Philosophischer Sprechsaal.

Budapest, den 14. Mai 1928.

Sehr geehrte Redaktion!

In dem 2. Heft Bd. 41 des Philosophischen Jahrbuchs der Görres-Gesellschaft beschäftigt sich Herr Dr. E. Hartmann mit einem einzigen, aber sehr wichtigen Grundsatz meines III. Bandes der Grundlegung der Philosophie. Er weist darin meinen Beweis von der Unmöglichkeit eines anfangslosen Wechsels ab. Leider berücksichtigt er nicht alle meine Gründe und Fassungen dieses Beweises, so auch folgende Fassung nicht, die auf Seite 18, Zeile 12 von unten beginnt und lautet:

. . . ist die Wechselreihe anfangslos, so mußte sie, da alle vorangehenden Glieder zum Entstehen der folgenden vergehen müssen, einmal solche Glieder gehabt haben, von wo noch a X (aktual unendlich) viele Glieder bis heute vergehen mußten. Von dort aber konnte nicht mehr zum Heute gelangt werden, obgleich jener Teil noch keineswegs ein absoluter „Anfang im Anfangslosen" sein mußte. Entweder war aber jener Teil, dann konnte das Heute nicht erreicht werden, oder er war nicht und nie, er hat nie bestanden, dann aber ist die Reihe nicht anfangslos und auch nicht unendlich, weil sie keine solche Teile hatte, die vom Heute durch a X (aktual unendlich) viele Glieder getrennt sind. — Diese Fassung beweist, daß ich den Einwand, eine unendliche Wechselreihe habe überhaupt keinen Beginn, nicht nur mit der Bemerkung ablehne: „Wo kein Beginn, da keine Fortsetzung", sondern den Beweis eben im Sinne Herrn Dr. Hartmanns auch so zu fassen suche, daß von jedem beliebigen Glied der Reihe aus eine Fortsetzung möglich ist. Und dieser Beweis legt eben das dar, was H. zugibt, daß das aktual Unendliche nicht durch Sukzession entstehen kann: und wichtig ist uns ja dabei eben nur ein von heute zurück liegender, aktual unendlicher Teil der Wechselreihe. Da diese nun als zeitlich ablaufende Wechselreihe eo ipso zeitlich sukzessiv ist, mußte dieser „letzte" unendliche Teil einmal begonnen haben und abgelaufen, also eine unendliche Teilreihe entstanden sein, daß das Heute, das heute wirkliche Glied der Wechselreihe folgen könne. Und zwar mußten aktual unendlich viele Glieder einzeln und nacheinander bis heute entstanden und vergangen sein. Und das ist nach unserer in Band III angeführten Auffassung unmöglich. Was nun H.

sagt, daß die Reihe nicht zur Unendlichkeit heranwachse, denn in jedem Momente, den man aus ihr herausgreifen mag, ist ihre Unendlichkeit bereits fertig, kann von einer durch und durch, im Ganzen und in allen Teilen wesentlichst zeitlich sukzessiven Reihe, wie sie die Wechselreihe ist, nicht gesagt werden; jedenfalls ist der in Frage stehende „letzte unendliche Teil" ganz zeitlich sukzessiv, und muß somit auch begonnen haben und abgelaufen sein. Kann ich nur solche Glieder aus der Reihe herausgreifen, bis zu welchen ihre Unendlichkeit bereits fertig ist und welchen bis heute nur mehr endlich viele endlich große Glieder folgen, so ist der unendliche Teil, aus dem keine Glieder herausgreifbar sind, für die wirkliche Wechselreihe unbestimmend, und sie kann wieder nur eine beliebig lange, aber nur endliche vergangene Größe haben, was unserer Annahme entspricht. Diese Darlegung ist, so meine ich, bei vollständigem Zuendedenken stringent; und die Bedenken, die manche Leser deshalb haben könnten, weil die These mit den Ergebnissen der historischen Mengenlehre nicht in vollständigem Einklang zu stehen scheint, werden im 2. Bande behoben, der also nicht den Beweis selbst, der in der gegenwärtigen Ausführung unserer Meinung nach enthalten ist, bringt, sondern nur die mengentheoretischen Zusammenhänge der These erörtert. Ich habe die Einwände Herrn Dr. Hartmanns, die ja ungefähr auf gleiche Weise gegen mit meiner Annahme ähnliche Stellungnahmen erhoben worden sind, schon bei der Abfassung des Buches gekannt und in Betracht gezogen, wie der zitierte Textteil zeigt. Daß ich mich trotzdem entschlossen habe, die Behandlung des Problems auf eine so wichtige Stelle zu setzen, von der viele weitere Ausführungen abhängen, kann wohl davon überzeugen, daß mir der Beweis auch gegenüber diesen Einwänden evident war. Und das ist er mir auch geblieben, da ja auch Hartmann selbst die wohlbetrachtet meine Annahme unterstützende Wahrheit zugibt, daß das aktual Unendliche nicht durch Sukzession entstehen kann. Weiteres ist hier, bei der angeführten Fassung des Beweises nicht nötig, womit aber meinerseits nicht zugegeben werden soll, daß H.'s Behauptung, das aktual Unendliche könne in Sukzession bestehen, gültig ist.

