

# Das Verhältnis der modernen zur traditionellen Logik

Von FRANZ v. KUTSCHERA (München)

Nachdem die moderne Gestalt der Logik durch Boole, Peirce und vor allem durch Frege in der letzten Hälfte des vorigen Jahrhunderts geschaffen wurde, trat das Verhältnis dieser neuen Wissenschaft zur traditionellen Logik alsbald in den Widerstreit der Meinungen. Von der einen Seite wurde der neuen Logik das Recht abgesprochen, sich als „Logik“ im klassisch-aristotelischen Sinn zu bezeichnen. Sie wurde von der Philosophie als eine mathematische Disziplin oder gar als eine Spielerei mit leeren Formeln abgetan. Von der anderen Seite wurde der Wert der traditionellen Logik angezweifelt, ja der Wert eines nicht im Sinn der mathematischen Logik orientierten Philosophierens überhaupt. Diese polemische Phase der Diskussion ist — von wenigen Nachzählern abgesehen — heute beschlossen. Das Verdienst daran gebührt vor allem den unwidersprechlich gründlichen historischen und systematischen Untersuchungen von Łukasiewicz, Scholz und Bocheński<sup>1</sup>. Die Grundlinien des von ihnen festgestellten Verhältnisses von traditioneller und moderner Logik sollen hier nun aufgezeigt werden.

Wenn über traditionelle und moderne Logik gesprochen werden soll, so muß man sich zuerst klarmachen, daß sowohl der Terminus „Logik“ selbst, wie die Begriffe „traditionelle Logik“ und „moderne Logik“ einer näheren Umgrenzung durchaus bedürfen. Wie Bocheński bemerkt hat, gibt es außer dem Titel „Philosophie“ wohl keinen Namen einer Wissenschaft, der in der Geschichte so viele Bedeutungen angenommen hat, wie der Name „Logik“. Mit ihm wurden erkenntnistheoretische, psychologische, ästhetische und metaphysische Untersuchungen bezeichnet, bis sich bei Hegel das Ganze der Philosophie, ja das Ganze der Wissenschaft schlechthin unter diesen Titel ordnet. Demgegenüber soll im folgenden unter „Logik“ immer nur die *formale* Logik verstanden werden, die sich — um es bei der kürzesten Charakterisierung bewenden zu lassen — als Lehre vom Schließen darstellt.

Faßt man den Begriff der Logik so, dann scheint die traditionelle Logik auf den ersten Blick etwas durchaus Einheitliches zu sein, die aristotelische Logik nämlich, die nach dem Urteil Kants<sup>2</sup> seit Aristoteles keinen Schritt vor noch zurück hat tun können. Bei genauerem Zusehen aber hebt sich neben der aristotelischen Gestalt der Logik schon in der Antike eine andere Gestalt ab: die megarisch-stoische Logik, die zwar keinen Repräsentanten vom Gewicht des

---

<sup>1</sup> Vgl. insbesondere: J. Łukasiewicz: Zur Geschichte der Aussagenlogik, Erkenntnis 5 (1935/36) S. 111—131. Derselbe: Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic, Oxford 1951. H. Scholz: Abriß der Geschichte der Logik, <sup>2</sup>Freiburg 1959. J. M. Bocheński: Formale Logik, Freiburg<sup>1</sup> 1956.

<sup>2</sup> Kritik der reinen Vernunft, Vorrede zur 2. Auflage, B VIII.

Aristoteles vorzuweisen hat, insgesamt der aristotelischen Logik an Originalität und Genauigkeit aber keinesfalls nachsteht. Das ist nur deswegen wenig bekannt, weil die stoische Logik im Gegensatz zur aristotelischen nur in wenigen und teilweise entstellenden Fragmenten auf uns gekommen ist.

Neben diesen beiden antiken Gestalten sind unter den Begriff der traditionellen Logik auch noch die das Erbe der Peripatetiker wie der Stoiker fortführende scholastische Logik, sowie die neuzeitliche Logik zu subsumieren, die weder die wissenschaftliche Höhe noch den inhaltlichen Reichtum der vorgenannten Gestalten erreicht.

Ähnlich steht es für die moderne Logik: Auch hier muß man zunächst eine ganze Reihe verschiedener Logiken, bzw. Logiksysteme unterscheiden: die sog. klassische Logik, wie sie uns exemplarisch im Werk Freges entgegentritt, deren verschiedene Modifikationen, wie man sie im Anschluß an die Antinomienproblematik diskutiert hat, sowie die intuitionistische Logik.

