die christliche Offenbarung<sup>4)</sup> lehrt nämlich mit Bestimmtheit, dass die ganze jetzige Welt in und mit der Zeit geschaffen wurde. Was vor unserer jetzigen Welt etwa geschah, darüber schweigt das Dogma. Darum bleibt es nicht ausgeschlossen, dass Gott vor der jetzigen Welt etwa eine oder mehrere andere erschaffen und dann wieder vernichtet hat; dies entzieht sich vollständig jeder menschlichen Kenntniss. Man braucht deswegen nicht in die Palingenesie eines Origenes und mancher anderer zu verfallen; vielmehr haben sich namhafte Kirchenväter in diesem Sinne geäußert<sup>5)</sup>.

Auch über das spätere Schicksal unserer jetzigen Welt hat sich die christliche Offenbarung klar ausgesprochen<sup>6)</sup>. Im Gegensatze hiezu lehren die Pantheisten der alten wie der neuen Zeit, dass der Weltumlauf niemals ein Ende finden, sondern ewig fort dauern werde<sup>7)</sup>.

<sup>1)</sup> a. a. O. I, 683. — <sup>2)</sup> Ausser der o. a. Stelle aus der *Summa Cont. gent.* kommt in Betracht 1. p. q. 46. a. 2., wo das Ergebniss lautet: „mundum incepisse est credibile, non autem demonstrabile vel scibile.“ Dagegen meint der hl. Bonaventura (*In 3. Sent.* dist. 1. p. 1. a. 1. q. 2.): „Ponere mundum aeternum esse sive aeternaliter productum . . . adeo contra rationem est, ut nullum philosophorum quantumque parvi intellectus crediderim hoc posuisse.“ — <sup>3)</sup> An verschiedenen Stellen, insbesondere *De coelo* lib. I; *Phys.* lib. VIII. — <sup>4)</sup> Ausführlich bei Hurter, *Theol. dogmaticae compendium* (ed. 5. Innsbruck 1885) II, 207 ff. — <sup>5)</sup> So erklärt der hl. Athanasius in seiner Schrift *Contra gentes*: „Nec enim, quia unus est creator, idcirco unus mundus est; poterat enim Deus et alios mundos facere.“ — <sup>6)</sup> Vgl. Hurter l. c. III, 611 f. — <sup>7)</sup> So lässt sich Flammarion vernehmen: „Le temps s'écoule dans l'éternité. Mais l'éternité demeure et le temps ressuscite.“ *La fin du monde* 10. éd. Paris 1894. p. 400.



Die Zukunft wird darüber entscheiden, ob die christliche Offenbarung oder der Pantheismus Recht behält.

## 2. Gibt es einen unendlichen Raum?

5. Wenn man im gewöhnlichen Leben von Raum spricht, will man nur damit ausdrücken, dass innerhalb eines mehr oder weniger dehnbaren Behältnisses eine gewisse Anzahl anderer Körper existiren kann, z. B. innerhalb des Wassers, noch mehr innerhalb der Luft, noch mehr innerhalb des Aethers. Mit diesem Raume, welcher blos darin besteht, dass dichtere Körper einen minder dichten verdrängen und dessen Stelle einnehmen, haben wir uns nicht weiter zu befassen. Vielmehr interessirt uns nur jener Raum, welcher als die innere Ursache der körperlichen Ausdehnung gilt. Die Philosophen scheiden sich bei dieser Frage in zwei Hauptlager<sup>1)</sup>. Die einen, so namentlich Kant, betrachten den Raum als eine leere Abstraction unseres Geistes, ohne dass derselben in Wirklichkeit etwas entspricht. Die Anderen hingegen anerkennen, dass dem Raume etwas Wirkliches zu grunde liegt, das von unserer Erkenntniss unabhängig ist. Nur können sich diese Letzteren nicht darüber einigen, ob der Raum die Körper einschliesst, wie eine Büchse die Conserven, oder ob er dieselben durchströmt, wie die Seele den Leib; ob es Körper geben könne ohne Raum und Raum ohne Körper, oder ob beide unzertrennlich zusammengehören; ob man den Raum als Substanz oder als Accidens zu fassen habe usw. Uns kommt die Erklärung von Leibniz am natürlichsten vor, dass der Raum aus dem Nebeneinander der Dinge resultire, gleichwie 4 aus  $2 \times 2$ . Nach dieser Ansicht lässt sich kein Körper ohne Raum und kein Raum ohne Körper denken. Wir suchen den Raum in den Körpern und nicht die Körper im Raume. In ähnlicher Weise äusserten sich schon einige Platoniker und neuerdings der spanische Philosoph Balmes.