Bei jeder zeitlichen Reihe, wie sie der Wechselreihe wesentlich ist, ist jedes Bestehen einer endlichen oder unendlichen Reihe, also auch des aktual Unendlichen „in Sukzession" nur als Ergebnis eines ebensolchen endlichen oder unendlichen sukzessiven Entstehens möglich, d. h. jede zeitliche Reihe als zeitliche entsteht, und besteht nur, insofern sie entstanden ist: also setzt jede aktual unendliche Wechselreihe zu ihrem „Bestehen in Sukzession" ein „Entstehen durch Sukzession" voraus, das auch nach H. unmöglich ist. Bei zeitlosen Mannigfaltigkeiten kann nach dem Prinzip des Aristoteles ebenfalls keine aktuale Unendlichkeit in Sukzession bestehen; denn in einer sukzessiven Mannigfaltigkeit sind die Glieder als Vorbestimmungen und Folgen geordnet, wobei es Glieder gäbe, die aktual unendlich viele Vorbestimmungen hätten; und durch aktual unendlich viele Gliedern geht nach Aristoteles kein Bestimmen. Dieses Prinzip war bis auf die historische Mengenlehre sozusagen allgemein anerkannt, jede Möglichkeit einer Begründung und eines Beweises stützte sich darauf. Erst die historische Mengenlehre nahm unendliche Mengen mit Sukzessionen unter ihren Glieder an. Ihre Theorien zeigen aber viele noch nicht gelöste Paradoxien. An diesem Punkte kommen wir wieder auf die Ausführungen des 2. Bandes der Grundlegung, welche zu beweisen suchen, daß alle aktual unendlich viele Glieder befassenden Mengen solche sind, deren Glieder alle von einem höheren Prinzip gleicherweise bestimmt sind, also gibt es unter diesen aktual unendlich vielen Gliedern keine Sukzession, und das aktual Unendliche kann auch in keiner Sukzession bestehen, womit das aristotelische Prinzip in Kraft bleibt. Damit werden auch die Paradoxien der historischen Mengenlehre eliminiert und die aktual unendlichen Mengen dennoch nicht negiert, sondern eben widerspruchsfrei entwickelt.

Schließlich sei noch Folgendes bemerkt: selbst die Bildung unendlicher Mengen in der historischen Mengenlehre kann auf wesentlich zeitliche Reihen nicht angewandt werden. Denn alle hier in Frage kommenden unendlichen Mengen, die sogenannten „abzählbaren" Mengen (ω-Mengen) der historischen Mengenlehre werden, wenn sukzessiv gebildet, wesentlich durch ein Limesverfahren gebildet. z. B. 1, 2, 3 . . ., ω. (ω ist in diesem Beispiel der Grenzwert der Menge aller ganzen Zahlen). Die Limesbildung bedeutet aber immer einen „Sprung" (mit . . . bezeichnet), wo unendlich viele Glieder auf einmal zusammengefaßt werden: das kann aber bei einer zeitlich entwickelten Reihe, wie die Wechselreihe ist, nie vorkommen, weil in ihr alle Glieder einzeln und nacheinander entstehen bezw. vergehen müssen. (Und eben so können nach unserer Behauptung nur beliebig endlich viele, aber nicht aktual unendlich viele Glieder entstehen bezw. vergehen.) Daher ist die sukzessive Bildung unendlicher Mengen in der historischen Mengenlehre — abgesehen davon, ob diese Bildung tatsächlich Mengen mit einem Nacheinander unter ihren Gliedern ergibt — auf die Wechselreihe nicht übertragbar.