Trotz der vielfachen Unterschiede der modernen wie der traditionellen Logiken untereinander, die man prinzipiell im Blick behalten muß, weisen sie doch jeweils auch tiefgreifende Verwandtschaften auf, die eine nur auf diese Gemeinsamkeiten bezogene Gegenüberstellung der Abstraktionsprodukte „traditionelle“ und „moderne Logik“ im Rahmen unserer Untersuchung erlauben. Wir dürfen uns daher von den mannigfachen und verzweigten feineren Unterscheidungen dispensieren und nun traditionelle und moderne Logik im Hinblick

1. auf ihren Gegenstand,
2. auf ihren Inhalt,
3. auf ihre Methode, und
4. auf ihre Stellung zur Philosophie vergleichen.

Als *Gegenstand* der formalen Logik insgesamt haben wir die Lehre vom Schließen bezeichnet. Wenn man nun fragt, wie etwa die aristotelische Logik eine solche Lehre vom Schließen näherhin begreift, so stößt man auf die Syllogistik. Der Gegenstand der Logik, so wird dort gesagt, sind die Syllogismen und Aristoteles gibt in der *Topik* folgende Definition des Syllogismus:

Ἔστι δὴ συλλογισμὸς λόγος ἐν ᾧ τεθέντων τινῶν ἕτερον τινῶν κεμμένων ἐξ ἀνάγκης συμβαίνει διὰ τῶν κεμμένων.

Das heißt: „Der Syllogismus ist aber ein λόγος, in welchem — indem gewisse Voraussetzungen gemacht werden — etwas anderes als die Voraussetzungen mit Notwendigkeit wegen dieser Voraussetzungen folgt.“

Und zwar werden als solche λόγοι dort hypothetische Satzformen mit zwei Prämissen vorgestellt, d. h. Satzformen der Gestalt „Wenn . . . . und ———, dann . . . —“, in denen an Stelle von bestimmten Prädikaten mit konstanter Bedeutung Variablen für solche Prädikate erscheinen.

Betrachten wir z. B. den sogenannten Modus Barbara:

„Wenn alle  $A B$  sind und alle  $B C$ , dann sind alle  $A C$ .“

In dieser Satzform kommen nur logische Ausdrücke vor wie:

„Wenn — dann“, „und“, „alle“ usw., aber keine Ausdrücke für inhaltlich bestimmte Gegenstände, Begriffe oder Aussagen — keine *deskriptiven* Ausdrücke, wie man auch sagt.

Die Variablen „A“, „B“, „C“ sollen nun soviel besagen wie:

Was immer man für diese Variablen für Prädikate einsetzt, das Ergebnis ist ein wahrer Satz.

In der gleichen Funktion werden ja auch in der Mathematik Variablen verwendet: Mit der Gleichung  $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$  wird nicht eine Aussage über bestimmte Zahlen behauptet, sondern die Aussage: welche Ziffern man immer für die Variablen „x“ und „y“ einsetzt: das Ergebnis ist eine richtige Gleichung, eine wahre Aussage also.

Ebenso in unserem Fall: Setzt man z. B. für „A“, „B“, „C“ die Prädikate „Huftier“, „Säugetier“ und „Wirbeltier“ ein, so erhält man:

„Wenn alle Huftiere Säugetiere sind und alle Säugetiere Wirbeltiere, so sind alle Huftiere Wirbeltiere.“

Nimmt man die beiden Prämissen

„Alle Huftiere sind Säugetiere“ — und

„Alle Säugetiere sind Wirbeltiere“

an, so muß man notwendigerweise auch die Konklusio

„Alle Huftiere sind Wirbeltiere“

annehmen. Daher ist der „wenn—dann“-Satz wahr.

Das Problem, das sich Aristoteles in seinem epochemachenden Werk stellt, läßt sich also wie folgt umschreiben:

Welches sind die Satzformen der angegebenen Art, die so beschaffen sind, daß allgemein gilt: wenn man die Prämissen eines beliebigen konkreten Einsetzungsfalles annimmt, so muß man auch die Konklusio akzeptieren.

Die stoische Logik verallgemeinert den aristotelischen Gedanken dann dahingehend, daß man allgemein solche Beziehungen zwischen beliebigen Satzformen  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$  und  $\Psi$  betrachtet, die nur logische Ausdrücke und Variablen enthalten und für die gilt:

Aus der Annahme, daß ein Einsetzungsfall alle Prämissen  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$  wahr macht, folgt, daß er auch die Konklusio  $\Psi$  wahr macht.

Eine solche Folgebeziehung können wir andeuten mit der Schreibweise  $\Phi_1, \dots, \Phi_n$  — folglich  $\Psi$ .