Wir glaubten dies vorausschicken zu sollen, da der Raumbegriff mit unserem Problem innig zusammenhängt; denn je nach der Auffassung dieses Begriffes wird man die Frage nach der Existenz einer actuell unendlich ausgedehnten Anzahl von Atömen bejahen oder verneinen. Wir können nun den Raum, oder richtiger ausgedrückt: die räumlichen Dinge, betrachten nach oben in ihrer Grösse und nach unten in ihrer Kleinheit. Beginnen wir mit dem Letzteren.

<sup>1)</sup> Die geschichtlichen Wandlungen des Raumbegriffes schildert Pesch a. a. O. I, 684 ff.

## a) Das unendlich Kleine.

6. Schon vor der Erfindung des Mikroskopes dachte man darüber nach, ob die Theilchen, welche erfahrungsgemäss bei chemischen Processen entstehen, sich noch weiter theilen liessen oder nicht. Eine beliebige mathematische Theilbarkeit wurde allgemein anerkannt. Um so heftiger stritt man sich um die physische Theilbarkeit und deren Grenzen. Das Mikroskop<sup>1)</sup> hat die Ansicht derer glänzend bestätigt, welche auf speculativem Wege erkannt hatten, dass die mit blosem Auge sichtbaren kleinsten Theilchen noch lange nicht die untere Grenze bilden.

„Ehemals nahmen unsere Väter die Milbe als den Typus des unendlich Kleinen und als die untere Grenze des animalischen Lebens an. Jetzt hingegen vermögen wir lange und interessante Reisen zu unternehmen in einem einzigen Kubikmillimeter.“<sup>2)</sup>

Sogar in unserem eigenen Körper spielen sich Vorgänge ab, welche selbst die kühnste Phantasie nicht hätte ersinnen können.

„In einem Kubikcentimeter Blut eines kräftigen Mannes finden sich nahezu 5 000 000 rothe und 14 000 farblose Blutkörperchen. Die Blutkörperchen nehmen Stoff auf und geben solchen ab in einem wahren Ernährungsvorgange; es fehlt nicht die Fähigkeit der Fortpflanzung und Vermehrung.“<sup>3)</sup>

Nun erwäge man, dass diese Thierchen zum mindesten aus einer Zelle bestehen, letztere aus Molekülen und diese wieder aus Atomen! Auch unsere Sinne, besonders das Auge<sup>4)</sup> und der Geruch<sup>5)</sup>,

<sup>1)</sup> Ueber dessen Entwicklung vgl. das reich illustrierte Werk von Heintz Samter, Das Reich der Erfindungen. 2. Aufl. Berlin. 1898. S. 899 ff. —

<sup>2)</sup> So Flammarion in seiner berühmten Schrift: *La pluralité des mondes habités* (36. éd. Paris). S. 146 ff. Hier schildert er eine solche Reise:

„J'ai été ébloui moi-même, en plaçant une petite goutte d'eau sur un morceau de cristal oblique au foyer d'un microscope solaire, qui donnait à cette gouttelette un diamètre apparent de quatre mètres, de voir apparaître soudain une population d'animalcules de toutes grandeurs, population si compacte parfois que dans toute cette étendue de quatre mètres il eût été impossible de placer la pointe d'une aiguille sur un seul endroit inoccupé! Ces éphémères naissent pour quelques minutes; nos heures leur seraient des siècles. L'infiniment petit de leur volume a ses éléments corrélatifs dans l'infiniment petit de leurs fonctions vitales.“ — <sup>3)</sup> Joh. Ranke, Der Mensch. 2. Aufl. Leipzig. 1894. I, 237.