Die Frage der mechanischen Kausalität hängt mit dem Problem der Wechselreihe wesentlich zusammen, aber nicht so ausschließlich wie Herr Dr. Hartmann angibt. Die mechanische Kausalität wird auch vom Prinzip des Setzens (Bd. I) ausgeschlossen, wie aus den Erörterungen (Bd. III, S. 40) zu ersehen ist. — In diesen Bemerkungen habe ich meinen Standpunkt zu fixieren gesucht, würde es aber natürlich mit großer Freude begrüßen, wenn ich auch die Stellungnahme weiterer Fachkreise zu diesem Problem erfahren könnte.

Mit der Bitte, diesen meinen Brief in dem Jahrbuch der Görres-Gesellschaft zu veröffentlichen,

verbleibe ich mit vorzüglicher Hochachtung

B. v. Brandenstein.

Erwiderung.

Die vorstehenden Ausführungen B. von Brandensteins sind meines Erachtens nicht imstande, die anfangslose Wechselreihe als unmöglich darzutun. Sie setzen nämlich den Satz voraus, in einer solchen Reihe müßten Glieder existieren, die vom Heute durch aktual unendlich viele Glieder getrennt seien. Dieser Satz aber leuchtet weder unmittelbar als wahr ein, noch ist er bis heute von irgendjemand als wahr bewiesen; ja er wird sogar von den Vertretern der Mengentheorie einmütig als falsch zurückgewiesen. Er ist nicht unmittelbar evident; die Anfangslosigkeit besagt, daß es in der Reihe keinen Anfang, kein erstes Glied gibt, daß also jedem Glied ein anderes vorausgeht. Damit ist nicht unmittelbar gegeben, daß es ein oder mehrere Glieder geben müsse, die vom Heute unendlich weit abstehen. Der Satz ist auch bisher nicht bewiesen worden. Der Verfasser der *Grundlegung der Philosophie* hat nicht einmal den Versuch eines solchen Beweises unternommen. Die Vertreter der „historischen" Mengenlehre erklären den Satz für falsch und zeigen uns in der Reihe der natürlichen (endlichen) Zahlen 0, 1, 2, 3 . . eine Reihe, die so beschaffen ist, daß auf jede Zahl eine andere folgt, ohne daß eine Zahl der Reihe von ihrem Ausgangspunkte 0 durch unendlich viele Schritte getrennt wäre.

Der Verfasser zieht aus meiner Behauptung, daß einem jeden Gliede, das man aus der anfangslosen Wechselreihe herausgreift, schon eine fertige Unendlichkeit vorausgehe, den Schluß, es gäbe in der Reihe einen unendlichen Teil, aus dem keine Glieder herausgreifbar seien. Dieser Schluß ist unberechtigt. Einen solchen Teil der Reihe gibt es nicht. J e d e s G l i e d der Reihe ist herausgreifbar, und j e d e m G l i e d e geht eine Unendlichkeit von Gliedern voraus. Es verhält sich in dieser Hinsicht mit der a n f a n g s l o s e n nicht anders wie mit der e n d l o s e n Reihe. Denken wir uns etwa eine Kugel, die sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit endlos um ihre Achse dreht, so folgt auf jede Umdrehung noch eine Unendlichkeit von Umdrehungen, und doch wird niemals eine Umdrehung erfolgen, die von der ersten unendlich weit abstände. Es ist die endlose Reihe hierin gewissermaßen das Spiegelbild der anfangslosen. Wäre Brandensteins Argumentation gegen die Möglichkeit der anfangslosen Reihe berechtigt, so würde sie auch die Möglichkeit der endlosen Reihe ausschließen.

Wenn wir weiter lesen, bei jeder „zeitlichen" Reihe setze das Bestehen ein sukzessives Entstehen voraus, so müssen wir unterscheiden: Bedeutet die Zeitlichkeit der Reihe das Beginnen der Reihe in der Zeit, so ist der Satz wahr, jedoch für unsere Frage belanglos. Bedeutet die Zeitlichkeit der Reihe nur den Sachverhalt, daß die Reihe ein durch die Zeit sich erstreckendes Gebilde ist, so ist der Satz identisch mit der Behauptung, die in Frage steht und für die wir den Beweis bei Brandenstein vermissen.

Aus der Unmöglichkeit der anfangslosen Wechselreihe folgert der Verfasser die Unmöglichkeit der mechanischen Kausalität. Ich glaube nicht, daß diese Folgerung zurecht besteht, möchte aber, um die Diskussion nicht allzuweit auszudehnen, auf diese Frage hier nicht näher eingehen.

E. Hartmann.