Diese verallgemeinerte Problemstellung wird dann von der scholastischen Logik aufgenommen, so daß wir also sagen können:

Der Gegenstand der traditionellen Logik sind die Folgebeziehungen zwischen Sätzen, die gelten rein aufgrund der logischen Struktur — d. h. der sich in den logischen Ausdrücken darstellenden Struktur dieser Sätze.

Mit eben dieser Formulierung wird aber der Gegenstand der Logik auch in ihrer modernen Ausprägung umrissen, so daß wir feststellen können:

Traditionelle und moderne Logik haben den gleichen Gegenstand. Insoweit man eine Wissenschaft also durch ihren Gegenstand bestimmen kann, darf der Titel „Logik“, auf den die traditionelle Gestalt dieser Wissenschaft sicherlich die historische Prärogative hat, auch für die modernen Untersuchungen in Anspruch genommen werden.

Wenden wir uns der Frage nach dem *Inhalt* der traditionellen und modernen Logik zu!

Es ist heute üblich, eine Folgebeziehung zwischen Satzformen der angegebenen Art *aussagenlogisch gültig* zu nennen, wenn sie gültig ist nur aufgrund derjenigen logischen Struktur, kraft derer sich aus Sätzen Teilsätze hervorheben lassen.

Ein Beispiel: Die Folgebeziehung:

$A$  und  $B$  – folglich  $A$

ist aussagenlogisch gültig. Unabhängig von der inneren Struktur der Teilsätze  $A$ ,  $B$  gilt diese Folgebeziehung schon kraft der Konjunktion „und“, durch die sie zu dem Satz „ $A$  und  $B$ “ zusammengefaßt sind. Denn die sprachliche Funktion des „und“ ist so festgelegt, daß ein „und“-Satz nur dann wahr ist, wenn seine beiden Teilsätze wahr sind.

Die Folgebeziehung:

Wenn  $A$ , dann  $B$  – folglich – wenn nicht  $B$ , dann nicht  $A$

ist ein anderes Beispiel einer aussagenlogisch gültigen Folgebeziehung. Denn die Gültigkeit dieser Folgebeziehung ergibt sich rein aus der sprachlichen Funktion der logischen Ausdrücke „wenn – dann“, „nicht“. Aussagenlogische Verknüpfungen sind insbesondere die Verneinung durch „nicht“ und die Verknüpfung durch „und“, „oder“, „wenn – dann“. Wenn also eine Folgebeziehung gültig ist rein aufgrund der Bedeutung dieser aussagenlogischen Ausdrücke, dann nennen wir sie aussagenlogisch gültig.

Ferner ist es üblich, eine Folgebeziehung *prädikatenlogisch gültig* zu nennen, wenn sie aussagenlogisch gültig ist oder aber gültig kraft der inneren, der Subjekt-Prädikat-Struktur der Sätze und aufgrund der sprachlichen Funktion der (prädikatenlogischen) Ausdrücke „alle“ und „einige“.

Auch dazu ein Beispiel: Die Folgebeziehung:

Alle  $A$  sind  $B$  – folglich – einige  $A$  sind  $B$

ist nicht aussagenlogisch gültig, denn die Prämisse und Konklusion sind verschiedene Sätze und enthalten keine Teilsätze. Diese Folgebeziehung ist aber prädikatenlogisch gültig, da die sprachliche Funktion der logischen Ausdrücke „alle“ und „einige“ so fixiert ist, daß ein generell bejahendes Urteil nur dann wahr ist, wenn auch das dazugehörige partikulär bejahende Urteil wahr ist.

Ein anderes Beispiel einer prädikatenlogisch gültigen Folgebeziehung ist die zwischen den Prämissen und der Konklusion des oben angegebenen Modus Barbara.

Mit den aussagenlogisch gültigen Folgebeziehungen beschäftigt sich die Disziplin der *Aussagenlogik*, mit den prädikatenlogisch gültigen Folgebeziehungen die *Prädikatenlogik*.

Unter Verwendung dieser Terminologie kann man nun feststellen: Die stoische Logik ist eine Aussagenlogik, sie hat aber – nach allem, was wir darüber wissen – kein vollständiges System der Aussagenlogik hervorgebracht, d. h. kein System, das es gestattet, alle aussagenlogisch gültigen Folgebeziehungen auszuzeichnen.

Die aristotelische Logik ist demgegenüber eine Prädikatenlogik, aber auch sie hat kein vollständiges System der prädikatenlogisch gültigen Folgebeziehungen aufgezeigt. Bekannt ist etwa Booles Kritik an der aristotelischen Logik, daß man in ihr die Folgebeziehung:

Sokrates ist ein Philosoph – folglich ist der Kopf des Sokrates der Kopf eines Philosophen nicht rechtfertigen kann.