<sup>4)</sup> „L'analyse spectrale de la lumière décèle la présence d'un millionième de milligramme de sodium dans une flamme. . . Il faut 1200—2500 ondes de lumière pour remplir un millimètre.“ So Flammarion in seiner *Uranie*. p. 358. —

<sup>5)</sup> L'odorat perçoit  $\frac{1}{64000000}$  de milligramme de mercaptan dans l'air respiré.“ p. 359.

vermögen noch Theilchen wahrzunehmen, die weit jenseits der Grenze menschlicher Theilkunst liegen <sup>1)</sup>. Ja

„Der Polierschiefer von Bilin in Böhmen besteht aus einer Anhäufung von Panzern der *Gallionella distans*, einer zierlichen Diatomee. In einem einzigen Kubikzoll jenes Schiefers schätzt Ehrenberg 41 000 Millionen Gallionellenpanzer.“ <sup>2)</sup>

Und wie erst, wenn wir unser Augenmerk auf die Atome selber richten! „Man hat berechnet, dass sich in einem Nadelkopfe nicht weniger als achttausend  $\times$  Milliarde  $\times$  Milliarde Atome finden“ <sup>3)</sup>, also ein 8 mit 21 Nullen! Doch wie sollen wir uns diese unsagbar kleinen Atome vorstellen, in träger Ruhe oder in steter Bewegung? Sollen wir uns ferner Zwischenräumchen denken zwischen den einzelnen Atomen, oder sollen wir diese als eine fest geschlossene Masse betrachten?

„Die Dichtigkeit, welche z. B. eine Kanonenkugel zu besitzen scheint, ist eine bloße Illusion. Für den Geist, der den inneren Bau analysirt, bedeutet sie nichts anderes als einen Schwarm von Mücken. Sie setzt sich zusammen aus unsichtbaren Molekülen, die sich nicht berühren, und diese wieder aus Atomen, welche sich gleichfalls nicht berühren.“ <sup>4)</sup>

Einzelne Forscher versuchen noch weiter vorzudringen. Sie setzen die Moleküle in Vergleich mit den kreisenden Sternen, die Atome mit den nimmerruhenden Satelliten; sie betrachten jedes Molekül, ja jedes Atom als eine kleine Welt für sich <sup>5)</sup>.

Doch man mag die Ausdehnung dieser Atome noch so winzig annehmen, sie sind und bleiben endlich. Darum entsteht die Kapitalfrage: Ist die Materie in actuell unendlich kleine Theilchen gespalten, oder aber bilden diese Atome die untere Grenze des Getheiltseins und

<sup>1)</sup> „On est arrivé à diviser un millimètre sur une lame de verre en mille parties égales.“ Ebend. 358. — <sup>2)</sup> Böhner a. a. O. I, 464. Man sehe auch die Abbildungen S. 294 u. 463. — <sup>3)</sup> *Uranie* p. 324. — <sup>4)</sup> Ebend. p. 111. — <sup>5)</sup> „La terre fait partie intégrante de la voie lactée. Hé bien, un corps, quel qu'il soit, n'est qu'un amas de constellations moléculaires diversement groupés. Notre oeil n'est pas fait pour apercevoir dans tous leurs détails ces étoiles et ces systèmes infiniment petits . . . Toujours est-il clair que si vous pouviez construire un microscope d'une puissance considérable, vous arriveriez à dédoubler les étoiles moléculaires . . . Vous verrez alors ce qui vous paraît être un amas confus se ranger avec une symétrie admirable . . . Et merveilleux spectacle! tous ces petits astres moléculaires tourneraient avec une rapidité vertigineuse comme les gros astres du ciel. Puis, en augmentant encore la puissance de votre instrument, vous finiriez par voir tout autour de chacun de ces astres principaux d'autres petites étoiles, des satellites comme notre lune opérant majestueusement leur rotation.“ So H. de Parville in seiner geistreichen Satyre: *Un habitant de la planète Mars*. Paris. p. 61 sqq.