Die Vervollständigung der aristotelischen oder stoischen Logik ist auch der scholastischen Logik, trotz mannigfacher Erweiterungen nicht gelungen – viel weniger der neuzeitlichen Logik.

Es war vielmehr erst Frege, der als erster sowohl ein vollständiges System der Aussagenlogik, wie auch ein vollständiges System der Prädikatenlogik angegeben hat<sup>3</sup>.

Angesichts dieser Vollendung der traditionellen Lehren kann man die moderne Logik in einem entschiedenen Sinn als Weiterentwicklung der traditionellen Logik auffassen.

Über den abschließenden Erfolg in der Aussagenlogik und Prädikatenlogik ist die moderne Logik aber noch einen wesentlichen Schritt hinausgegangen: Sie hat sog. höhere Systeme der Logik aufgestellt, in denen eine noch umfassendere Klasse von Folgebeziehungen untersucht wird. Es handelt sich dabei insbesondere um die Systeme der Mengenlehre, durch die sich die Logik nun ein ganz neues Anwendungsgebiet erschlossen hat: Die Begründung der Mathematik aus der Logik. Dies Programm der logischen Grundlegung der Mathematik wurde in einem nachprüfbaren Sinn zuerst von Frege formuliert<sup>4</sup> und enthält, von der traditionellen Logik her gesehen, etwas ganz Unerhörtes. Schon zur logischen Begründung der elementaren Arithmetik etwa, zur Definition der natürlichen Zahlen und zum Beweis der Grundgesetze der Arithmetik, wie sie von Dedekind und Peano formuliert worden sind, führt von der traditionellen Logik kein Weg. Dennoch kann man sagen, daß sich dies Programm einer logischen Grundlegung der Mathematik in der modernen Logik darstellt als echte Ausweitung der aristotelischen Fragestellungen.

Um diese Behauptung begrifflich zu machen, soll in aller hier gebotenen Kürze der Weg angedeutet werden, auf dem Frege zu seiner logischen Definition der natürlichen Zahlen  $0, 1, 2, \dots$  kommt.

Frege stützt sich dabei auf ein höheres Logiksystem, das über den Rahmen der oben skizzierten Prädikatenlogik dadurch hinausgeht, daß in ihm auch Aussagen über Begriffsumfänge oder Klassen betrachtet werden. Als neue Grundprinzipien treten in diesem System die Sätze auf:

I) Zu jedem Begriff gibt es ein Objekt, den Umfang dieses Begriffes, der genau diejenigen Gegenstände als Elemente enthält, die unter den Begriff fallen.

II) Enthalten zwei Begriffsumfänge die gleichen Elemente, so sind sie gleich.

Begriffsumfänge sind allem Herkommen nach Gegenstände der Logik und die Prinzipien I und II sind als analytische Sätze aufzufassen – analytisch im

<sup>3</sup> Vgl. Frege: Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens, Halle 1879.

<sup>4</sup> G. Frege: Über formale Theorien der Arithmetik, Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft 19 (1886), Suppl. Heft, S. 94–104. Derselbe: Die Grundlagen der Arithmetik – eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl, Breslau 1884.

Hinblick auf das traditionelle Verständnis des Terminus „Begriffsumfang“. Daher kann man dies höhere System als echtes Logiksystem ansehen.

Innerhalb dieses Systems ist nun Frege eine Definition der natürlichen Zahlen gelungen – eine Definition allein vermittelt der logischen Grundbegriffe des Systems – und ein Beweis der Grundgesetze der Arithmetik als logischer Theoreme. Damit hat Frege ein starkes Argument dafür gewonnen, daß die Sätze der Arithmetik nicht wie bei Kant als synthetische Sätze aufgefaßt werden müssen.

Zur Definition der natürlichen Zahlen geht Frege aus von einer Analyse der Zahlaussagen. Zahlaussagen, wie z. B.

III) Hier liegen 5 Äpfel.

IV) Der Planet Venus hat 0 Monde.

sind weder Aussagen über konkrete Gegenstände, noch über Aggregate konkreter Gegenstände. So besagt die Aussage III nichts über die einzelnen Äpfel, legt nicht jedem einzelnen die Anzahl 5 bei, und IV kann nichts über ein Aggregat von Venusmonden besagen, weil es keine solchen Monde und also auch kein Aggregat solcher Monde gibt. Zahlaussagen sind nach Frege vielmehr immer aufzufassen als Aussagen über Begriffsumfänge. In diesem Sinn ließen sich die Aussagen III und IV also übersetzen in:

III\*) Der Umfang des Begriffes ‚hier liegender Apfel‘ ist 5-zahlig.

IV\*) Der Umfang des Begriffes ‚Venusmond‘ ist 0-zahlig.

Wie schon Leibniz festgestellt hat, kann man die natürlichen Zahlen definieren, wenn die Zahl 0 definiert ist und die Nachfolgerzahl  $n + 1$  zu jeder beliebigen Zahl  $n$ .

Man legt nun fest:

V) Der Umfang des Begriffes  $A$  ist 0-zahlig, wenn es keinen Gegenstand gibt, der unter den Begriff  $A$  fällt.

VI) Der Umfang des Begriffes  $A$  ist  $(n + 1)$ -zahlig, wenn es einen Gegenstand  $a$  gibt, der unter den Begriff  $A$  fällt, und wenn der Umfang des Begriffes ‚unter  $A$  fallend und von  $a$  verschieden‘  $n$ -zahlig ist.

Der definierende Ausdruck von V ist ein rein logischer Ausdruck, daher auch der definierende Ausdruck des Begriffes 1-zahlig, den wir nun mit VI gewinnen können ( $n$  wird gleich 0 gesetzt): Der Umfang des Begriffes  $A$  ist 1-zahlig, wenn es einen Gegenstand  $a$  gibt, der unter den Begriff  $A$  fällt, und wenn der Umfang des Begriffes ‚unter  $A$  fallend und von  $a$  verschieden‘ 0-zahlig ist.

Im nächsten Schritt der Anwendung von VI erkennt man dann, daß der Begriff 2-zahlig als rein logischer Begriff definiert ist, usw.

Mit diesen Festlegungen hat man zunächst die Begriffe 0-, 1-, 2-, ... zahlig definiert, nicht aber die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, ... als Objekte der Arithmetik selbst. Um diese Zahlen zu gewinnen, geht Frege den Weg einer Definition durch Abstraktion. Er legt dazu zuerst eine Äquivalenzbeziehung zwischen Begriffsumfängen fest, die Beziehung der Gleichzahligkeit, durch folgende Bestimmung:

VII) Der Begriffsumfang  $A$  ist gleichzahlig mit dem Begriffsumfang  $B$ , wenn es eine Zuordnung zwischen den Elementen von  $A$  und denen von  $B$  gibt, so daß jedem Element von  $A$  genau ein Element von  $B$  zugeordnet wird, und umgekehrt.

Eine solche umkehrbar eindeutige Zuordnung ist nichts anderes als eine zweistellige Beziehung, die gewisse in rein logischer Terminologie beschreibbare Bedingungen erfüllt, so daß der definierende Ausdruck von VII und damit der definierte Ausdruck „gleichzählig“ sich wiederum darstellt als ein rein logischer Begriff.

Dieser Begriff der Gleichzähligkeit entspricht genau dem intuitiven Begriff: Wir sagen z. B., daß auf einem Tisch ebenso viele Tassen wie Teller stehen, wenn es eine Zuordnung zwischen Tassen und Tellern gibt – etwa die Zuordnung, die entsteht, indem man je eine Tasse auf einen Teller stellt – so daß jeder Tasse genau ein Teller zugeordnet ist und umgekehrt, d. h. wenn bei dem Stellen der Tassen auf die Teller weder Tassen noch Teller übrigbleiben.

Man kann nun die Zahlen definieren durch Abstraktion aus dieser Äquivalenzbeziehung:

VIII) Die Anzahl des Begriffsumfangs  $A$  ist der Umfang des Begriffes ‚gleichzählig mit  $A'$ ‘.

Die Anzahl eines  $0$ -zähligen Begriffsumfangs  $A$ , die natürliche Zahl  $0$  also, ist dann der Umfang des Begriffes ‚gleichzählig mit  $A'$ ‘. Da es wegen II nur einen  $0$ -zähligen Begriffsumfang gibt, ist also die so definierte Zahl  $0$  eine Klasse, die diesen  $0$ -zähligen Begriffsumfang als einziges Element enthält. Die Zahl  $n + 1$  ist dann definiert als die Anzahl eines  $(n + 1)$ -zähligen Begriffsumfangs, so daß damit die Basis zu einer induktiven Definition der natürlichen Zahlen nach dem Vorbild von Leibniz gewonnen ist.

Zum Beweis der elementaren Aussagen über natürliche Zahlen muß Frege noch den Begriff ‚natürliche Zahl‘ definieren – bisher sind ja nur die einzelnen natürlichen Zahlen definiert worden. Auf die höchst geistvollen Überlegungen, die dabei zur Anwendung kommen, können wir hier aber nicht mehr eingehen. Es genügt uns, am Beispiel der elementaren Arithmetik angedeutet zu haben, wie eine logische Begründung mathematischer Theorien im Rahmen solcher höheren Logiksysteme vor sich gehen kann, wie sie die moderne Logik in einer Erweiterung der traditionellen Fragestellungen betrachtet.