der Theilbarkeit? Je länger wir uns diese Kapitalfrage überlegen, desto schwieriger will sie uns erscheinen. Niemals und unter keiner Bedingung wird der Mensch Gewissheit erlangen über die innere Beschaffenheit der Atome. Nur so viel vermögen wir zu erkennen, dass sich kein einziger directer Grund gegen das actuell unendliche Getheiltsein der Materie anführen lässt<sup>1)</sup>.

7. Die Gegner pflegen sich für's erste auf die metaphysische Unmöglichkeit einer Reihe von actuell unendlich kleinen Theilchen zu berufen. Allein diese Berufung ist hinfällig, da sich jene Unmöglichkeit nicht darthun lässt. Sie führen darum physikalische Gründe in's Feld:

„Einen Körper müssen wir uns mit irgend einer Figur behaftet denken. Nun aber entbehrt das angenommene unendlich Kleine der Figur. Also kann es auch nicht als Körper gelten.“

Allein dieses ganze Argument beruht auf einer *petitio principii*. Denn die Figur setzt begrenzte Naturdinge bereits voraus, kann also nicht als Beweis für die Begrenztheit der Naturdinge angezogen werden. Was das actuell unendlich Kleine betrifft, so hat es überhaupt keine Figur und braucht auch keine zu haben.

„Aber“ — so hält man drittens entgegen — „es wäre doch bizarr, dass z. B. ein Stein aus einer Reihe von actuell unendlich kleinen Atomen bestehen sollte.“

Um's Wort wollen wir uns nicht streiten.

„Aber“ — so fährt man fort — „wenn man einen doppelt so grossen Stein neben den ersten hält, ergibt sich das widersinnige Resultat, dass der erste Stein aus unendlich vielen, der zweite aus  $2 \times$  unendlich vielen Atomen sich zusammensetzte.“

Wir antworten: Es gibt nicht nur eine, sondern zahlreiche Atomreihen, von welchen jede einzelne actuell unendlich viele Einheiten enthält. Der zweite Stein enthält eben mehr von diesen Atomreihen wie der erste.

„Indes“ — so befürchtet man viertens — „wenn es actuell unendlich kleine Atome gäbe, so liesse sich der Weg in's Endliche nicht mehr zurückfinden. Denn wer vermag anzugeben, wie viele actuell unendlich kleine Theilchen erforderlich wären, um ein endliches Compositum herzustellen, das sich mit menschlichen Werkzeugen fassen oder wenigstens mit menschlichen Sinnen wahrnehmen liesse?“

<sup>1)</sup> Liberatore behauptet zwar (l. c. I, 349): „Quaelibet natura corporea habet certos limites, quos transilire non valet, quin physice destruat“, bleibt jedoch den Beweis schuldig.

Unnöthige Besorgniss! Es bedarf eben actuell unendlich vieler derartiger Theilchen, um ein solches Compositum herzustellen.

„Doch“ — so beharrt man fünftens — „damit wird ja aller Physik der Boden unter den Füssen weggezogen. Sie weiss nicht, was sie mit diesen actuell unendlich kleinen Atomen anfangen solle; sie bedarf der endlich kleinen Theilchen, der Elemente.“

Diese Elemente bleiben dem Physiker unbenommen. Gerade so, wie der Astronom eine passende Einheit als Maasstab wählt, z. B. den Erdbahnradius, so kann auch der Physiker eine beliebige Einheit annehmen. Ob diese Einheit noch weiter theilbar ist oder nicht, braucht ihn nicht zu kümmern.