Man kann also feststellen: Die Lehren der traditionellen Logik bilden einen Teil der Lehren, auch der modernen Logik, aber nur einen kleinen Teil – denn die dort diskutierten Probleme sind hier gelöst und neue Themen stehen heute im Mittelpunkt der Untersuchungen.

Wie konnte nun, so wird man sich fragen, die moderne Logik in der kurzen Zeitspanne ihres Bestehens (im engeren Sinn erst seit dem Erscheinen der Fregeschen Begriffsschrift 1879) einen solchen Aufschwung nehmen und ihren Erkenntnisbestand derart ausweiten?

Es liegt nahe, diesen Erfolg einer neuen *Methode* zuzuschreiben. Und in der Tat ist es die Methode, durch die sich die neue Logik am stärksten von der traditionellen unterscheidet – die Methode der Formalisierung.

Diese Methode soll in aller gebotenen Kürze umrissen werden: Die Formalisierung einer Theorie vollzieht sich in zwei Schritten: Im ersten Schritt wird eine Symbol- oder Kunstsprache – nennen wir sie  $S$  – aufgebaut, in der die Theorie dargestellt werden soll. Dazu gibt man zunächst das Alphabet von  $S$

an, die Grundzeichen, aus denen sich die sprachlichen Ausdrücke zusammensetzen (– also das Pendant zum alltagssprachlichen Alphabet  $a, b, c \dots$  –). Dann zeichnet man gewisse Ausdrücke von  $S$  (das sind also endliche Reihen von Grundzeichen von  $S$ ) zum Gebrauch als Eigennamen, Prädikate, Sätze usw. aus und legt so die Syntax der Sprache  $S$  nach präzisen Regeln fest. Dann interpretiert man diese Ausdrücke, indem man ihnen Entitäten aus dem Bereich der zu formalisierenden Theorie zuordnet, so daß man also in der Sprache  $S$  über die Gegenstände der Theorie sprechen kann.

Die entscheidenden Gesichtspunkte beim Aufbau solcher Kunstsprachen sind nun folgende:

1. Die Kunstsprache  $S$  wird als *Präzisionssprache* aufgebaut, in der jeder Name genau eine fest umrissene und wohldefinierte Bedeutung hat. Dadurch werden die Vagheiten und Vieldeutigkeiten vermieden, die sich beim wissenschaftlichen Gebrauch der Alltagssprache oft hinderlich aufdrängen.

2. Die Kunstsprache  $S$  wird als *lingua characteristic* nach der Idee von Leibniz aufgebaut, d. h. als Sprache, in der die syntaktische Struktur der Ausdrücke die ontologisch-kategoriale Struktur ihrer Bedeutungen sinnfällig widerspiegelt. D. h. jedem Ausdruck des Systems sieht man an seiner syntaktischen Gestalt an, ob er eine Aussage oder einen Begriff oder einen Gegenstand bedeutet. Genauerhin auch, ob er einen einstelligen Begriff oder einen zweistelligen Begriff – eine Beziehung bedeutet usw. In der Umgangssprache sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so sieht man z. B. dem Prädikat „Vater“ nicht an, ob es für eine Eigenschaft oder eine Beziehung steht.

Diese Verfassung der Kunstsprache bewirkt, daß man nun auch mit höchst komplexen Sätzen sinnvoll und zielstrebig operieren kann, deren inhaltliche Bedeutung zu realisieren höchst mühsam wäre, indem man nur auf ihre syntaktische Struktur achtet, die wesentlich leichter zu überblicken ist. Scholz sagt dazu<sup>5</sup>:

„Dies ist, wenn es planmäßig ausgeübt und von den einfachen Fällen auf beliebig verwickelte Fälle übertragen wird, eine ungemaine Entlastung; denn es erspart uns auf eine höchst sinnreiche Art das Denken an Stellen, an denen es ein für alle Male erspart werden kann.“

Nun ist das Denken in jedem Fall eine mehr oder weniger zeitraubende Anstrengung. Durch diese sinnreiche Art der planmäßigen Ersparung von Denkprozessen gewinnen wir also Zeit. Diese Zeit kann verwendet werden für die Bezwingung von Aufgaben, an die wir sonst überhaupt nicht herankommen würden. Andererseits hat dieses Verfahren auch in den elementarsten Fällen einen sehr wesentlichen Effekt. Es sichert uns ein für allemal gegen Irrtümer, die wir in diesen elementarsten Fällen ganz besonders zu fürchten haben, wenn wir uns dem inhaltlichen Denken überlassen.“