„Aber“ — so heisst es sechstens — „die heutige Chemie bringt tausendfache Beweise dafür bei, dass die physische Teilbarkeit der Körper im wirklichen Naturverlaufe überall auf feste Grenzen stösst.“<sup>1)</sup>

Dies räumen wir vollständig ein. Nur möchten wir daran erinnern, dass wir gar nicht behauptet haben, der Mensch vermöge diese actuell unendlich kleinen Theilchen mit einem seiner Sinne wahrzunehmen oder gar mit einem Instrumente zu fassen. Denn wie weit auch die Feinheit unserer Theilmaschinen geht und in Zukunft gehen mag, sie bleibt immer eine endliche. Unsere Ansicht geht vielmehr blos dahin, dass der Stoff auf eine für uns un wahrnehmbare, ja unbegreifliche Weise aus actuell unendlich kleinen Theilchen besteht. Ob diese Ansicht das Richtige trifft oder nicht, darüber kann nur die Metaphysik entscheiden, aber niemals die Chemie.

Einen siebenten Vorstoss wider das actuell unendlich Kleine unternimmt man mit der Aufstellung, dass hierdurch alle philosophische Speculation über das Wesen der Körper vereitelt werde. Denn „wer will und wer kann über etwas actuell unendlich Kleines speculiren?“

Allein der Speculation bleibt es nach wie vor freigestellt, über das innere Wesen der Körper nachzugrübeln. Die Schwierigkeiten bleiben dieselben, ob man ein endlich oder ein unendlich kleines Atom als Ausgangspunkt der Betrachtung wählt. Im einen wie im anderen Falle lässt sich erörtern, ob das Uratom im peripatetisch-scholastischen Sinne aus Materie und Form sich zusammensetze, oder ob es eine rein dynamistische Erklärung vertrage, oder ob es eine ausschliesslich mechanistische Auffassung verlange.

„Für ein actuell unendlich Kleines“ — so ruft man achtens — „lässt sich überhaupt nicht der mindeste Beweis erbringen; es beruht auf einer ganz willkürlichen Annahme.“

<sup>1)</sup> Pesch a. a. O. I, 165.

8. Wir geben zu, dass sich kein zwingender Beweis auf directem Wege führen lässt. Desto mehr vertrauen wir auf den indirecten Beweis, welcher in der Entkräftung der gegnerischen Gründe besteht. Uebrigens lässt sich auf directem Wege wenigstens ein Wahrscheinlichkeitsbeweis herstellen. Schon ein schwaches Mikroskop zeigt uns nämlich, dass das, was wir mit unserem Auge als Punkte wahrnehmen, in Wirklichkeit aus einer Menge von Theilchen besteht. Verstärken wir das Mikroskop, so vermögen wir auch diese neuen Theilchen wieder zu zerlegen. So können wir, wenn nicht mit dem Mikroskop, so doch in Gedanken fortschreiten bis wir auf irgend eine Grenze stossen. Nun aber vermag uns niemand eine solche Grenze anzugeben. Also können wir — wenigstens in Gedanken — fortschreiten bis zum actuell unendlich Kleinen. Man sage nicht: „Es gibt irgendwo eine bestimmte untere Grenze, nur vermögen wir sie nicht anzugeben“; denn wer oder was bürgt uns dafür, dass irgendwo in nebelhafter Kleinheit eine derartige untere Grenze existirt? Man möge uns angeben, wo diese vermeintliche Grenze sich findet; oder wenn man dies nicht kann, möge man uns wenigstens einen stichhaltigen Grund anführen, warum man eine untere Grenze so hartnäckig verlangt. Dann, aber nicht eher, werden wir das actuell unendlich Kleine preisgeben.

(Schluss folgt.)