Der zweite Schritt der Formalisierung einer Theorie besteht dann darin, eine Klasse von Sätzen des Systems  $S$  dadurch als wahr auszuzeichnen, daß man

<sup>5</sup> H. Scholz: „Was ist Philosophie? Der erste und der letzte Schritt zu ihrer Selbstbestimmung“ – Frege-Studien Heft 1 (1940), abgedr. in: H. Scholz: *Mathesis universalis*, Basel 1961, S. 341–387.



gewisse syntaktisch wohldefinierte Sätze – die Axiome – als wahr auszeichnet und bestimmte syntaktische Regeln angibt, mit denen aus vorgegebenen Sätzen neue Sätze gewonnen werden können, und die so geartet sind, daß sie aus wahren Sätzen immer nur wahre Sätze erzeugen. Es sind also syntaktisch gefaßte Schlußregeln. Eine solche Schlußregel ist etwa der modus ponens, der schon in der stoischen Logik formuliert worden ist:

Aus  $A$  und Wenn  $A$ , dann  $B$   
kann  $B$  geschlossen werden.

Diese Regeln sind rein syntaktisch, denn bei ihrer Anwendung muß man nur auf die Gestalt der Prämissen achten und nicht auf deren Bedeutung.

Der Beweis eines Satzes  $A$  im System  $S$  wird dann so geführt, daß man von Axiomen ausgehend mit Hilfe der Schlußregeln eine Folge von Sätzen erzeugt, deren letztes Glied  $A$  ist. Eine solche Beweiskonstruktion vollzieht sich ganz im syntaktischen Bereich und kann von der Interpretation des Systems völlig absehen.

Der Gedanke der Axiomatisierung von Theorien geht auf Aristoteles zurück, die rein syntaktische Fassung der Axiomatik aber ist eine Leistung der modernen Logik, die – ähnlich wie die Präzisionssprache – zwei Vorzüge hat: Der Horizont des schlußfolgernden Denkens wird durch die Entlastung vom inhaltlichen Vollzug der Beweisketten wesentlich erweitert und der syntaktisch gefaßte Beweisbegriff ermöglicht eine wesentlich schärfere kritische Überprüfung vorgelegter Beweise auf ihre Validität hin.

Frege sagt dazu<sup>6</sup>:

„Das Schließen geht nun nach meiner Begriffsschrift in einer Art Rechnung vor sich. Ich meine dies nicht in dem engen Sinn, als ob dabei ein Algorithmus herrsche, gleich oder ähnlich dem des gewöhnlichen Addierens oder Multiplizierens, sondern in dem Sinne, daß überhaupt ein Algorithmus da ist, d. h. ein Ganzes von Regeln, die den Übergang von einem Satze oder von zweien zu einem neuen beherrschen, so daß nichts geschieht, was nicht diesen Regeln gemäß wäre. Meine Absicht ist also, auf lückenlose Strenge der Beweisführung und größte logische Genauigkeit gerichtet, daneben auf Übersichtlichkeit und Kürze.“

Trotz dieser Argumente für die Methode der Formalisierung mag es einen Außenstehenden auf den ersten Blick doch überraschen, daß nur durch den Formalismus für die Logik etwas Wesentliches gewonnen sein soll. Diese Überraschung wird sich aber vielleicht verlieren, wenn man auf den Erfolg der gleichen Methode in der Mathematik blickt: Dort sind uns Symbolgebrauch und syntaktische Algorithmen bereits so selbstverständlich, daß wir auf ihre Leistung kaum mehr achten. Wenn man aber etwa bedenkt, daß noch im Mittelalter die Division großer ganzer Zahlen ein so schwieriges Problem war, daß seine Lösung im Raum der Universitäten behandelt wurde, während heute – dank der Existenz eines syntaktischen Algorithmus zur Lösung dieser Auf-

<sup>6</sup> G. Frege: Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene, Ber. der Math.-physikalischen Klasse der Kgl. Sächs. Ges. der Wissenschaften, 48 (1897), S. 53–59.

gaben – das gleiche Problem in den ersten Volksschulklassen behandelt wird, dann wird einem die eminente praktische Bedeutung des Formalismus deutlicher werden.

Auch in der traditionellen Logik finden sich erste Ansätze zur Methode der Formalisierung. Der Gebrauch der Variablen in der Darstellung der aristotelischen Syllogistik, die Verwendung kanonischer Formen aussagenlogisch komponierter Sätze in der stoischen Logik und die Abstraktion einer kompakten logischen Terminologie aus der lateinischen Sprache in der scholastischen Logik sind solche Ansätze. Es war aber erst Leibniz, der den Gedanken der Formalisierung in seiner vollen Tragweite konzipiert hat, und Boole, der diese Konzeption dann erstmals in die Tat umsetzte. Die Mathematik war das große Vorbild, daher der Titel der epochemachenden Hauptschrift von Boole „The mathematical analysis of logic“ (1847), daher auch die Bezeichnung der neuen formalisierten Logik als „mathematische Logik“.

Bei Frege finden wir dann den ersten Aufbau eines im modernen Sinne wirklich präzisen Formalismus und in ihm die geniale Darstellung einer Logik mit neuen Erkenntnishorizonten.

Mit der Formalisierung der Logik wendet die moderne Logik auch den für die gesamte traditionelle Logik kennzeichnenden Versuchen den Rücken, die Gesetze der Logik aus der alltagssprachlichen Grammatik zu abstrahieren. Frege formuliert diese neue Einstellung so<sup>7</sup>:

„Die Sprache ist nicht in der Weise durch logische Gesetze beherrscht, daß die Befolgung der Grammatik schon die formale Richtigkeit der Gedankenbewegung verbürgte. Die Formen, in denen das Folgern ausgedrückt wird, sind so vielfältig, so lose und dehnbare, daß sich leicht Voraussetzungen unbemerkt durchschleichen können, die dann bei der Aufzählung der notwendigen Bedingungen für die Gültigkeit des Schlußsatzes übergangen werden.“

Und<sup>8</sup>:

„Es kann nicht die Aufgabe der Logik sein, der Sprache nachzugehen und zu ermitteln, was in den sprachlichen Ausdrücken liege. Jemand, der aus der Sprache Logik lernen will, ist wie ein Erwachsener, der von einem Kinde denken lernen will. Als die Menschen die Sprache bildeten, befanden sie sich in einem Zustand des kindlichen, bildhaften Denkens. Die Sprachen sind nicht nach dem logischen Lineale gemacht. Auch das Logische in der Sprache erscheint unter Bildern versteckt, die nicht immer zutreffen . . . Die Hauptaufgabe des Logikers besteht in einer Befreiung von der Sprache und in einer Vereinfachung.“

Kommen wir nun zum letzten Punkt unseres Vergleichs der traditionellen und modernen Logik: ihrem Verhältnis zur Philosophie!

Während über zwei Jahrtausenden ist die traditionelle Logik eine Teildisziplin der Philosophie gewesen. Die moderne Logik aber hat sich sehr bald aus dem Verband der Philosophie herausgelöst und führt heute im praktischen Wis-

<sup>7</sup> G. Frege: Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift, Zeitschr. f. Philosophie und philos. Kritik, 81 (1882), S. 48–52.

<sup>8</sup> Freges Brief an Husserl vom 1. 11. 1906 – unveröffentlicht.

senschaftsbetrieb das Dasein einer Spezialwissenschaft. Aus dieser Tatsache hat man oft auf eine Verschiedenheit des Gegenstands der beiden Logikgestalten schließen zu können geglaubt. Daß eine solche Verschiedenheit nicht vorliegt, haben wir schon zu zeigen versucht. Wie läßt sich diese Entwicklung dann aber verstehen? Wohl am einfachsten dadurch, daß jede ihren Methoden wie ihrem Inhalt nach sich hinlänglich weit entwickelnde Wissenschaft die Arbeitskraft des Forschers in immer ausschließlicherem Maße fordert und immer weniger „allgemeinverständlich“ wird.

Das Schicksal der Philosophie mit der Logik ist ja nicht neu: Mit einer gewissen Vereinfachung kann man doch sagen, daß alle Einzelwissenschaften aus der Gesamtbemühung der Philosophie hervorgegangen sind und sich erst mit zunehmender Ausweitung verselbständigt haben und verselbständigen mußten.

Angesichts der philosophiefindlichen Äußerungen einzelner Logiker bliebe dann als letzte Frage, ob sich die Logik in ihrer Emanzipation aus der Philosophie nicht doch jedenfalls ihrer erkenntnismäßigen Haltung, ihrem wissenschaftlichen Eros nach von der Philosophie entfernt habe.

Aber auch diese Frage kann man verneinen:

Für das, was an der Erkenntnishaltung der Philosophie groß und verpflichtend ist, darf man sich auf Platon beziehen. Sein Geisteserbe bildet das Fundament, aus dem die philosophische Bemühung gewachsen ist. Dieses platonische Erbe ist nun aber in unseren Tagen von keinem Forscher so entschieden und erleuchtend vertreten worden wie von einem Logiker: Es ist Heinrich Scholz, der die Logik gerade aus dem platonischen Vermächtnis verstanden und gelehrt hat und der sagte:

„Man muß platonisch denken können, um von dem Geist einen Hauch zu verspüren, dem wir die Logik schuldig geworden sind.“